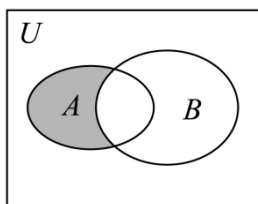


2024-2025 学年广东省肇庆市高三上学期开学考试数学检测试题

(一)

一、单项选择题 本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x | -3 < x < 1\}$ ， $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ，则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $(-3, 0)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(2, 3)$
2. 复数 $\frac{1+3i}{1-i}$ 的虚部为 ()
- A. $-i$ B. -1 C. $2i$ D. 2
3. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $ax^2 + 2x + 1 < 0$ 成立为真命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $[0, 1)$ D. $(0, 1]$
4. 对任意 $x \in [1, 2]$, 不等式 $ax^2 - 2x + 3a < 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $\left(-\infty, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{4}{7}\right)$ C. $\left(\frac{4}{7}, +\infty\right)$ D. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$
5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 0 \\ -x+2, & x > 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x) \geq x^2$ 的解集是 ()
- A. $[-1, 1]$ B. $[-2, 2]$ C. $[-2, 1]$ D. $[-1, 2]$
6. 已知函数 $f(x) = 2^x - 2^{-x} + ax + 2 (a \in \mathbf{R})$, 若 $f(2) = 5$, 则 $f(-2) =$ ()
- A. -1 B. 1 C. -5 D. 5
7. 已知函数 $f(x) = (m-2)x^m$ 为幂函数, 若函数 $g(x) = \lg x + x - m$, 则 $g(x)$ 的零点所在区间为 ()
- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$

8. 已知定义在 R 上的函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 1 \\ |x^2 - x|, & x \leq 1 \end{cases}$, 若函数 $k(x) = f(x) + ax$ 恰有 2 个零点, 则

实数 a 的取值范围为 ()

- A. $\left(-\infty, -\frac{1}{e}\right) \cup \{0\} \cup (1, +\infty)$ B. $\left(-1, -\frac{1}{e}\right) \cup \{0\} \cup (1, +\infty)$
C. $\left(-1, -\frac{1}{e}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$ D. $(-\infty, -1) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{e}, 1\right)$

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分.

9. 下列说法正确的有 ()

- A. 不等式 $\frac{2x-1}{3x+1} > 1$ 的解集是 $\left\{x \mid -2 \leq x \leq -\frac{1}{3}\right\}$
B. “ $a > 1, b > 1$ ”是“ $ab > 1$ ”成立的充分条件
C. 命题 $P: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$, 则 $\neg P: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$
D. “ $a < 5$ ”是“ $a < 3$ ”的必要条件

10. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 ()

- A. ab 的最小值是 $\frac{1}{4}$ B. $2a^2 + b^2$ 最小值为 $\frac{2}{3}$
C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的最大值是 $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{a} + \frac{2a}{b}$ 的最小值是 $1 + \sqrt{2}$

11. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $f(x+1)$ 是偶函数, 当 $x \in [0, 1], f(x) = x^2 + x$,

则下列说法中正确的有 ()

- A. 函数 $f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称
B. 4 是函数 $f(x)$ 的周期
C. $f(2022) + f(2023) = 0$
D. 方程 $f(x) = |\ln x|$ 恰有 4 不同的根

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 计算: $(2024)^0 + 3 \times \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + (\lg 4 + \lg 25)$ 的值是_____.

13. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ，函数 $y = g(x)$ 为一次函数，若 $g(f(x)) = 2x^2 + 4x + 3$ ，则 $g(x) =$ _____.

14. 若函数 $f(x) = x^2 + \ln(2 + |x|)$ ，则使得 $f(2x+1) < f(x-1)$ 成立的 x 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 2\ln x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最小值.

16. (15 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - (2+k)x + 2k$ ，其中 $k \in \mathbb{R}$.

(1) 若关于 x 的方程 $f(x) = -\frac{1}{4}k^2 + 2k$ 有两实数根，且两实数根之积等于 1，求 k 的值；

(2) 解关于 x 的不等式 $f(x) < 0$.

17. (15 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax - (2a+2)$.

(1) 解关于 x 的不等式 $f(x) > x$ ；

(2) 若 $f(x) + 3 \geq 0$ 在区间 $(-1, +\infty)$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围.

18. (17 分) 已知函数 $f(x) = k \cdot 2^x - 2^{-x}$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.

(1) 求 k 的值;

(2) 用定义法证明函数的单调性, 并求不等式 $f(x^2 + 2x) + f(x - 4) > 0$ 的解集;

(3) 若 $g(x) = 2^{2x} + 2^{-2x} - 2mf(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上的最小值为 -2 , 求 m 的值.

19. (17 分) 已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a - 2)e^x - x$, $g(x) = e^x - \ln(x + m)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $m \leq 2$ 时, 求证: $g(x) > 0$;

(3) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

答案

1. 【正确答案】A 【详解】因为 $A = \{x | -3 < x < 1\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$,

所以 $A \cap B = \{x | 0 \leq x < 1\}$,

所以 $\partial_A(A \cap B) = \{x | -3 < x < 0\} = (-3, 0)$,

即图中阴影部分表示的集合为 $(-3, 0)$. 故选: A

2. 【正确答案】D

【分析】根据复数的除法运算和复数的虚部概念即可.

【详解】 $\frac{1+3i}{1-i} = \frac{(1+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-2+4i}{2} = -1+2i$, 故该复数的虚部为 2.

故选: D.

3. B

【分析】由一次函数和二次函数的图象和性质, 知当 $a \leq 0$ 时, 命题为真命题, 当 $a > 0$ 时, 需 $\Delta > 0$, 最后综合讨论结果, 可得答案.

【详解】命题 P 为真命题等价于不等式 $ax^2 + 2x + 1 < 0$ 有解.

当 $a = 0$ 时, 不等式变形为 $2x + 1 < 0$, 则 $x < -\frac{1}{2}$, 符合题意;

当 $a > 0$ 时, $\Delta = 4 - 4a > 0$, 解得 $0 < a < 1$;

当 $a < 0$ 时, 总存在 $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $ax^2 + 2x + 1 < 0$;

综上可得实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 1)$.

故选: B

4. 【正确答案】D

【分析】参变分离, 转化为求 $\frac{2x}{x^2+3}$ 的最小值问题, 变形为 $\frac{2}{x+\frac{3}{x}}$, 利用对勾函数性质求解可得.

【详解】分离参数得 $a < \frac{2x}{x^2+3}$,

要使对任意 $x \in [1, 2]$, 不等式 $ax^2 - 2x + 3a < 0$ 恒成立, 只需 $a < \left(\frac{2x}{x^2+3}\right)_{\min}$.

又因为 $\frac{2x}{x^2+3} = \frac{2}{x+\frac{3}{x}}$, 令 $f(x) = x + \frac{3}{x}$,

由对勾函数性质可知, $f(x)$ 在 $[1, \sqrt{3})$ 上单调递减, 在 $[\sqrt{3}, 2]$ 上单调递增,

又 $f(1)=4, f(2)=\frac{7}{2}$, 所以 $f(x)_{\max}=4$,

所以 $\left(\frac{2x}{x^2+3}\right)_{\min}=\frac{1}{2}$, 所以 $a<\frac{1}{2}$.

故选: D

5. A

【详解】依题意得 $\begin{cases} x \leq 0 \\ x+2 \geq x^2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x > 0 \\ -x+2 \geq x^2 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 0$ 或 $0 < x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$, 选 A.

6. A

【分析】构造函数 $g(x)=f(x)-2=2^x-2^{-x}+ax$, 证明其为偶函数, 据此可得解.

【详解】设 $g(x)=f(x)-2=2^x-2^{-x}+ax$,

则 $g(-x)=2^{-x}-2^x-ax=-g(x)$,

所以 $g(x)+g(-x)=0$, 即 $f(x)-2+f(-x)-2=0$,

所以 $f(x)+f(-x)=4$.

因为 $f(2)=5$, 所以 $f(-2)=4-5=-1$.

故选: A

7. C

【分析】由 $f(x)$ 为幂函数, 可求出 $m=3$, 即得到 $g(x)=\lg x+x-3$, 再利用零点存在定理从而可求解.

【详解】由 $f(x)=(m-2)x^m$ 为幂函数, 所以 $m-2=1$, 得 $m=3$, 所以 $g(x)=\lg x+x-3$,

对 A: 当 $x \rightarrow 0$ 时, $g(x) \rightarrow -\infty$, $g(1)=-2$, 故 A 错误;

对 B: $g(1)=-2$, $g(2)=\lg 2-1 < 0$, 故 B 错误;

对 C: $g(2)=\lg 2-1 < 0$, $g(3)=\lg 3 > 0$, 故 C 正确;

对 D: $g(3)=\lg 3 > 0$, $g(4)=\lg 4+1 > 0$, 故 D 错误;

故选: C.

8. 【正确答案】B

【分析】函数 $k(x)=f(x)+ax$ 恰有 2 个零点, 转化为直线 $y=-ax$ 与 $y=f(x)$ 的图象有两个交点, 作出函数 $f(x)$ 的图象及直线 $y=-ax$ 观察它们交点个数, 对函数 $f(x)$

要分类讨论，求在点处或过原点的切线斜率.

【详解】如图，数形结合，观察直线 $y = -ax$ 与曲线 $y = f(x)$ 的位置关系.

当 $x \in (-\infty, 0]$, $f(x) = x^2 - x$, $f'(x) = 2x - 1$, $f'(0) = -1$,

故在 $(0, 0)$ 处的切线方程为 $y_1 = -x$.

当 $x \in [0, 1]$, $f(x) = -x^2 + x$, 同理可得在 $(0, 0)$ 处的切线方程为 $y_2 = x$.

当 $x \in (1, +\infty)$, $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$,

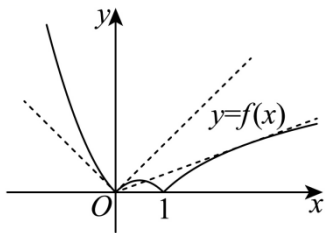
设切点为 $(t, \ln t)$, 其中 $t > 1$, 则过该点的切线方程为 $y - \ln t = \frac{1}{t}(x - t)$,

代入 $(0, 0)$, 得 $t = e$, 故过 $(e, 1)$ 的切线方程为 $y_3 = \frac{1}{e}x$.

可得当 $-a \in (-\infty, -1) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{e}, 1\right)$ 时, 有两个交点, 即函数 $y = k(x)$ 恰有两个零点.

此时 $a \in \left(-1, -\frac{1}{e}\right) \cup \{0\} \cup (1, \infty)$

故选: B



本题考查函数零点个数问题, 解题关键是转化为直线与函数图象交点个数, 通过数形结合思想求解.

9. 【正确答案】BD

【分析】对 A: 利用分式不等式得解法解出即可得; 对 B: 利用充分条件定义判断即可得;

对 C: 借助全称命题的否定即可得; 对 D: 利用必要条件定义判断即可得.

【详解】对 A: $\frac{2x-1}{3x+1} > 1 \Leftrightarrow \frac{2x-1-3x-1}{3x+1} > 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{3x+1} < 0 \Leftrightarrow (x+2)(3x+1) < 0$,

解得 $-2 < x < -\frac{1}{3}$, 即其解集为 $\left\{x \mid -2 < x < -\frac{1}{3}\right\}$, 故 A 错误;

对 B: 若 $a > 1$, $b > 1$, 则 $ab > 1$,

故“ $a > 1$, $b > 1$ ”是“ $ab > 1$ ”成立的充分条件, 故 B 正确;

对 C: $\forall x \in \mathbf{R}$, $x^2 > 0$ 的否定为 $\exists x \in \mathbf{R}$, $x^2 \leq 0$, 故 C 错误;

对 D: 由“ $a < 3$ ”可得“ $a < 5$ ”, 故“ $a < 5$ ”是“ $a < 3$ ”的必要条件, 故 D 正确.

故选: BD.

10. 【正确答案】BC

【分析】利用基本不等式即可得到 A; 二元换一元, $b=1-a$ 代入 $2a^2+b^2$, 利用二次函数求出最值, 得出 B 选项; 利用 $\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{4} \leq \frac{a+b}{2}$ 即可得到 C 选项; 利用“1”的妙用得出 D.

【详解】对于 A, $\because a > 0, b > 0$, 且 $a+b=1$, $\therefore ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, 即 $a=b=\frac{1}{2}$ 时, 等号成立,

即 ab 的最大值是 $\frac{1}{4}$, 故 A 不正确;

对于 B, $\because a+b=1$, $\therefore b=1-a$, $2a^2+b^2=2a^2+(1-a)^2=3\left(a-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$,

所以 $2a^2+b^2 \geq \frac{2}{3}$, 故 B 正确;

对于 C, $\because a > 0, b > 0$, 且 $a+b=1$, $\therefore \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{4} \leq \frac{a+b}{2} = \frac{1}{2}$, 即 $\sqrt{a}+\sqrt{b} \leq \sqrt{2}$

当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时, 等号成立, 故 C 正确;

对于 D, $\because \frac{1}{a} + \frac{2a}{b} = \frac{a+b}{a} + \frac{2a}{b} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 1 + 2\sqrt{2}$,

即 $a=\sqrt{2}-1, b=2-\sqrt{2}$ 时, 等号成立,

所以 $\frac{1}{a} + \frac{2a}{b}$ 的最小值是 $1+2\sqrt{2}$, 故 D 错误.

故选: BC.

11. ABD

【分析】根据奇偶性的定义, 结合函数的对称性, 即可判断 A 的正误; 根据题意, 结合函数的周期性, 可判断 B 的正误; 根据函数的周期性, 结合解析式, 即可判断 C 的正误; 分别作出 $y=f(x)$ 和 $y=|\ln x|$ 的图象, 即可判断 D 的正误, 即可得答案.

【详解】对于 A: 因为 $g(x)=f(x+1)$ 是偶函数,

所以 $g(-x)=g(x)$, 即 $f(1-x)=f(1+x)$

所以 $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称, 故 A 正确.

对于 B: 因为 $f(1-x)=f(1+x)$,

所以 $f(2+x)=f(1-(1+x))=f(-x)=-f(x)$,

所以 $f(x+4)=-f(x+2)=-(-f(x))=f(x)$, 即周期 $T=4$, 故 B 正确

对于 C: $f(2022)=f(2)=-f(0)=0, f(2023)=f(3)=f(-1)=-f(1)=-2$,

所以 $f(2022)+f(2023)=-2 \neq 0$, 故 C 错误;

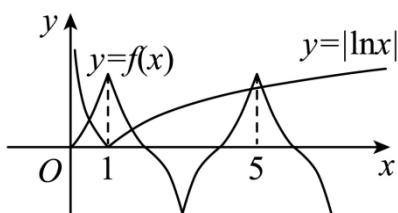
对于 D: 因为 $x \in [0, 1], f(x)=x^2+x$, 且 $f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称,

根据对称性可以作出 $x \in [1, 2]$ 上的图象,

又 $f(2+x)=-f(x)$, 根据对称性, 可作出 $x \in [2, 4]$ 上的图象,

又 $f(x)$ 的周期 $T=4$,

作出 $y=f(x)$ 图象与 $y=|\ln x|$ 图象, 如下图所示:



所以 $f(x)$ 与 $y=|\ln x|$ 有 4 个交点, 故 D 正确.

故选: ABD

12. 【正确答案】 5

【分析】根据分数指数幂的运算法则和对数运算法则计算即可得解.

【详解】原式 $= 1 + 3 \times \left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} + \lg(4 \times 25)$

$$= 1 + 3 \times \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} + \lg 100$$

$$= 1 + 3 \times \frac{2}{3} + \lg 10^2 = 1 + 2 + 2 = 5.$$

故 5.

13. $2x+5$

【分析】设出函数的解析式，利用待定系数法转化求解即可.

【详解】由题意，函数 $y=g(x)$ 为一次函数，

由待定系数法，设 $g(x)=kx+b$ ($k \neq 0$)，

所以 $g(f(x))=k(x^2+2x-1)+b$ ，

由对应系数相等，得 $k=2$ ， $b=5$ ，

故 $g(x)=2x+5$.

故 $2x+5$

14. $(-2,0)$

【分析】由题知函数为偶函数且在 $[0,+\infty)$ 单调递增，由此抽象出不等式，解出即可

【详解】由函数的定义域为 $\mathbf{R}$ ，

$$f(-x)=(-x)^2+\ln(2+|-x|)=x^2+\ln(2+|x|)=f(x)$$

所以函数 $f(x)$ 为偶函数

当 $x \in [0,+\infty)$ 时， $y=x^2$ 与 $y=\ln(2+|x|)$ 为单调递增函数

所以 $f(x)$ 在 $x \in [0,+\infty)$ 单调递增

$$\text{所以 } f(2x+1) < f(x-1) \Leftrightarrow f(|2x+1|) < f(|x-1|)$$

$$\text{所以 } |2x+1| < |x-1| \Leftrightarrow (2x+1)^2 < (x-1)^2$$

解得： $-2 < x < 0$

故 $(-2,0)$

15. 【正确答案】(1) $4x+2y-3=0$ (2) $-2\ln 2$

【分析】(1) 先确定切点，再求切线斜率，利用点斜式可得切线方程.

(2) 分析函数的单调性，可得函数的最小值.

【详解】(1) 因为： $f(1)=\frac{1}{2}-1-0=-\frac{1}{2}$ ，所以切点坐标为： $\left(1,-\frac{1}{2}\right)$ ，

又 $f'(x)=x-1-\frac{2}{x}$ ， $f'(1)=-2$ ，即为所求切线的斜率.

所以切线方程为： $y+\frac{1}{2}=-2(x-1)$ ，化简得： $4x+2y-3=0$

$$(2) f'(x) = x - 1 - \frac{2}{x} = \frac{x^2 - x - 2}{x} = \frac{(x-2)(x+1)}{x}, \quad (x > 0)$$

由 $f'(x) > 0 \Rightarrow x > 2$; 由 $f'(x) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$.

所以 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递减, 在 $[2, e]$ 上单调递增.

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的极小值为 $f(2) = -2\ln 2$, 也是最小值.

16. 【分析】(1) 利用二次方程的韦达定理即可得解;

(2) 分类讨论 k 的取值范围, 结合二次不等式的解法即可得解.

【详解】(1) 因为 $f(x) = x^2 - (2+k)x + 2k$,

所以由 $f(x) = -\frac{1}{4}k^2 + 2k$, 得 $x^2 - (2+k)x + 2k = -\frac{1}{4}k^2 + 2k$,

整理得 $x^2 - (2+k)x + \frac{1}{4}k^2 = 0$,

因为方程 $f(x) = -\frac{1}{4}k^2 + 2k$ 有两实数根, 即 $x^2 - (2+k)x + \frac{1}{4}k^2 = 0$ 有两实数根,

所以 $\Delta = (2+k)^2 - 4 \times \frac{1}{4}k^2 = 4(k+1) \geq 0$, 则 $k \geq -1$,

又两实数根之积等于 1, 所以 $\frac{1}{4}k^2 = 1$, 解得 $k = 2$ 或 $k = -2$ (舍去),

经检验, $k = 2$ 满足要求,

所以 $k = 2$.

(2) 因为 $f(x) = x^2 - (2+k)x + 2k = (x-k)(x-2)$,

所以由 $f(x) < 0$, 得 $(x-k)(x-2) < 0$,

当 $k < 2$ 时, 由 $(x-k)(x-2) < 0$, 解得 $k < x < 2$;

当 $k = 2$ 时, 易知 $(x-2)^2 < 0$ 无解;

当 $k > 2$ 时, 由 $(x-k)(x-2) < 0$, 解得 $2 < x < k$;

综上, 当 $k < 2$ 时, $f(x) < 0$ 的解集为 $(k, 2)$;

当 $k = 2$ 时, $f(x) < 0$ 的解集为 $\emptyset$;

当 $k > 2$ 时, $f(x) < 0$ 的解集为 $(2, k)$.

17. (1) 当 $a > -\frac{3}{2}$ 时, 原不等式的解集为 $\{x|x > 2a+2 \text{ 或 } x < -1\}$; 当 $a = -\frac{3}{2}$ 时, 解集为 $\{x|x \in R \text{ 且 } x \neq -1\}$; 当 $a < -\frac{3}{2}$ 时, 解集为 $\{x|x > -1 \text{ 或 } x < 2a+2\}$; (2) a 的取值范围是 $(-\infty, \sqrt{2}-1]$.

【详解】试题分析: (1) 本小题是含参数 a 的一元二次不等式问题, 求解时先考虑因式分解, 后针对根的大小进行分类讨论, 分别写出不等式的解集即可; (2) 不等式的恒成立问题, 一般转化为函数的最值问题, 不等式 $f(x)+3 \geq 0$ 即 $x^2-2a(x+1)+1 \geq 0$ 在 $(-1, +\infty)$ 上恒成立可转化为 $2a \leq (\frac{x^2+1}{x+1})_{\min} (x > -1)$, 而函数 $y = \frac{x^2+1}{x+1} (x > -1)$ 的最小值可通过均值不等式进行求解, 从而可求得 a 的取值范围.

试题解析: (1) 由 $f(x) > x$ 得 $x^2 - (2a+1)x - (2a+2) > 0$, 即 $(x-2a-2)(x+1) > 0$ 1 分

当 $2a+2 > -1$, 即 $a > -\frac{3}{2}$ 时, 原不等式的解为 $x > 2a+2$ 或 $x < -1$ 3 分

当 $2a+2 = -1$, 即 $a = -\frac{3}{2}$ 时, 原不等式的解为 $x \in R$ 且 $x \neq -1$ 4 分

当 $2a+2 < -1$, 即 $a < -\frac{3}{2}$ 时, 原不等式的解为 $x > -1$ 或 $x < 2a+2$

综上, 当 $a > -\frac{3}{2}$ 时, 原不等式的解集为 $\{x|x > 2a+2 \text{ 或 } x < -1\}$; 当 $a = -\frac{3}{2}$ 时, 解集为 $\{x|x \in R \text{ 且 } x \neq -1\}$; 当 $a < -\frac{3}{2}$ 时, 解集为 $\{x|x > -1 \text{ 或 } x < 2a+2\}$ 6 分

(2) 由 $f(x)+3 \geq 0$ 得 $x^2 - 2a(x+1) + 1 \geq 0$ 在 $(-1, +\infty)$ 上恒成立, 即 $2a \leq \frac{x^2+1}{x+1}$ 在 $(-1, +\infty)$ 上恒成立, 所以 $2a \leq (\frac{x^2+1}{x+1})_{\min} (x > -1)$ 8 分

令 $t = x+1 (t > 0)$, 则 $\frac{x^2+1}{x+1} = \frac{(t-1)^2+1}{t} = t + \frac{2}{t} - 2 \geq 2\sqrt{2} - 2$ 10 分

当且仅当 $t = \sqrt{2}$ 等号成立

$\therefore (\frac{x^2+1}{x+1})_{\min} = 2\sqrt{2} - 2 \therefore 2a \leq 2\sqrt{2} - 2$, 即 $a \leq \sqrt{2} - 1$

故实数 a 的取值范围是 $(-\infty, \sqrt{2}-1]$ 12 分.

考点: 1.一元二次含参不等式; 2.分类讨论的思想; 3.分离参数法; 4.均值不等式.

18. 【正确答案】(1) $k=1$; (2) 证明见解析, $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$; (3) $m=2$.

(1) 因为 $f(x)$ 是定义域为 R 上的奇函数, 根据奇函数性质 $f(0)=0$, 结合已知, 即可求得答案;

(2) 先根据定义法判断 $f(x)$ 的单调性, 结合奇函数性质, 即可求解不等式的解集;

(3) 因为 $g(x) = 2^{2x} + 2^{-2x} - 2mf(x)$, 令 $t = 2^x - 2^{-x}$, 可得 $h(t) = g(x) = t^2 - 2mt + 2$, 分别讨论

$m \geq \frac{3}{2}$ 和 $m < \frac{3}{2}$, 即可求得 m 的值.

【详解】(1) $\because f(x)$ 是定义域为 R 上的奇函数,

根据奇函数性质 $f(-x) = -f(x)$ 可得

当 $x = 0$ 时, 可得 $f(0) = 0$

$$\because f(0) = k \cdot 2^0 - 2^{-0} = 0$$

$$\text{即: } k - 1 = 0$$

$$\text{解得: } k = 1$$

(2) 由 (1) 可得: $k = 1$

$$\therefore f(x) = 2^x - 2^{-x}$$

可知 $f(x)$ 的定义为 R

在 R 上任取 x_1, x_2 , 且 $x_2 > x_1$, 即 $x_2 - x_1 > 0$

$$\because f(x_1) = 2^{x_1} - 2^{-x_1}$$

$$f(x_2) = 2^{x_2} - 2^{-x_2}$$

$$\therefore f(x_2) - f(x_1) = (2^{x_2} - 2^{-x_2}) - (2^{x_1} - 2^{-x_1}) = (2^{x_2} - 2^{x_1}) + \left(\frac{1}{2^{x_1}} - \frac{1}{2^{x_2}} \right)$$

$$= (2^{x_2} - 2^{x_1}) + \frac{(2^{x_2} - 2^{x_1})}{2^{x_1} \cdot 2^{x_2}} = (2^{x_2} - 2^{x_1}) \left(1 + \frac{1}{2^{x_1} \cdot 2^{x_2}} \right) > 0$$

$\therefore f(x)$ 在 R 上单调递增,

$$\therefore f(x^2 + 2x) + f(x - 4) > 0$$

可化简为: $f(x^2 + 2x) > f(4 - x)$

$$\therefore x^2 + 2x > 4 - x, \text{ 即 } x^2 + 3x - 4 > 0, \text{ 解得 } x > 1 \text{ 或 } x < -4.$$

$\therefore$ 不等式的解集为 $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$.

$$(3) \because g(x) = 2^{2x} + 2^{-2x} - 2mf(x)$$

$$\therefore g(x) = 2^{2x} + 2^{-2x} - 2m(2^x - 2^{-x}) = (2^x - 2^{-x})^2 - 2m(2^x - 2^{-x}) + 2.$$

$$\text{令 } t = 2^x - 2^{-x},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/628010053011007046>