2024-2025学年北京市东城区高一上学期期中联考数学检测试题

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题

1.（4分）集合$P=\{x\in\mathbf{Z}|0\le x<3\}$，$M=\{x\in\mathbf{Z}|x^2<9\}$，则$P\cap M=$（　　）

A．$\{1,2\}$　　B．$\{0,1,2\}$　　C．$\{x|0\le x<3\}$　　D．$\{x|0\le x\le 3\}$

2.（4分）下列函数中，是偶函数且不存在零点的是（　　）

A．$y=x^2$　　B．$y=\sqrt{x}$　　C．$y=x^4\ (x>0)$　　D．$y=|x|+1$

3.（4分）定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$，对任意x_1，$x_2\in\mathbf{R}\ (x_1\ne x_2)$，有$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$，则（　　）

A．$f(3)<f(2)<f(1)$　　B．$f(1)<f(2)<f(3)$

C．$f(2)<f(1)<f(3)$　　D．$f(3)<f(1)<f(2)$

4.（4分）已知命题p：$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+2x_0+a\le 0$是假命题，则实数a的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,1]$　　B．$[1,+\infty)$　　C．$(-\infty,1)$　　D．$(1,+\infty)$

5.（4分）关于函数$f(x)=\frac{3x+2}{x-1}$，下列说法不正确的是（　　）

A．$f(x)$有且仅有一个零点

B．$f(x)$在$(-\infty,1)$，$(1,+\infty)$上单调递减

C．$f(x)$的定义域为$\{x|x\ne 1\}$

D．$f(x)$的图象关于点$(1,0)$对称

6.（4分）若关于x的不等式$ax-b>0$的解集为$\{x|x>1\}$，则关于x的不等式

$\frac{ax+b}{x-2}>0$的解集为（　　）

A．$\{x|x<-2,或x>1\}$　　B．$\{x|1<x<2\}$

C．$\{x|x<-1,或x>2\}$　　D．$\{x|-2<x<-1\}$

7．（4 分）如果 a，b，c 满足 $c<b<a$ 且 $ac<0$，那么下列选项中不一定成立的是（　　）

A．$ab>ac$　　B．$c(b-a)>0$　　C．$cb^2>ab^2$　　D．$ac(a-c)<0$

8．（4 分）已知 a，$b\in\mathbf{R}$，则“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”是“$a>b$”的（　　）

A．充分而不必要条件

B．必要而不充分条件

C．充分必要条件

D．既不充分也不必要条件

9．（4 分）已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，且在 $(-\infty,0]$ 上是增函数，若不等式 $f(a)\geq f(x)$ 对任意 $x\in[1,2]$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,1]$　　B．$[-1,1]$　　C．$(-\infty,2]$　　D．$[-2,2]$

10．（4 分）函数 $f(x)=\begin{cases}x,x\in P\\-x,x\in M\end{cases}$，其中 P，M 为实数集 **R** 的两个非空子集．又规定 $f(P)=\{y|y=f(x),x\in P\}$，$f(M)=\{y|y=f(x),x\in M\}$．下列四个判断其中正确的是（　　）

①若 $P\cap M=\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)=\varnothing$；

②若 $P\cap M=\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$；

③若 $P\cup M=R$，则 $f(P)\cup f(M)=R$；

④若 $P\cup M=R$，则 $f(P)\cup f(M)\neq R$．

A．①③　　B．②③　　C．②④　　D．①④

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在题中横线上）

11．（5 分）已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{a,a^2+3\}$ $B=\{a，a^2+3\}$．若 $A\cap B=\{1\}$ $A\cap B=\{1\}$，则实数 a 的值为_____.

12．（5 分）函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-3}}{|x+1|-5}$ 的定义域为 _____.

13．（5 分）设 x_1，x_2 是方程 $3x^2-2x-4=0$ 的两根，不解方程，求下列各式的值：

（1）$\dfrac{x_2}{x_1}+\dfrac{x_1}{x_2}=$ _____；

（2）$x_1^3+x_2^3=$ _____.

14．（5 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}-ax+1, x<a\\ (x-2)^2, x\geq a\end{cases}$，若 $f(x)$ 存在最小值，则 a 的一个取值为 ____；a 的最大值为 _____.

15．（5 分）设 A 是非空数集，若对任意 x，$y\in A$，都有 $x+y\in A$、$xy\in A$，则称 A 具有性质 P，给出以下命题：

①若 A 具有性质 P，则 A 可以是有限集；

②若 A 具有性质 P，且 $A\neq R$，则 C_RA 具有性质 P；

③若 A_1、A_2 具有性质 P，且 $A_1\cap A_2\neq\varnothing$，则 $A_1\cap A_2$ 具有性质 P；

④若 A_1、A_2 具有性质 P，则 $A_1\cup A_2$ 具有性质 P.

其中所有真命题的序号是 _____.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 55 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16．已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x|x^2-4x+3\leq 0\}$，$B=\{x||x-3|<1\}$，

$C=\{x|2a\leq x\leq a+2, a\in\mathbf{R}\}$.

（I）集合 A=_____；B=_____；$A\cap B=$_____；$A\cup(C_UB)=$_____；

（II）若 $B\cup C=B$，求 a 的取值范围；

（III）若 $A\cap C\neq\varnothing$，求 a 的取值范围.

17．已知函数 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$，$f(x)$ 为 R 上的奇函数且 $f(1)=\dfrac{1}{2}$.

（1）求 a，b；

（2）判断 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的单调性并证明；

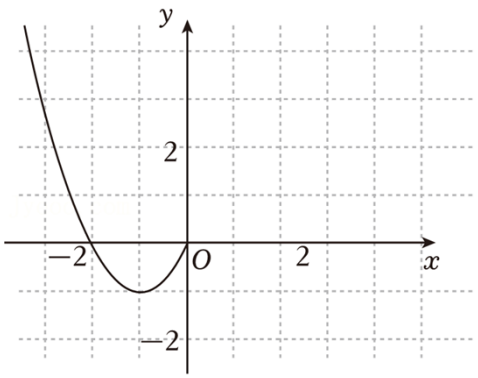
（3）当$x\in[-4,-1]$时，求$f(x)$的最大值和最小值.

18．已知函数$f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数，且当$x\le 0$时，$f(x)=x^2+2x$.

（I）求出当$x>0$时，$f(x)$的解析式；

（II）如图，请补出函数$f(x)$的完整图象，根据图象直接写出函数$f(x)$的单调递减区间；

（III）结合函数图象，讨论函数$f(x)$在$[-3,a]$上的值域.



19．近年来，国内多个城市纷纷加码布局“夜经济”，以满足不同层次的多元消费，并拉动就业、带动创业，进而提升区域经济发展活力．某夜市的一位工艺品售卖者，通过对每天销售情况的调查发现：该工艺品在过去的一个月内（以 30 天计），每件的销售价格 P（单位：元）与时间 x（单位：天）的函数关系近似满足$P(x)=10+\dfrac{k}{x}$（k 为常数，且$k>0$，$1\le x\le 30$，$x\in\mathbf{N}_+$），日销售量 Q（单位：件）与时间 x（单位：天）的部分数据如表所示：

x	10	15	20	25	30
2（x）	50	55	60	55	50

已知第 10 天的日销售收入为 505 元.

给出以下三个函数模型：

①$Q(x)=ax+b$；②$Q(x)=a|x-m|+b$；③$Q(x)=a-bx$.

（I）请你根据表中的数据，从中选择你认为最合适的一种函数模型来描述日销售量$Q(x)$与时间 x 的变化关系，并求出该函数的解析式；

（II）设该工艺品的日销售收入为$f(x)$（单位：元），求$f(x)$的解析式.

（III）该工艺品的日销售收入哪天最低？最低收入是多少？

20．对于正整数集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}\left(n\in \mathbf{N}^*,n\geq 3\right)$，如果去掉其中任意一个元素 $a_i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$之后，剩余的所有元素组成的集合都能分为两个交集为空集的集合，且这两个集合的所有元素之和相等，就称集合 A 具有可分性．

（I）分别判断集合 $\{1,2,3,4\}$，$\{1,2,3,4,5\}$是否具有可分性，并说明理由；

（II）判断是否存在五个元素的集合具有可分性，并说明理由．

（III）若集合 A 具有可分性，求集合 A 中元素个数的最小值．

答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题

1．

【正确答案】*B*

【分析】由题意集合 $P=\{x\in\mathbf{Z}|0\le x<3\}$，$M=\{x\in\mathbf{Z}|x^2<9\}$，分别解出集合 *P*，*M*，从而求出 $P\cap M$．

解：∵集合 $P=\{x\in\mathbf{Z}|0\le x<3\}$，

$\therefore P=\{0,1,2\}$，

$\because M=\{x\in\mathbf{Z}|x^2<9\}$，

$\therefore M=\{-2,-1,0,1,2\}$，

$\therefore P\cap M=\{0,1,2\}$，

故选：*B*．

2．

【正确答案】*D*

【分析】判断函数的奇偶性以及函数的零点，判断选项即可．

解：$y=x^2$，函数是偶函数，存在零点，所以 *A* 不正确；

$y=\sqrt{x}$，不是偶函数，所以 *B* 不正确；

$y=x^4\left(x>0\right)$，不是偶函数，所以 *C* 不正确；

$y=|x|+1$ 是偶函数，没有零点，所以 *D* 正确．

故选：*D*．

3．【正确答案】*A*

【分析】由题意函数的单调性，得出结论.

解：定义在 **R** 上的函数 $f\left(x\right)$，对任意 x_1，$x_2\in\mathbf{R}$（$x_1\neq x_2$），有 $\frac{f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)}{x_2-x_1}<0$，则函数 $f\left(x\right)$ 在 **R** 上单调递减，

$\because 1<2<3$，$\therefore f\left(3\right)<f\left(2\right)<f\left(1\right)$，

故选：*A*.

4.

【正确答案】*D*

【分析】由题意得 $x^2+2x+a>0$ 恒成立，然后结合二次函数的性质可求.

解：因为 *p*：$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+2x_0+a\leq 0$ 是假命题，

故 $x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+a>0$ 恒成立，

所以 $4-4a<0$，

所以 $a>1$.

故选：*D*.

5.

【正确答案】*D*

【分析】求解零点判断 *A*；化简函数的解析式，判断函数的单调性，判断 *B*；求解定义域判断 *C*；判断对称性，判断 *D*.

解：函数 $f\left(x\right)=\frac{3x+2}{x-1}$，令 $f\left(x\right)=0$，可知 $x=-\frac{2}{3}$，函数值域一个零点，所以 *A* 正确；

函数 $f\left(x\right)=\frac{3x+2}{x-1}=3+\frac{5}{x-1}$，可知函数在 $\left(-\infty,1\right)$，$\left(1,+\infty\right)$ 上单调递减；所以 *B* 正确；

函数关于点 $\left(1,3\right)$ 对称，所以 *D* 不正确.

$f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\neq 1\right\}$，所以 *C* 正确.

故选：*D*.

6.

【正确答案】*C*

【分析】由已知结合分式不等式的求法即可求解.

解：关于 x 的不等式 $ax-b>0$ 的解集为 $\{x|x>1\}$，则 $a=b>0$，

关于 x 的不等式 $\frac{ax+b}{x-2}>0$ 可化为 $\frac{a(x+1)}{x-2}>0$，

即 $\frac{x+1}{x-2}>0$，

解得 $x>2$ 或 $x<-1$.

故选：C.

7.

【正确答案】C

【分析】本题根据 $c<b<a$，可以得到 $b-a$ 与 $a-c$ 的符号，当 $a>0$ 时，则 A 成立，$c<0$ 时，B 成立，又根据 $ac<0$，得到 D 成立，当 $b=0$ 时，C 不一定成立.

解：对于 A，$\because c<b<a$ 且 $ac<0$，

$\therefore$ 则 $a>0$，$c<0$，

必有 $ab>ac$，

故 A 一定成立，

对于 B，$\because c<b<a$，

$\therefore b-a<0$，

又由 $c<0$，则有 $c(b-a)>0$，故 B 一定成立，

对于 C，当 $b=0$ 时，$cb^2>ab^2$ 不成立，

当 $b\neq 0$ 时，$cb^2<ab^2$ 成立，

故 C 不一定成立，

对于 D，$\because c<b<a$ 且 $ac<0$，

$\therefore a-c>0$，

$\therefore ac(a-c)<0$，故 D 一定成立，

故选：C.

8.

【正确答案】D

【分析】根据题意作差可得$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}$，由此结合充要条件的定义，判断出正确答案.

解：由$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}$，可得：

若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则$\frac{b-a}{ab}<0$，当$ab<0$时，$b>a$，故不能推出$a>b$；

若$a>b$，则当$ab<0$时，$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}>0$，可得$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，也不能推出$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

综上所述，“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”是“$a>b$”的既不充分也不必要条件.

故选：D.

9.

【正确答案】B

【分析】偶函数$f(x)$在$[0,+\infty)$上是减函数，则不等式$f(a)\geq f(x)$对任意$x\in[1,2]$恒成立，即不等式$f(|a|)\geq f(|x|)$对任意$x\in[1,2]$恒成立，即可得到答案.

解：由题意，偶函数$f(x)$在$[0,+\infty)$上是减函数，

则不等式$f(a)\geq f(x)$对任意$x\in[1,2]$恒成立，即不等式$f(|a|)\geq f(|x|)$对任意$x\in[1,2]$恒成立，

$\therefore|a|\leq|x|$对任意$x\in[1,2]$恒成立，

$\therefore|a|\leq 1$，则$-1\leq a\leq 1$

故选：B.

10.

【正确答案】C

【分析】通过取特殊集合分析①③；先分析$P\cap M$的结果，根据结果判断②；先考虑$0\notin(P\cup M)$的情况，然后分析 0 的唯一性，由此判断④.

解：对于①：若$P=\{1\}$，$M=\{-1\}$，满足$P\cap M=\varnothing$，

此时 $f(P)=\{1\}$，$f(M)=\{1\}$，$f(P)\cap f(M)=\{1\}=\varnothing$，故错误；

对于②：若 $P\cap M\neq\varnothing$，则由函数定义可知 $x=-x$，即 $x=0$，所以 $P\cap M=\{0\}$，

则 $0\in\left[f(P)\cap f(M)\right]$，所以 $f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$，故正确；

对于③：若 $P=[0,+\infty)$，$M=[0,+\infty)$，满足 $P\cup M=R$，

此时 $f(P)=[0,+\infty)$，$f(M)=[0,+\infty)$，$f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$，故错误；

对于④：若 $0\notin(P\cup M)$，则 $0\notin\left[f(P)\cup f(M)\right]$，$f(P)\cup f(M)\neq R$；

若 $\exists x_0\notin(P\cup M)$，$x_0\neq0$，假设 $\left[f(P)\cup f(M)\right]=R$，

则 $x_0\notin P$，$x_0\notin M$，所以 $x_0\notin f(P)$，$-x_0\notin f(M)$，

所以 $-x_0\notin f(P)$，$x_0\in f(M)$，所以 $-x_0\in P$，$-x_0\in M$，$-x_0\in(M\cap P)$，

这显然与 $P\cap M=\{0\}$ 矛盾，所以假设不成立，

所以若 $P\cap M\neq R$，则 $f(P)\cup f(M)\neq R$，故正确.

故选：C.

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在题中横线上）

11.

【正确答案】见试题解答内容

【分析】利用交集定义直接求解.

解：∵集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{a,a^2+3\}$．$A\cap B=\{1\}$，

$\therefore a=1$ 或 $a^2+3=1$，

当 $a=1$ 时，$A=\{1,2\}$，$B=\{1,4\}$，成立；

$a^2+3=1$ 无解.

综上，$a=1$.

故 1.

12.

【正确答案】见试题解答内容

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/628005007113007013