

05 以抛物线为情景的面积问题

典例分析

类型一、以抛物线为情景的四边形面积问题

1. 过抛物线 $y^2 = 2x$ 上一点 P 作圆 $C: x^2 + (y-6)^2 = 1$ 的切线, 切点为 A, B , 则当四边形 $PACB$ 的面积最小时, P 点的坐标是 ()

- A. $(1, \sqrt{2})$ B. $\left(\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right)$ C. $(2, 2)$ D. $\left(\frac{5}{2}, \sqrt{5}\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】

利用点在抛物线上设出 P 点的坐标, 求出点 P 到圆心 C 的距离, 对函数求导得出最小值, 即四边形 $PACB$ 的面积最小值, 进而可得此时的 P 点的坐标.

【详解】

由题意可设 $P\left(\frac{1}{2}a^2, a\right)$, 当四边形 $PACB$ 的面积最小时, 点 P 到圆心 $C(0, 6)$ 的距离最小, 即

$$PC^2 = \left(\frac{1}{2}a^2\right)^2 + (6-a)^2 = \frac{1}{4}a^4 + a^2 - 12a + 36, \text{ 可令 } f(a) = \frac{1}{4}a^4 + a^2 - 12a + 36, \text{ 则}$$

$$f'(a) = a^3 + 2a - 12 = (a-2)(a^2 + 2a + 6), \text{ 则 } f'(a) = 0 \text{ 时, } a = 2, \text{ 此时取得最小值, 四边形 } PACB \text{ 的面积}$$

$$\text{为 } 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{PC^2 - 1} = \sqrt{2^2 + (6-2)^2 - 1} = \sqrt{19}, \text{ 所以 } P(2, 2).$$

2. 已知抛物线 $C: y^2 = 10x$, 点 P 为抛物线 C 上任意一点, 过点 P 向圆 $x^2 + y^2 - 12x + 35 = 0$ 作切线, 切点分别为 A, B , 则四边形 $PADB$ 面积的最小值为_____.

【答案】 $\sqrt{34}$

【解析】

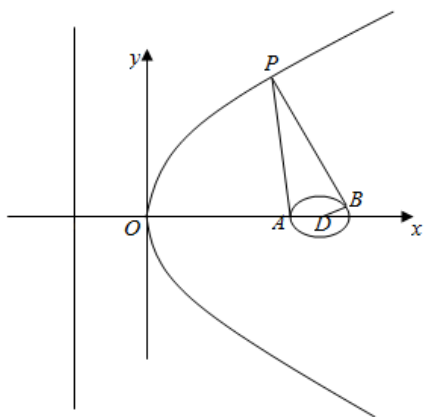
求得圆心与半径, 求得 $|DA|$, 根据两点之间的距离公式, 求得 $|PD|$, 根据二次函数的最值即可求得 $|PD|$ 的最小值, 即可求得 $|PA|_{\min}$, 即可求得四边形 $PADB$ 面积的最小值.

【详解】

圆 $D: x^2 + y^2 - 12x + 35 = 0$ 的标准方程 $(x-6)^2 + y^2 = 1$, 则圆心为 $D(6, 0)$, 半径为 $r = |DA| = 1$,

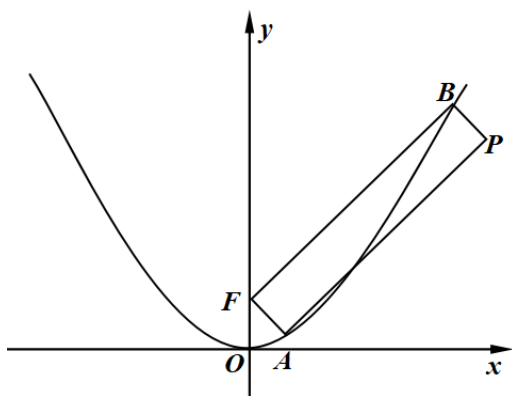
设 $P(\frac{y^2}{10}, y)$, $|PD| = \sqrt{(\frac{y^2}{10} - 6)^2 + y^2} = \sqrt{\frac{1}{100}(y^2 - 10)^2 + 35}$, 所以 $|PD|_{\min} = \sqrt{35}$, $|PA|_{\min} = \sqrt{35 - 1^2} = \sqrt{34}$,

所以四边形 $PADB$ 面积的最小值 $2 \times \frac{1}{2} |PA|_{\min} \times r = \sqrt{34}$, 故四边形 $PADB$ 面积的最小值 $\sqrt{34}$,



【点睛】本题考查抛物线的方程，两点之间的距离公式及二次函数的性质，考查转化思想，属于中档题.

3. 如图，已知点 $P(t, 5) (t > 0)$ ，抛物线 $x^2 = 2py$ 的焦点是 $F(0, 1)$ ， A, B 是抛物线上两点，四边形 $FAPB$ 是矩形.



(1) 求抛物线的方程；(2) 求矩形 $FAPB$ 的面积.

【答案】

(1) $x^2 = 4y$

(2) 8

【分析】

(1) 根据抛物线 $x^2 = 2py$ 的焦点是 $F(0, 1)$ ，由 $\frac{p}{2} = 1$ 求解；

(2) 设 $A(2t_1, t_1^2)$ ， $B(2t_2, t_2^2)$ ，根据四边形 $FAPB$ 是矩形，可得 $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{x_F + x_P}{2}$, $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{y_F + y_P}{2}$ ，且 $\vec{FA} \cdot \vec{FB} = 0$ ，进而得到 $t_1 t_2 = 1$ ，然后结合抛物线的定义， $S = |FA| \cdot |FB|$ 求解.

【解析】(1) 因为抛物线 $x^2 = 2py$ 的焦点是 $F(0, 1)$ ，所以 $\frac{p}{2} = 1$ ，解得 $p = 2$ ，所以抛物线的方程为

$$x^2 = 4y;$$

(2) 设 $A(2t_1, t_1^2)$, $B(2t_2, t_2^2)$, 因为四边形 $FAPB$ 是矩形, 所以 $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{x_F + x_P}{2}$, $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{y_F + y_P}{2}$, 且

$$\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = 0,$$

$$\text{即 } \frac{2t_1 + 2t_2}{2} = \frac{t}{2}, \quad \frac{t_1^2 + t_2^2}{2} = \frac{1+5}{2} = 3, \text{ 且 } 2t_1 \cdot 2t_2 + (t_1^2 - 1)(t_2^2 - 1) = 0.$$

$$\text{所以 } t_1 + t_2 = \frac{t}{2}, \quad t_1 t_2 = \frac{t^2}{8} - 3, \text{ 且 } t^4 - 16t^2 - 512 = 0. \text{ 所以 } (t^2 - 32)(t^2 + 16) = 0. \text{ 解得 } t^2 = 32, \quad t_1 t_2 = 1,$$

由抛物线的定义得: $|FA| = t_1^2 + 1$, $|FB| = t_2^2 + 1$, 所以矩形 $FAPB$ 的面积为:

$$S = |FA| \cdot |FB| = (t_1^2 + 1)(t_2^2 + 1) = t_1^2 t_2^2 + t_1^2 + t_2^2 + 1 = 1 + 6 + 1 = 8. \text{ 所以矩形 } FAPB \text{ 的面积为 } 8.$$

类型二、以抛物线为情景的三角形面积问题

1. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线方程为 $x = -1$, 过其焦点 F 的直线 l 交抛物线 C 于 A 、 B 两点, 线段 AB 的中点为 M , 坐标原点为 O , 且直线 OM 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求实数 p 的值;

(2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.

【答案】 (1) $p = 2$ (2) $\sqrt{6}$

【分析】

(1) 由题意得到关于 p 的方程, 解方程可得 p 的值;

(2) 设直线 l 的方程为 $x = my + 1$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 与抛物线方程联立, 结合韦达定理得到关于 m 的方程, 解方程即可确定直线方程, 再利用弦长公式求出 $|AB|$, 利用点到直线的距离公式求出原点到直线的距离, 最后利用面积公式计算可得.

【解析】

(1) 由准线方程为 $x = -1$ 知, $\frac{p}{2} = 1$, 故 $p = 2$.

(2) 由 (1) 知, 抛物线方程为 $y^2 = 4x$, 设直线 l 的方程为 $x = my + 1$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

联立抛物线方程 $\begin{cases} x = my + 1 \\ y^2 = 4x \end{cases}$, 化简得 $y^2 - 4my - 4 = 0$. 则 $y_1 + y_2 = 4m$, $y_1 y_2 = -4$

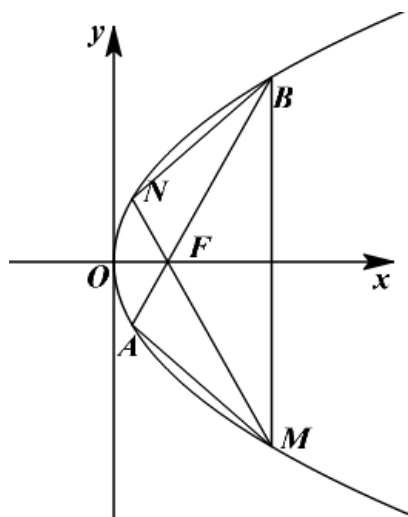
由线段 AB 的中点为 M , 知 $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$, $k_{OM} = \frac{y_M}{x_M} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 代入韦达定理知,

$$\frac{4m}{m \times 4m + 2} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 解得 } m = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 故直线 } l \text{ 的方程为 } \sqrt{2}x - y - \sqrt{2} = 0.$$

$$\text{所以 } |AB| = \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}} \cdot \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 \cdot y_2} = \sqrt{1 + \frac{1}{(\sqrt{2})^2}} \cdot \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 4 \times (-4)} = 6, \quad d = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{因此 } \triangle OAB \text{ 的面积 } S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |AB| d = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6}.$$

2. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$), 过 C 的焦点 F 的直线 l_1 与抛物线交于 A 、 B 两点, 当 $l_1 \perp x$ 轴时, $|AB| = 4$.



(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 如图, 过点 F 的另一条直线 l_2 与 C 交于 M 、 N 两点, 设 l_1 、 l_2 的斜率分别为 k_1 、 k_2 , 若 $k_1 + k_2 = 0$

($k_1 > 0$), 且 $3S_{\triangle AMF} = S_{\triangle BMN}$, 求直线 l_1 的方程.

【答案】 (1) $y^2 = 4x$; (2) $2\sqrt{2}x - y - 2\sqrt{2} = 0$.

【分析】

(1) 根据条件先得到直线 $l_1 \perp x$ 轴时 l_1 的直线方程, 进而结合抛物线的方程并根据 $|AB| = 4$ 求得答案;

(2) 根据题意可以判断出以 A 与 N 关于 x 轴对称, M 与 B 关于 x 轴对称, 进而将条件化简为

$2S_{\triangle AMF} = S_{\triangle BMF}$, 由此可知 $2|AF| = |BF|$, 然后通过抛物线的定义并结合根与系数的关系得到答案.

【解析】

(1) 根据题意可得 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, 当 $l_1 \perp x$ 轴时, 直线 l_1 的方程为 $x = \frac{p}{2}$, 联立 $\begin{cases} x = \frac{p}{2} \\ y^2 = 2px \end{cases}$, 解得 $y = \pm p$, 所以 $|AB| = 2p = 4$,

解得 $p = 2$, 则抛物线的方程为 $y^2 = 4x$.

(2) 由 (1) $F(1, 0)$, 抛物线的准线方程为 $x = -1$, 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 因为 $k_1 + k_2 = 0 \Rightarrow k_1 = -k_2$, 所以 A

与 N 关于 x 轴对称, M 与 B 关于 x 轴对称, 则由 $3S_{\triangle AMF} = S_{\triangle BMN}$, $S_{\triangle AMF} = S_{\triangle BNF}$ 可以得到 $2S_{\triangle AMF} = S_{\triangle BMF}$

，那么 $2|AF|=|BF|$ ，由抛物线定义可得 $|AF|=x_1+1$, $|BF|=x_2+1$ ，于是 $2(x_1+1)=x_2+1 \Rightarrow x_2=2x_1+1 \dots \textcircled{1}$.

设 $l_1: y=k_1(x-1)$ ，代入抛物线方程化简得 $k_1^2 x^2 - (2k_1^2 + 4)x + k_1^2 = 0$ ， $\Delta = (2k_1^2 + 4)^2 - 4k_1^4 = 16k_1^2 + 16 > 0$ ，

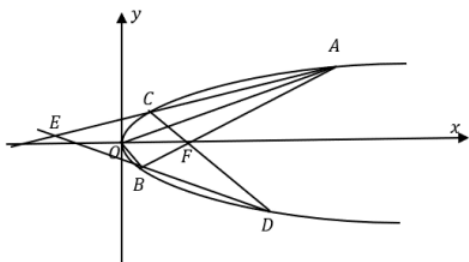
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2k_1^2 + 4}{k_1^2} \text{L} \textcircled{2} \\ x_1 x_2 = \frac{k_1^2}{k_1^2} = 1 \text{L} \textcircled{3} \end{cases}, \text{由} \textcircled{1} \textcircled{3} \text{得} \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = 2 \end{cases} \text{ (负值舍去), 代入} \textcircled{2} \text{得} \frac{5}{2} = \frac{2k_1^2 + 4}{k_1^2} \Rightarrow k_1^2 = 8, \text{而} k_1 > 0, \text{则} k_1 = 2\sqrt{2}.$$

于是直线 l_1 的方程为 $y = 2\sqrt{2}(x-1) \Rightarrow 2\sqrt{2}x - y - 2\sqrt{2} = 0$.

【点睛】本题在解析几何中非常典型，破解点在于根据斜率关系得到点的对称性，进而结合条件得到

$2S_{\triangle AMF} = S_{\triangle BMF}$ ，于是有 $2|AF|=|BF|$ ，马上会想到根据抛物线的定义有 $2(x_1+1)=x_2+1 \Rightarrow x_2=2x_1+1$ ，由此便会想到应该将直线方程代入抛物线方程然后通过根与系数的关系解决.

3. 已知点 $F(1,0)$ 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点， O 为坐标原点，过点 F 的直线 l_1 交抛物线与 A, B 两点.



(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 求 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 的值;

(3) 如图，过点 F 的直线 l_2 交抛物线于 C, D 两点 (点 A, C 在 x 轴的同侧， $x_A > x_C$)，且 $l_1 \perp l_2$ ，直线 AC 与直线 BD 的交点为 E ，记 $\triangle EFC$ ， $\triangle ACF$ 的面积分别为 S_1, S_2 ，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的取值范围.

【答案】

(1) $y^2 = 4x$

(2) -3

(3) $(0,1)$

【分析】

(1) 根据题意得到 $\frac{p}{2} = 1$ ，从而得到抛物线 $C: y^2 = 4x$.

(2) 首先设直线 AB 的方程为 $x = ty + 1$ ，与抛物线 $y^2 = 4x$ 联立得 $y^2 - 4ty - 4 = 0$ ，再利用韦达定理求解。

(3) 设 $A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right)$ ， $C\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$ ， $B\left(\frac{4}{y_1^2}, -\frac{4}{y_1}\right)$ ， $D\left(\frac{4}{y_2^2}, -\frac{4}{y_2}\right)$ ，再利用韦达定理和 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle ACF}} = \frac{|EC|}{|AC|}$ 求解即可。

【解析】(1) 因为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ ，焦点 $F(1, 0)$ ，所以 $\frac{p}{2} = 1$ ，解得 $p = 2$ ，

所以抛物线 $C: y^2 = 4x$ 。

(2) 设直线 AB 的方程为 $x = ty + 1$ ，与抛物线 $y^2 = 4x$ 联立得： $y^2 - 4ty - 4 = 0$ ，

由韦达定理得 $y_1 + y_2 = 4t$ ， $y_1 y_2 = -4$ ，所以 $x_1 x_2 = \frac{y_1^2}{4} \cdot \frac{y_2^2}{4} = \frac{(y_1 y_2)^2}{16} = 1$ ，所以

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = -4 + 1 = -3$$

(3) 设 $A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right)$ ， $C\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$ ， $B\left(\frac{4}{y_1^2}, -\frac{4}{y_1}\right)$ ， $D\left(\frac{4}{y_2^2}, -\frac{4}{y_2}\right)$ ，因为 $k_{AC} = \frac{y_2 - y_1}{\frac{y_2^2}{4} - \frac{y_1^2}{4}} = \frac{4}{y_1 + y_2}$ ，

所以直线 $AC: y - y_1 = \frac{4}{y_1 + y_2} \left(x - \frac{y_1^2}{4}\right)$ ，即 $y = \frac{4}{y_1 + y_2} x + \frac{y_1 y_2}{y_1 + y_2}$ 。同理：直线 $BD:$

$$y = -\frac{y_1 y_2}{y_1 + y_2} x - \frac{4}{y_1 + y_2}。$$

联立 $\begin{cases} y = \frac{4}{y_1 + y_2} x + \frac{y_1 y_2}{y_1 + y_2} \\ y = -\frac{y_1 y_2}{y_1 + y_2} x - \frac{4}{y_1 + y_2} \end{cases}$ ，解得 $x_E = -1$ 。设直线 AC 的方程为： $x = my + t$ ， $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，

联立 $\begin{cases} x = my + t \\ y^2 = 4x \end{cases} \Rightarrow y^2 - 4my - 4t = 0$ 。因为 $\Delta > 0$ ，解得 $m^2 + t > 0$ ， $y_1 + y_2 = 4m$ ， $y_1 y_2 = -4t$ ，因为

$CF \perp AF$ ，

所以 $\vec{FA} \cdot \vec{FC} = (x_1 - 1)(x_2 - 1) + y_1 y_2 = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 + y_1 y_2 = \frac{(y_1 y_2)^2}{16} - \frac{(y_1 + y_2)^2}{4} - 2y_1 y_2 + 1 + y_1 y_2$

$$= \frac{16t^2}{16} - \frac{16m^2 + 8t}{4} + 1 - 4t = 0，化简得：4m^2 = t^2 - 6t + 1。$$

所以 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle ACF}} = \frac{|EC|}{|AC|} = \frac{|x_C - x_E|}{|x_A - x_C|} = \frac{|x_2 + 1|}{|x_1 - x_2|} = \frac{|my_2 + t + 1|}{|my_1 + t - my_2 - t|} = \frac{\left|y_2 + \frac{t+1}{m}\right|}{|y_1 - y_2|}。$

因为 $y_2 = \frac{4m - \sqrt{16m^2 + 16t}}{2} = 2m - 2\sqrt{m^2 + t}$ ， $|y_1 - y_2| = \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = \sqrt{16m^2 - 16t} = 4\sqrt{m^2 - t}$ ，

所以 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\left|2m - 2\sqrt{m^2 + t} + \frac{t+1}{m}\right|}{4\sqrt{m^2 - t}} = \frac{2m^2 + t + 1}{4m\sqrt{m^2 - t}} - \frac{1}{2}$

$$= \left| \frac{2m - 2\sqrt{m^2 + t} + \frac{t+1}{m}}{4\sqrt{m^2 + t}} \right| = \frac{2m^2 + t + 1}{4m\sqrt{m^2 + t}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{t^2 - 6t + 1}} - 1 \right) \in (0, 1)。$$

类型三、抛物线与椭圆交汇的面积问题

1. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为椭圆上的一点, $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 6, 过焦点的弦中最短的弦长为 3; 椭圆 C_1 的右焦点为抛物线 $C_2: y^2 = 2px$ 的焦点.

(1) 求椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的方程;

(2) 过椭圆 C_1 的右顶点 Q 的直线 l 交抛物线 C_2 于 A, B 两点, 点 O 为原点, 射线 OA, OB 分别交椭圆于 C, D 两点, $VOCD$ 的面积为 S_1 , 以 A, C, D, B 为顶点的四边形的面积为 S_2 , 问是否存在直线 l 使得 $S_2 = \frac{10}{3}S_1$? 若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

【答案】

(1) 椭圆的方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 抛物线的方程为 $y^2 = 4x$

(2) 存在直线 l , 方程为 $x - y - 2 = 0$ 或者 $x + y - 2 = 0$.

【分析】

(1) 由焦点三角形周长, 通径和椭圆的关系式可求 a, b, c , 进而求解 C_1, C_2 ;

(2) 设 l 的方程为 $x = my + 2$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$, 联立直线与抛物线方程, 得出关于 y_1, y_2 的韦达定理, 再通过 OA, OB 直线方程联立椭圆方程求出 y_3, y_4 , 结合正弦面积公式

$$\frac{S_{VAOB}}{S_1} = \frac{\frac{1}{2}|OA| \cdot |OB| \sin \angle AOB}{\frac{1}{2}|OC| \cdot |OD| \sin \angle COD} \text{ 进一步化简即可求解.}$$

【解析】

(1) 由题意得 $\begin{cases} 2a + 2c = 6 \\ \frac{2b^2}{a} = 3 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$, 解得, $\begin{cases} a = 2 \\ b = \sqrt{3} \\ c = 1 \end{cases}$, 所以椭圆的方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 抛物线的方程为 $y^2 = 4x$;

(2) 由题意得直线 l 的斜率存在且不为 0, 设直线 l 的方程为 $x = my + 2$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$, 由 $\begin{cases} x = my + 2 \\ y^2 = 4x \end{cases}$, 得 $y^2 - 4my - 8 = 0, y_1 + y_2 = 4m, y_1 y_2 = -8$,

$$\therefore S_2 = \frac{10}{3} S_1, \therefore \frac{S_{\triangle AOB}}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} |OA| \cdot |OB| \sin \angle AOB}{\frac{1}{2} |OC| \cdot |OD| \sin \angle COD} = \frac{|OA| \cdot |OB|}{|OC| \cdot |OD|} = \frac{|y_1| \cdot |y_2|}{|y_3| \cdot |y_4|} = \frac{|y_1 y_2|}{|y_3 y_4|} = \frac{13}{3},$$

$$\therefore y_1^2 = 4x_1, \therefore \text{直线 } OA \text{ 的斜率为 } \frac{y_1}{x_1} = \frac{4}{y_1}, \text{ 即直线 } OA \text{ 的方程为 } y = \frac{4}{y_1} x, \text{ 由 } \begin{cases} y = \frac{4}{y_1} x \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}, \text{ 得 } y_3^2 = \frac{3 \times 64}{3y_1^2 + 64},$$

$$\text{同理可得 } y_4^2 = \frac{3 \times 64}{3y_2^2 + 64}, y_3^2 \cdot y_4^2 = \frac{3 \times 64}{3y_1^2 + 64} \times \frac{3 \times 64}{3y_2^2 + 64} = \frac{3^2 \times 64}{48m^2 + 121}, \therefore \left(\frac{S_{\triangle AOB}}{S_1} \right)^2 = \frac{|y_1 y_2|^2}{|y_3 y_4|^2} = \frac{121 + 48m^2}{9} = \frac{13^2}{3^2},$$

得 $m = \pm 1$, 所以存在直线 l , 方程为 $x - y - 2 = 0$ 或者 $x + y - 2 = 0$.

2. 已知椭圆方程为 $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{9} = 1$, 若抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点是椭圆的一个焦点.

(1) 求该抛物线的方程;

(2) 过抛物线焦点 F 的直线 l 交抛物线于 A, B 两点, 分别在点 A, B 处作抛物线的切线, 两条切线交于 P 点, 则 $\triangle PAB$ 的面积是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值及此时对应的直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) $x^2 = 16y$

(2) 存在; 最小值为 64, 此时直线 l 的方程为 $y = 4$

【分析】

(1) 先求出椭圆的焦点, 从而可求得 $\frac{p}{2}$ 的值, 求出 p , 进而可得抛物线的方程,

(2) 由题意可得直线 l 的斜率存在, 则设直线 l 的方程为 $y = kx + 4$, 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 将直线方程代入抛物线方程中消去 y , 利用根与系数的关系, 利用导数的几何意义求出切线 PA, PB 的方程, 联立求出点 P 的坐标, 则利用点到直线的距离公式求出 P 到直线 AB 的距离, 再利用弦长公式求出 $|AB|$, 从而可表示出 $\triangle PAB$ 的面积, 进而可求出其最小值

【解析】

(1) 由椭圆 $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{9} = 1$, 知 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$. 又抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点是椭圆的一个焦点.

所以 $\frac{p}{2} = 4$, 则 $p = 8$. 所以抛物线的方程为 $x^2 = 16y$.

(2) 由抛物线方程 $x^2 = 16y$ 知, 焦点 $F(0, 4)$. 易知直线 l 的斜率存在, 则设直线 l 的方程为 $y = kx + 4$.

由 $\begin{cases} y = kx + 4 \\ x^2 = 16y \end{cases}$ 消去 y 并整理, 得 $x^2 - 16kx - 64 = 0$. $\Delta = (-16k)^2 - 4(-64) = 256k^2 + 256 > 0$.

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = 16k$, $x_1 x_2 = -64$. 对 $y = \frac{x^2}{16}$ 求导, 得 $y' = \frac{x}{8}$,

$\therefore$ 直线 AP 的斜率 $k_{AP} = \frac{x_1}{8}$, 则直线 AP 的方程为 $y - y_1 = \frac{x_1}{8}(x - x_1)$, 即 $y = \frac{x_1}{8}x - \frac{x_1^2}{16}$.

同理得直线 BP 的方程为 $y = \frac{x_2}{8}x - \frac{x_2^2}{16}$. 设点 $P(x_0, y_0)$, 联立直线 AP 与 BP 的方程,

$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = 8k \\ y_0 = \frac{x_1 x_2}{16} = -4 \end{cases} \quad \text{即 } P(8k, -4).$$

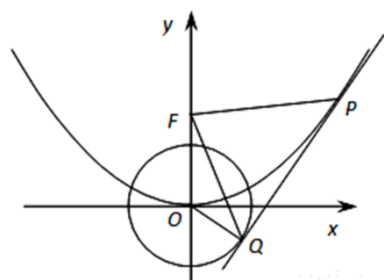
$|AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{(16k)^2 + 256} = 16(1+k^2)$, 点 P 到直线 AB 的距离

$$d = \frac{|8k^2 + 8|}{\sqrt{1+k^2}} = 8\sqrt{1+k^2}, \text{ 所以 } \triangle PAB \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} \times 16(1+k^2) \times 8\sqrt{1+k^2} = 64(1+k^2)^{\frac{3}{2}} \geq 64,$$

当且仅当 $k=0$ 时等号成立. 所以 $\triangle PAB$ 面积的最小值为 64 , 此时直线 l 的方程为 $y=4$.

类型四、抛物线与圆交汇的面积问题

1. 已知焦点为 F 的抛物线 $C_1: x^2 = 2py (p > 0)$, 圆 $C_2: x^2 + y^2 = 1$, 直线 l 与抛物线相切于点 P , 与圆相切于点 Q .



(1) 当直线 l 的方程为 $x - y - \sqrt{2} = 0$ 时, 求抛物线 C_1 的方程;

(2) 记 S_1, S_2 分别为 $\triangle FPO, \triangle FQO$ 的面积, 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最小值.

【答案】

(1) $x^2 = 4\sqrt{2}y$

(2) $2\sqrt{2} + 3$

【分析】

(1) 设点 $P\left(x_0, \frac{x_0^2}{2p}\right)$, 代入直线 PQ 得一方程, 再根据抛物线在点 P 出切线的斜率又得一方程, 解方程组即可求解;

(2) 先求出 $S_1 = \frac{p^2 + x_0^2}{4p} \cdot \left| \frac{x_0^2 - 2}{x_0} \right|$, $S_1 = \frac{1}{2} |OF| \cdot |x_Q| = \frac{p}{2|x_0|}$, 则 $\frac{S_1}{S_2}$ 可表示为关于 x_0 的函数, 根据函数的结构

特点利用基本不等式即可求解

【解析】(1) 设点 $P\left(x_0, \frac{x_0^2}{2p}\right)$, 由 $x^2 = 2py (p > 0)$ 得, $y = \frac{x^2}{2p}$, 则 $y' = \frac{x}{p}$, 因为直线 PQ 的斜率为 1,

所以 $\frac{x_0}{p} = 1$ 且 $x_0 - \frac{x_0^2}{2p} - \sqrt{2} = 0$, 解得 $p = 2\sqrt{2}$, 所以抛物线 C_1 的方程为 $x^2 = 4\sqrt{2}y$;

(2) 因为点 P 处的切线方程为: $y - \frac{x_0^2}{2p} = \frac{x_0}{p}(x - x_0)$, 即 $2x_0x - 2py - x_0^2 = 0$, 根据切线与圆相切, 得

$$d = r, \text{ 即 } \frac{\left| -x_0^2 \right|}{\sqrt{4x_0^2 + 4p^2}} = 1, \text{ 化简得 } x_0^4 = 4x_0^2 + 4p^2, \text{ 由 } \begin{cases} 2x_0x - 2py - x_0^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x_0^4 = 4x_0^2 + 4p^2 \end{cases}, \text{ 解得 } Q\left(\frac{2}{x_0}, \frac{4 - x_0^2}{2p}\right),$$

所以 $|PQ| = \sqrt{1 + k^2} \cdot |x_P - x_Q| = \sqrt{1 + \frac{x_0^2}{p^2}} \cdot \left| x_0 - \frac{2}{x_0} \right| = \frac{\sqrt{p^2 + x_0^2}}{p} \cdot \left| \frac{x_0^2 - 2}{x_0} \right|$, 点 $F\left(0, \frac{p}{2}\right)$ 到切线 PQ 的距离是

$$d = \frac{\left| -p^2 - x_0^2 \right|}{\sqrt{4x_0^2 + 4p^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{x_0^2 + p^2}, \text{ 所以 } S_1 = \frac{1}{2} |PQ| \cdot d = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{p^2 + x_0^2}}{p} \cdot \left| \frac{x_0^2 - 2}{x_0} \right| \times \frac{1}{2} \sqrt{x_0^2 + p^2} = \frac{p^2 + x_0^2}{4p} \cdot \left| \frac{x_0^2 - 2}{x_0} \right|,$$

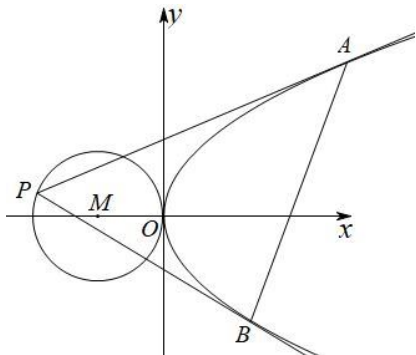
$S_1 = \frac{1}{2} |OF| \cdot |x_Q| = \frac{p}{2|x_0|}$, 而由 $x_0^4 = 4x_0^2 + 4p^2$ 知, $4p^2 = x_0^4 - 4x_0^2 > 0$, 得 $|x_0| > 2$,

$$\text{所以 } \frac{S_1}{S_2} = \frac{p^2 + x_0^2}{4p} \cdot \left| \frac{x_0^2 - 2}{x_0} \right| \times \frac{2|x_0|}{p} = \frac{(x_0^2 + p^2)(x_0^2 - 2)}{2p^2} = \frac{(x_0^2 + x_0^4 - 4x_0^2)(x_0^2 - 2)}{2(x_0^4 - 4x_0^2)} = \frac{x_0^2(x_0^2 - 2)}{2(x_0^2 - 4)}$$

$$= \frac{x_0^2 - 4}{2} + \frac{4}{x_0^2 - 4} + 3 \geq 2\sqrt{2} + 3, \text{ 当且仅当 } \frac{x_0^2 - 4}{2} = \frac{4}{x_0^2 - 4}, \text{ 即 } x_0^2 = 4 + 2\sqrt{2} \text{ 时取等, 此时 } p = \sqrt{2 + 2\sqrt{2}},$$

所以 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最小值为 $2\sqrt{2} + 3$ 。

2. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 经过点 $(2, 2\sqrt{2})$, P 是圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 1$ 上一点, PA, PB 都是 C 的切线.



(1)求抛物线 C 的方程及其准线方程;

(2)求 $\triangle PAB$ 的面积得最大值.

【答案】(1) $y^2=4x$, $x=-1$ (2) $8\sqrt{2}$

【分析】

(1) 将点 $(2, 2\sqrt{2})$ 的坐标代入抛物线的方程, 求出 p 的值, 可求出抛物线 C 的方程, 可求出抛物线 C 的准线方程;

(2) 设 $P(x_0, y_0)$, 切线方程为 $x - x_0 = m(y - y_0)$, PA, PB 的斜率分别为 $\frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}$, 联立切线方程和抛物线方程, 得到直线 AB 的方程, 联立直线 AB 与抛物线方程, 求出 $|AB|$ 以及点 P 到直线 AB 的距离, 利用三角形的面积公式结合二次函数的基本性质可得 $\triangle PAB$ 的面积的最大值;

【解析】

(1) 因为抛物线 C 经过点 $(2, 2\sqrt{2})$, 所以 $(2\sqrt{2})^2 = 4p$, 即 $p=2$,

所以抛物线的方程为 $y^2=4x$, 所以准线方程为 $x=-\frac{p}{2}=-1$;

(2) 设 $P(x_0, y_0)$, 切线方程为 $x - x_0 = m(y - y_0)$, PA, PB 的斜率分别为 $\frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}$,

由 $\begin{cases} x - x_0 = m(y - y_0) \\ y^2 = 4x \end{cases}$, 得 $y^2 - 4my + 4my_0 - 4x_0 = 0$, 令 $\Delta=0$, 得 $m^2 - y_0m + x_0 = 0$,

由韦达定理可得 $m_1 + m_2 = y_0$, $m_1m_2 = x_0$, 且 $y_A = 2m_1$, $y_B = 2m_2$, 所以 $A(m_1^2, 2m_1)$, $B(m_2^2, 2m_2)$,

于是 $k_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{2}{m_1 + m_2}$, 所以直线 AB 的方程为 $\frac{2}{m_1 + m_2}(x - m_1^2) = y - 2m_1$,

即 $2x - (m_1 + m_2)y + 2m_1m_2 = 0$, 所以点 P 到直线 AB 的距离为 $d = \frac{|2x_0 - (m_1 + m_2)y_0 + 2m_1m_2|}{\sqrt{4 + (m_1 + m_2)^2}}$,

$|AB| = \sqrt{(m_1^2 - m_2^2)^2 + (2m_1 - 2m_2)^2} = |m_1 - m_2| \sqrt{4 + (m_1 + m_2)^2}$,

所以 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} |AB| \cdot d = \frac{1}{2} |m_1 - m_2| |2x_0 - (m_1 + m_2)y_0 + 2m_1m_2| = \frac{1}{2} \sqrt{y_0^2 - 4x_0} |2x_0 - y_0^2 + 2x_0|$

$= \frac{1}{2} \sqrt{y_0^2 - 4x_0} |4x_0 - y_0^2| = \frac{1}{2} \sqrt{(y_0^2 - 4x_0)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(1 - (x_0 + 1)^2 - 4x_0)^2} \leq 8\sqrt{2} \quad (-2 \leq x_0 \leq 0)$.

所以 $\triangle PAB$ 的面积得最大值为 $8\sqrt{2}$.

类型五、抛物线与双曲线交汇的面积问题

1. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$, 抛物线 $C_2: y^2 = 2px \quad (p > 0)$, F 为 C_2 的焦点, 过 F 垂直于 x 轴的直线 l

被抛物线 C_2 截得的弦长等于双曲线 C_1 的实轴长.

(1)求抛物线 C_2 的方程;

(2)过焦点 F 作互相垂直的两条直线, 与抛物线 C_2 分别相交于点 A 、 B 和 C 、 D , 点 P 、 Q 分别为 AB 、 CD 的中点, 求 $\triangle FPQ$ 面积的最小值.

【答案】(1) $y^2 = 8x$; (2) 16.

【分析】

(1) 由题设有直线 l 为 $x = \frac{p}{2}$, 联立抛物线求相交弦长有 $2p = 8$, 即可写出抛物线方程.

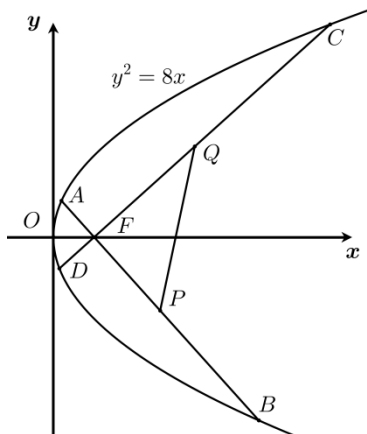
(2) 由题意, 可设直线 AB 为 $y = k(x-2)$ 且 $k \neq 0$, 联立抛物线应用韦达定理求 P 、 Q 坐标, 再由两点距离公式求 $|QF|$ 、 $|PF|$, 进而得到 $S_{\triangle FPQ}$ 关于 k 的表达式, 结合基本不等式求最小值, 注意等号成立条件.

【解析】

(1) 由题意, 双曲线实轴长 $2a = 8$, 直线 l 方程为 $x = \frac{p}{2}$, 由 $\begin{cases} x = \frac{p}{2} \\ y^2 = 2px \end{cases}$, 得 $y = |p|$, 则过 F 垂直于 x 轴的直线

l 被抛物线 C_2 的弦长为 $2p$, 所以 $2p = 8$, 故抛物线 C_2 的方程为 $y^2 = 8x$.

(2) 因为 $F(2, 0)$, 若直线 AB 、 CD 分别与两坐标轴垂直, 则其中有一条与抛物线只有一个交点, 不合题意;



所以, 直线 AB 、 CD 的斜率均存在且不为 0, 设直线 AB 的斜率为 $k (k \neq 0)$, 则直线 AB 的方程为 $y = k(x-2)$

联立 $\begin{cases} y^2 = 8x \\ y = k(x-2) \end{cases}$, 得 $ky^2 - 8y - 16k = 0$, 则 $\Delta = 64 + 64k^2 > 0$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $y_1 + y_2 = \frac{8}{k}$.

设 $P(x_P, y_P)$, 则 $y_P = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{4}{k}$, 则 $x_P = \frac{y_P}{k} + 2 = \frac{4}{k^2} + 2$, 即 $P(\frac{4}{k^2} + 2, \frac{4}{k})$, 同理得 $Q(4k^2 + 2, -4k)$,

故 $|QF| = \sqrt{(4k^2 + 2 - 2)^2 + (-4k)^2} = \sqrt{16k^4 + 16k^2} = 4\sqrt{k^2(1+k^2)}$, $|PF| = \sqrt{\frac{16}{k^4} + \frac{16}{k^2}} = \frac{4\sqrt{1+k^2}}{k^2}$, 又 $PF \perp QF$,

$$\text{所以 } S_{\triangle FPQ} = \frac{1}{2} |PF| \cdot |QF| = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{k^2(1+k^2)} \times \frac{4\sqrt{1+k^2}}{k^2} = \frac{8(1+k^2)}{|k|} = 8 \times (|k| + \frac{1}{|k|}) \geq 8 \times 2\sqrt{|k| \cdot \frac{1}{|k|}} = 16,$$

当且仅当 $|k| = \frac{1}{|k|}$, 即 $k = \pm 1$ 时等号成立, 故 $\triangle FPQ$ 面积的最小值为 16.

巩固练习

1. 在平面直角坐标系 xOy 中, 有一条抛物线 $\Gamma: y^2 = 2x$, 其焦点为 F , 在 Γ 上任取一点 P , 满足 $|PF| \leq \frac{5}{2}$. 当

$\triangle POF$ 的面积取得最大值时, 相应的点 P 的坐标为 ()

- A. $(\frac{1}{2}, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ 或 $(\frac{1}{2}, -1)$ C. $(2, 2)$ D. $(2, 2)$ 或 $(2, -2)$

【答案】D

【解析】

【分析】

设点 P 的横坐标为 m , 由抛物线的定义可得 $m \leq 2$, 由题意可得当 $m=2$ 时满足三角形的面积最大, 从而确定点 P 的坐标.

【详解】

由抛物线定义, 抛物线上的点到焦点的距离等于其到准线的距离. 该抛物线的准线方程为 $x = -\frac{1}{2}$, 设点 P 的

横坐标为 m , 则 $|PF| = m + \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2}$, 可得到 $m \leq 2$, 当 $\triangle POF$ 面积取得最大值时, 相应的点 P 的横坐标 $m=2$,

故相应的点 P 的坐标为 $(2, 2)$ 或 $(2, -2)$.

2. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 6x$ 的焦点, A, B 是抛物线 C 上不同的两点, O 为坐标原点, 若 $OA \perp OB$,

$OM \perp AB$, 垂足为 M , 则 $\triangle OFM$ 面积的最大值为 ()

- A. 6 B. 3 C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{9}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】

设直线 OA 的方程为 $y = kx (k \neq 0)$, 求出点 A, B 的坐标, 求出直线 AB 的方程和经过的定点, 求出点 M 的轨迹是以 OD 为直径的圆 (不包含点 O, D), 即得解.

【详解】

由题意知直线 OA 的斜率存在且不为 0，设直线 OA 的方程为 $y=kx(k \neq 0)$ ，与抛物线方程联立，得

$$A\left(\frac{6}{k^2}, \frac{6}{k}\right),$$

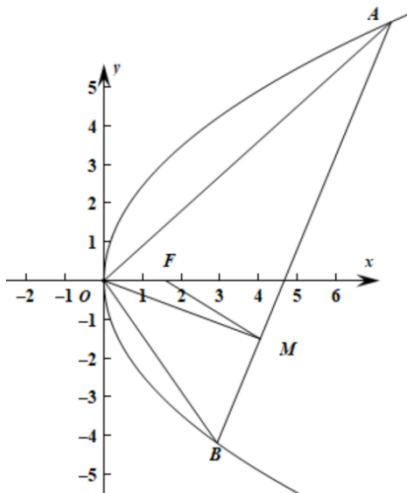
因为 $OA \perp OB$ ，所以直线 OB 的方程为 $y=-\frac{1}{k}x$ ，与抛物线方程联立，得 $B(6k^2, -6k)$ ，当 $k = \pm 1$ 时，易知 $AB \perp x$

轴，不符合题意；当 $k \neq \pm 1$ 时， $k_{AB} = \frac{\frac{6}{k} + 6k}{\frac{6}{k^2} - 6k^2} = \frac{k}{1-k^2}$ ，所以直线 AB 的方程为

$$y = \frac{k}{1-k^2}(x-6k^2) - 6k = \frac{k}{1-k^2}(x-6),$$

所以直线 AB 过定点 $D(6, 0)$ ，因为 $OM \perp AB$ ，所以点 M 的轨迹是以

OD 为直径的圆（不包含点 O, D ），所以点 M 到 x 轴距离的最大值为 3，此时 $\triangle OFM$ 的面积最大，又



3. 设点 $P(s, t)$ 为抛物线 $y^2 = x$ 上的动点， F 是抛物线的焦点，过点 P 作圆 $M: (x-2)^2 + y^2 = 1$ 的切线 l_1, l_2 ，分别交抛物线 C 于点 A, B ，当 $t > 1$ 时，求 $\triangle PAB$ 面积的最小值（ ）

- A. $3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}+2$ D. $\sqrt{3}+1$

【答案】A

【分析】 设 $P(t^2, t)$ ，设切线方程为 $x = m(y-t) + t^2$ ，由圆心到切线距离等于半径得关于 m 的方程，利用韦达定理得 $m_1 + m_2 = \frac{2t(t^2-2)}{t^2-1}$ ， $m_1 m_2 = t^2 - 3$ ，设 $A(y_1^2, y_1), B(y_2^2, y_2)$ ，由 P, A 坐标写出直线 PA 方程，与抛物

线方程联立，消元后可解得 $y_1 = m_1 - t$ ，同理 $y_2 = m_2 - t$ ，这样有 $y_1 + y_2 = m_1 + m_2 - 2t$ ，

$y_1 y_2 = (m_1 - t)(m_2 - t)$ ，由 A, B 两点坐标得出直线 AB 方程，然后由弦长公式求 $|AB|$ ，由点到直线距离公式求

出 P 到直线 AB 的距离，从而可求得 $S_{\triangle PAB}$ 并表示为 t 的函数，令 $u = t^2 - 1 > 0$ 换元后可得最小值.

【详解】由题意，因为 $P(s, t)$ 在抛物线 $y^2 = x$ 上，故设 $P(t^2, t)$ ，设过 P 的圆 M 的切线方程为 $x = m(y - t) + t^2$ ，

由 $\frac{|2+mt-t^2|}{\sqrt{1+m^2}}=1$ ，得 $(t^2-1)m^2+2t(2-t^2)m+t^4-4t^2+3=0$ ， m_1, m_2 是此方程的两根，则 $m_1+m_2=\frac{2t(t^2-2)}{t^2-1}$ ，

$m_1m_2=t^2-3$ ，设 $A(y_1^2, y_1), B(y_2^2, y_2)$ ，因为直线 $l_1: x=m_1(y-t)+t^2$ 与抛物线交于点 P, A ，

由 $\begin{cases} x=m_1(y-t)+t^2 \\ y^2=x \end{cases}$ ，得 $y^2-m_1y+m_1t-t^2=0$ ， $ty_1=m_1t-t^2$ ，所以 $y_1=m_1-t$ ，同理 $y_2=m_2-t$ ，

直线 AB 方程是 $y-y_1=\frac{y_1-y_2}{y_1^2-y_2^2}(x-y_1^2)$ ，即 $x-(y_1+y_2)y+y_1y_2=0$ ，

则 $|AB|=\sqrt{1+(y_1+y_2)^2}|y_1-y_2|$ ，点 P 到 AB 的距离为 $d=\frac{|t^2-t(y_1+y_2)+y_1y_2|}{\sqrt{1+(y_1+y_2)^2}}$ ，

又 $y_1+y_2=m_1+m_2-2t=\frac{-2t}{t^2-1}$ ， $y_1y_2=(m_1-t)(m_2-t)=\frac{3-t^2}{t^2-1}$ ，

所以 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}|AB|d=\frac{1}{2}|y_1-y_2||t^2-(y_1+y_2)t+y_1y_2|=\frac{1}{2}\sqrt{\left(-\frac{2t}{t^2-1}\right)^2-4\times\frac{3-t^2}{t^2-1}}\times\left|t^2-t\times\frac{-2t}{t^2-1}+\frac{3-t^2}{t^2-1}\right|$

$=\sqrt{\frac{1}{(t^2-1)^2}-\frac{1}{t^2-1}+1}\cdot(t^2+1+\frac{4}{t^2-1})$ ，

令 $u=t^2-1>0$ ，则 $S_{\triangle PAB}=\left(u+\frac{4}{u}+2\right)\sqrt{\frac{1}{u^2}-\frac{1}{u}+1}$ ， $u+\frac{4}{u}+2\geq 2\sqrt{u\times\frac{4}{u}}+2=6$ ，当且仅当 $u=2$ 时等号成立，

$\frac{1}{u^2}-\frac{1}{u}+1=\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geq\frac{3}{4}$ ，当且仅当 $u=2$ 时等号成立，所以 $u=2$ ，即 $t=\sqrt{3}$ 时， $S_{\triangle PAB}$ 取得最小值

$6\sqrt{\frac{3}{4}}=3\sqrt{3}$ 。

【点睛】本题考查直线与抛物线相交，直线与圆的位置关系，解题方法是设而不求的思想方法，设 $P(t^2, t)$ ，设 $A(y_1^2, y_1), B(y_2^2, y_2)$ ，为了建立 y_1, y_2 与 t 的关系，设过 P 的切线方程为 $x=m(y-t)+t^2$ ，由圆心到切线距离等于半径得出 m_1+m_2, m_1m_2 （用 t 表示），然后利用直线 PA 与抛物线相交，两方程联立方程组的解得出 m_1, m_2 与 y_1, y_2 的关系，之后求弦长，求距离得三角形面积，把面积表示为 t 的函数，再由函数的知识得出最小值。

4.（多选题）如图，已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4}+y^2=1$ ，过抛物线 $C_2: x^2=4y$ 焦点 F 的直线交抛物线于 M, N 两点，

连 NO, MO 并延长分别交 C_1 于 A, B 两点，连接 AB ， $S_{\triangle OMN}$ 与 $S_{\triangle OAB}$ 的面积分别记为 $S_{\triangle OMN}, S_{\triangle OAB}$ 。则

下列说法正确的是（ ）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/628002116102007013>