# 2023-2024学年福建省莆田市涵江区莆田七中全国Ⅰ卷高考数学试题热身训练试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知双曲线$C_1:\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{m-10}=1$与双曲线$C_2:x^2-\frac{y^2}{4}=1$有相同的渐近线，则双曲线$C_1$的离心率为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$5$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

2．已知在$\Delta ABC$中，角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$，若函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}bx^2+\frac{1}{4}\left(a^2+c^2-ac\right)x$存在极值，则角$B$的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$　　B．$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{\pi}{3},\pi\right)$　　D．$\left(\frac{\pi}{6},\pi\right)$

3．设直线$l$过点$A(0,-1)$，且与圆$C$：$x^2+y^2-2y=0$相切于点$B$，那么$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$（　　）

A．$\pm 3$　　B．$3$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$1$

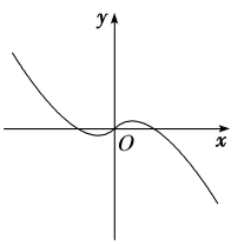
4．已知函数$f(x)=a^x$（$a>0$，且$a\neq 1$）在区间$[m,2m]$上的值域为$[m,2m]$，则$a=$（　　）

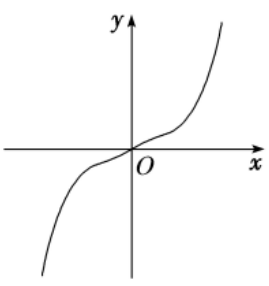
A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{16}$或$\sqrt{2}$　　D．$\frac{1}{4}$或4

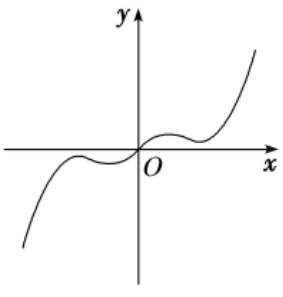
5．甲、乙、丙、丁四位同学利用暑假游玩某风景名胜大峡谷，四人各自去景区的百里绝壁、千丈瀑布、原始森林、远古村寨四大景点中的一个，每个景点去一人．已知：①甲不在远古村寨，也不在百里绝壁；②乙不在原始森林，也不在远古村寨；③“丙在远古村寨”是“甲在原始森林”的充分条件；④丁不在百里绝壁，也不在远古村寨．若以上语句都正确，则游玩千丈瀑布景点的同学是（　　）

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

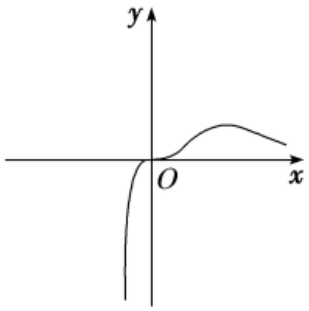
6．函数$f\left(x\right)=\frac{x^3}{3\pi}+\sin x$的图象的大致形状是（　　）

A．


B．


C．

D．

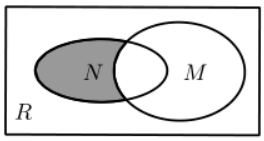



7．已知向量$\vec{m}=\left(2\cos^2 x,\sqrt{3}\right)$，$\vec{n}=\left(1,\sin 2x\right)$，设函数$f\left(x\right)=\vec{m}\cdot\vec{n}$，则下列关于函数$y=f\left(x\right)$的性质的描述正确的是(　　)

A．关于直线$x=\dfrac{\pi}{12}$对称　　B．关于点$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$对称

C．周期为$2\pi$　　D．$y=f\left(x\right)$在$\left(-\dfrac{\pi}{3},0\right)$上是增函数

8．已知集合$M=\left\{x\,|\,x^2-3x-10<0\right\}$，$N=\left\{x\middle|y=\sqrt{9-x^2}\right\}$，且$M$、$N$都是全集$R$（$R$为实数集）的子集，则如图所示韦恩图中阴影部分所表示的集合为（　　）




A．$\left\{x\middle|3<x\le 5\right\}$　　B．$\left\{x\middle|x<-3\text{或}x>5\right\}$

C．$\left\{x\middle|-3\le x\le -2\right\}$　　D．$\left\{x\middle|-3\le x\le 5\right\}$

9．设函数$f(x)$定义域为全体实数，令$g(x)=f(|x|)-|f(x)|$．有以下6个论断：

①$f(x)$是奇函数时，$g(x)$是奇函数；

②$f(x)$是偶函数时，$g(x)$是奇函数；

③$f(x)$是偶函数时，$g(x)$是偶函数；

④$f(x)$是奇函数时，$g(x)$是偶函数

⑤$g(x)$是偶函数；

⑥对任意的实数$x$，$g(x)\geqslant 0$．

那么正确论断的编号是（　　）

A．③④　　B．①②⑥　　C．③④⑥　　D．③④⑤

10．已知锐角$\alpha$满足$2\sin 2\alpha = 1-\cos 2\alpha$，则$\tan\alpha =$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$1$　　C．$2$　　D．$4$

11．已知$a$，$b$，$c\in\mathbf{R}$，$a>b>c$，$a+b+c=0$．若实数$x$，$y$满足不等式组$\begin{cases} x\geq 0 \\ x+y\leq 4 \\ bx+ay+c\geq 0 \end{cases}$，则目标函数$z=2x+y$（　　）

A．有最大值，无最小值　　B．有最大值，有最小值

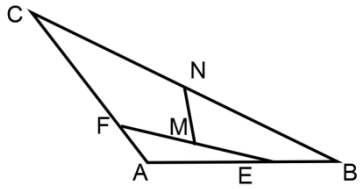
C．无最大值，有最小值　　D．无最大值，无最小值

12．在直角梯形$ABCD$中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，$\angle B=30°$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，点$E$为$BC$上一点，且$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，当$xy$的值最大时，$|\overrightarrow{AE}|=$(　　)

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\frac{\sqrt{30}}{2}$　　D．$2\sqrt{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．如图，在等腰三角形$ABC$中，已知$|AB|=|AC|=1$，$\angle A=120°$，$E$、$F$分别是边$AB$、$AC$上的点，且$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}=\mu\overrightarrow{AC}$,其中$\lambda,\mu\in(0,1)$且$\lambda+4\mu=1$，若线段$EF$、$BC$的中点分别为$M$、$N$，则$|\overrightarrow{MN}|$的最小值是_____.




14．设变量$x$，$y$满足约束条件$\begin{cases} x-y+2\leq 0 \\ x+2y-4\geq 0 \\ y-3\leq 0 \end{cases}$，则目标函数$z=x-2y$的最小值为_____.

15．在平面直角坐标系*xOy*中，*A*，*B*为*x*轴正半轴上的两个动点，*P*（异于原点*O*）为*y*轴上的一个定点．若以*AB*为直径的圆与圆$x^2+(y-2)^2=1$相外切，且$\angle APB$的大小恒为定值，则线段*OP*的长为_____.

16．已知三棱锥$P-ABC$的四个顶点都在球*O*的球面上，$PA=PB=PC$，$AB=2$，$BC=\sqrt{5}$，$AC=3$，*E*，*F*分别为$AC$，$PB$的中点，$EF=\frac{3}{2}$，则球*O*的体积为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）

唐诗是中国文学的瑰宝.为了研究计算机上唐诗分类工作中检索关键字的选取，某研究人员将唐诗分成 7 大类别，并从《全唐诗》48900 多篇唐诗中随机抽取了 500 篇，统计了每个类别及各类别包含“花”、“山”、“帘”字的篇数，得到下表：

| | 爱情婚姻 | 咏史怀古 | 边塞战争 | 山水田园 | 交游送别 | 羁旅思乡 | 其他 | 总计 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 篇数 | 100 | 64 | 55 | 99 | 91 | 73 | 18 | 500 |
| 含“山”字的篇数 | 51 | 48 | 21 | 69 | 48 | 30 | 4 | 271 |
| 含“帘”字的篇数 | 21 | 2 | 0 | 0 | 7 | 3 | 5 | 38 |
| 含“花”字的篇数 | 60 | 6 | 14 | 17 | 32 | 28 | 3 | 160 |

（1）根据上表判断，若从《全唐诗》含“山”字的唐诗中随机抽取一篇，则它属于哪个类别的可能性最大，属于哪个类别的可能性最小，并分别估计该唐诗属于这两个类别的概率；

（2）已知检索关键字的选取规则为：

①若有超过 95%的把握判断“某字”与“某类别”有关系，则“某字”为“某类别”的关键字；

②若“某字”被选为“某类别”关键字，则由其对应列联表得到的 $K^2$ 的观测值越大，排名就越靠前；

设“山”“帘”“花”和“爱情婚姻”对应的 $K^2$ 观测值分别为 $k_1$，$k_2$，$k_3$.已知 $k_1 \approx 0.516$，$k_2 \approx 31.962$，请完成下面列联表，并从上述三个字中选出“爱情婚姻”类别的关键字并排名.

| | 属于“爱情婚姻”类 | 不属于“爱情婚姻”类 | 总计 |
|---|---|---|---|
| 含“花”字的篇数 | | | |
| 不含“花”的篇数 | | | |
| 总计 | | | |

附：$K^2 = \dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n = a+b+c+d$ .

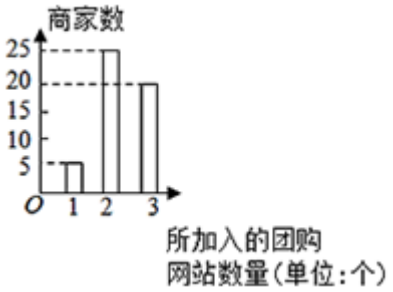
| $P\left(K^2 \geq k\right)$ | 0.05 | 0.025 | 0.010 |
|---|---|---|---|
| $k$ | 3.841 | 5.024 | 6.635 |

18.（12 分）已知函数 $f(x)=2|x-2|-m\ (m>0)$，若 $f(x+2)<0$ 的解集为 $(-2,2)$.

（1）求 $m$ 的值；

（2）若正实数 $a$，$b$，$c$ 满足 $a+2b+3c=m$，求证：$\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c}\geq\frac{9}{4}$.

19.（12 分）团购已成为时下商家和顾客均非常青睐的一种省钱、高校的消费方式，不少商家同时加入多家团购网.现恰有三个团购网站在 $A$ 市开展了团购业务，$A$ 市某调查公司为调查这三家团购网站在本市的开展情况，从本市已加入了团购网站的商家中随机地抽取了 50 家进行调查，他们加入这三家团购网站的情况如下图所示.




（1）从所调查的 50 家商家中任选两家，求他们加入团购网站的数量不相等的概率；

（2）从所调查的 50 家商家中任取两家，用 $\xi$ 表示这两家商家参加的团购网站数量之差的绝对值，求随机变量 $\xi$ 的分布列和数学期望；

（3）将频率视为概率，现从 $A$ 市随机抽取 3 家已加入团购网站的商家，记其中恰好加入了两个团购网站的商家数为 $\eta$，试求事件“$\eta\geq2$”的概率.

20.（12 分）在极坐标系中，直线 $l$ 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in R)$，以极点为原点，极轴为 $x$ 轴的正半轴建立平面直角坐标系，曲线 $C$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=3\cos\alpha,\\ y=1+\cos2\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），求直线 $l$ 与曲线 $C$ 的交点 $P$ 的直角坐标.

21.（12 分）已知数列的前 $n$ 项和为 $S_n$，且满足 $a_n=\frac{1}{2}S_n+1(n\in N^*)$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $b_n=\log_2 a_n$，$c_n=\frac{1}{b_nb_{n+1}}$，且数列 $\{c_n\}$ 前 $n$ 项和为 $T_n$，求 $T_n$ 的取值范围.

22.（10 分）每年 3 月 20 日是国际幸福日,某电视台随机调查某一社区人们的幸福度．现从该社区群中随机抽取 18 名,用“10 分制”记录了他们的幸福度指数,结果见如图所示茎叶图,其中以小数点前的一位数字为茎,小数点后的一位数字为叶．若幸福度不低于 8.5 分,则称该人的幸福度为“很幸福”.



| | 幸福度 |
|---|---|
| 7 | 3 0 |
| 8 | 2 1 4 3 9 8 5 6 7 5 |
| 9 | 7 5 6 5 4 3 |

**(Ⅰ)求从这 18 人中随机选取 3 人,至少有 1 人是“很幸福”的概率;**

**(Ⅱ)以这 18 人的样本数据来估计整个社区的总体数据,若从该社区(人数很多)任选 3 人,记 $X$ 表示抽到“很幸福”的人数,求 $X$ 的分布列及 $E(X)$.**

# 参考答案

**一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

**1、C**

**【解析】**

**由双曲线 $C_1$ 与双曲线 $C_2$ 有相同的渐近线，列出方程求出 $m$ 的值，即可求解双曲线的离心率，得到答案.**

**【详解】**

**由双曲线 $C_1:\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{m-10}=1$ 与双曲线 $C_2:x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 有相同的渐近线，**

**可得 $\sqrt{\frac{10-m}{m}}=2$，解得 $m=2$，此时双曲线 $C_1:\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$，**

**则曲线 $C_1$ 的离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2+8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}$，故选 C.**

**【点睛】**

**本题主要考查了双曲线的标准方程及其简单的几何性质的应用，其中解答中熟记双曲线的几何性质，准确运算是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题.**

**2、C**

**【解析】**

**求出导函数 $f'(x)$，由 $f'(x)=0$ 有不等的两实根，即 $\Delta>0$**

可得不等关系，然后由余弦定理可及余弦函数性质可得结论.

【详解】

$\because f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}bx^2+\frac{1}{4}\left(a^2+c^2-ac\right)x$，$\therefore f'(x)=x^2+bx+\frac{1}{4}\left(a^2+c^2-ac\right)$.

若$f(x)$存在极值，则$b^2-4\times\frac{1}{4}\times\left(a^2+c^2-ac\right)>0$，$\therefore a^2+c^2-b^2<ac$

又$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac},\therefore\cos B<\frac{1}{2}$.又$\because B\in(0,\pi),\therefore\frac{\pi}{3}<B<\pi$.

故选：C.

【点睛】

本题考查导数与极值，考查余弦定理．掌握极值存在的条件是解题关键.

3、B

【解析】

过点$A(0,-1)$的直线$l$与圆$C$：$x^2+y^2-2y=0$相切于点$B$，可得$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$.因此

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AC}^2-r^2$，即可得出.

【详解】

由圆$C$：$x^2+y^2-2y=0$配方为$x^2+(y-1)^2=1$，

$C(0,1)$，半径$r=1$.

∵过点$A(0,-1)$的直线$l$与圆$C$：$x^2+y^2-2y=0$相切于点$B$，

∴$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$；

∴$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AC}^2-r^2=3$；

故选：B.

【点睛】

本小题主要考查向量数量积的计算，考查圆的方程，属于基础题.

4、C

【解析】

对 *a* 进行分类讨论，结合指数函数的单调性及值域求解.

【详解】

分析知，$m>0$.讨论：当$a>1$时，$\begin{cases}a^m=m\\a^{2m}=2m\end{cases}$，所以$a^m=2$，$m=2$，所以$a=\sqrt{2}$；当$0<a<1$时，$\begin{cases}a^m=2m\\a^{2m}=m\end{cases}$，

所以$a^m=\dfrac{1}{2}$，$m=\dfrac{1}{4}$，所以$a=\dfrac{1}{16}$.综上，$a=\dfrac{1}{16}$或$a=\sqrt{2}$，故选 C.

【点睛】

本题主要考查指数函数的值域问题，指数函数的值域一般是利用单调性求解，侧重考查数学运算和数学抽象的核心素养.

5、D

【解析】

根据演绎推理进行判断.

【详解】

由①②④可知甲乙丁都不在远古村寨，必有丙同学去了远古村寨，由③可知必有甲去了原始森林，由④可知丁去了千丈瀑布，因此游玩千丈瀑布景点的同学是丁.

故选：D.

【点睛】

本题考查演绎推理，掌握演绎推理的定义是解题基础.

6、B

【解析】

根据函数奇偶性，可排除 D；求得$f'(x)$及$f''(x)$，由导函数符号可判断$f(x)$在$R$上单调递增，即可排除 AC 选项.

【详解】

函数$f(x)=\dfrac{x^3}{3\pi}+\sin x$

易知$f(x)$为奇函数，故排除 D.

又$f'(x)=\dfrac{x^2}{\pi}+\cos x$，易知当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，$f'(x)>0$；

又当$x\in\left(\dfrac{\pi}{2},+\infty\right)$时，$f''(x)=\dfrac{2x}{\pi}-\sin x>1-\sin x\geq 0$，

故$f'(x)$在$\left(\dfrac{\pi}{2},+\infty\right)$上单调递增，所以$f'(x)>f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{4}$，

综上，$x\in[0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，即$f(x)$单调递增.

又$f\left(x\right)$为奇函数，所以$f\left(x\right)$在$R$上单调递增，故排除A，C.

故选：B

【点睛】

本题考查了根据函数解析式判断函数图象，导函数性质与函数图象关系，属于中档题.

7、D

【解析】

$f\left(x\right)=2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x+1=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+1$，当$x=\frac{\pi}{12}$时，$\sin(2x+\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{3}\neq\pm1$，∴$f(x)$不关于直线$x=\frac{\pi}{12}$对称；

当$x=\frac{5\pi}{12}$时，$2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+1=1$，∴$f(x)$关于点$(\frac{5\pi}{12},1)$对称；

$f(x)$得周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

当$x\in(-\frac{\pi}{3},0)$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6})$，∴$f(x)$在$(-\frac{\pi}{3},0)$上是增函数.

本题选择D选项.

8、C

【解析】

根据韦恩图可确定所表示集合为$N\cap\left(\complement_R M\right)$，根据一元二次不等式解法和定义域的求法可求得集合$M,N$，根据补集和交集定义可求得结果.

【详解】

由韦恩图可知：阴影部分表示$N\cap\left(\complement_R M\right)$，

Q $M=\left\{x\middle|(x-5)(x+2)<0\right\}=\left\{x\middle|-2<x<5\right\}$，$N=\left\{x\middle|9-x^2\geq0\right\}=\left\{x\middle|-3\leq x\leq3\right\}$，

$\therefore N\cap\left(\complement_R M\right)=\left\{x\middle|-3\leq x\leq-2\right\}$.

故选：$C$.

【点睛】

本题考查集合运算中的补集和交集运算，涉及到一元二次不等式和函数定义域的求解；关键是能够根据韦恩图确定所求集合.

9、A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/628032027131006116