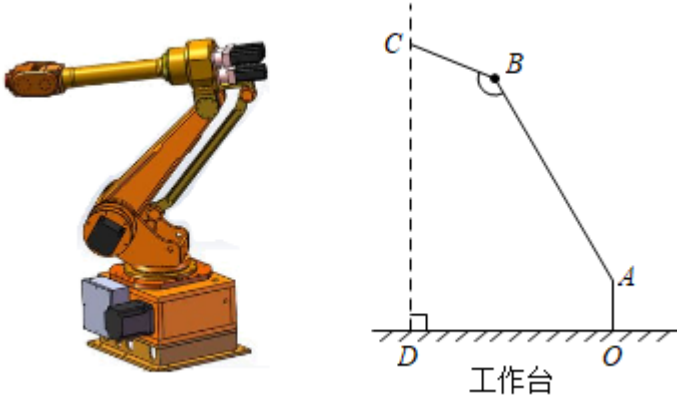


## 专题 17 四边形解答题

1. (2022·江苏盐城·中考真题) 2022年6月5日,“神舟十四号”载人航天飞船搭载“明星”机械臂成功发射.如图是处于工作状态的某型号手臂机器人示意图,  $OA$  是垂直于工作台的移动基座,  $AB$ 、 $BC$  为机械臂,  $OA=1\text{m}$ ,  $AB=5\text{m}$ ,  $BC=2\text{m}$ ,  $\angle ABC=143^\circ$ . 机械臂端点  $C$  到工作台的距离  $CD=6\text{m}$ .



- (1)求  $A$ 、 $C$  两点之间的距离;  
 (2)求  $OD$  长.

(结果精确到  $0.1\text{m}$ , 参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.24$ )

2. (2022·江苏盐城·中考真题) 【经典回顾】

梅文鼎是我国清初著名的数学家,他在《勾股举隅》中给出多种证明勾股定理的方法图 1 是其中一种方法的示意图及部分辅助线.

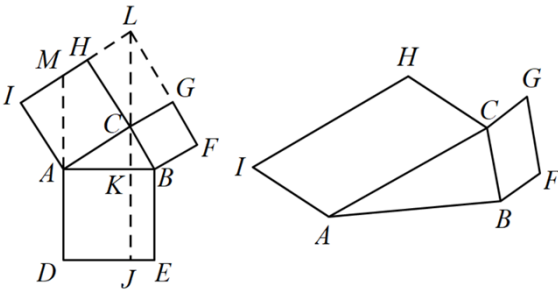


图1

图2

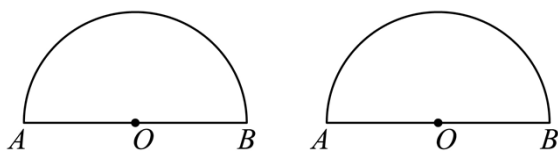
在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 四边形  $ADEB$ 、 $ACHI$  和  $BFGC$  分别是以  $Rt\triangle ABC$  的三边为一边的正方形. 延长  $IH$  和  $FG$ , 交于点  $L$ , 连接  $LC$  并延长交  $DE$  于点  $J$ , 交  $AB$  于点  $K$ , 延长  $DA$  交  $IL$  于点  $M$ .

- (1)证明:  $AD=LC$ ;  
 (2)证明: 正方形  $ACHI$  的面积等于四边形  $ACLM$  的面积;  
 (3)请利用 (2) 中的结论证明勾股定理.

(4) 【迁移拓展】

如图 2，四边形  $ACHI$  和  $BFGC$  分别是以  $\triangle ABC$  的两边为一边的平行四边形，探索在  $AB$  下方是否存在平行四边形  $ADEB$ ，使得该平行四边形的面积等于平行四边形  $ACHI$ 、 $BFGC$  的面积之和。若存在，作出满足条件的平行四边形  $ADEB$ （保留适当的作图痕迹）；若不存在，请说明理由。

3. (2022·江苏常州·中考真题) (现有若干张相同的半圆形纸片，点  $O$  是圆心，直径  $AB$  的长是  $12\text{cm}$ ， $C$  是半圆弧上的一点 (点  $C$  与点  $A$ 、 $B$  不重合)，连接  $AC$ 、 $BC$ 。



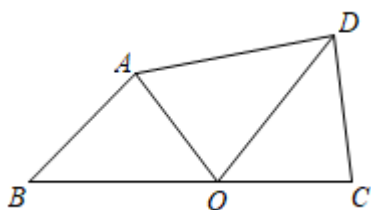
备用图

(1) 沿  $AC$ 、 $BC$  剪下  $\triangle ABC$ ，则  $\triangle ABC$  是\_\_\_\_\_三角形 (填“锐角”、“直角”或“钝角”);

(2) 分别取半圆弧上的点  $E$ 、 $F$  和直径  $AB$  上的点  $G$ 、 $H$ 。已知剪下的由这四个点顺次连接构成的四边形是一个边长为  $6\text{cm}$  的菱形。请用直尺和圆规在图中作出一个符合条件的菱形 (保留作图痕迹，不要求写作法);

(3) 经过数次探索，小明猜想，对于半圆弧上的任意一点  $C$ ，一定存在线段  $AC$  上的点  $M$ 、线段  $BC$  上的点  $N$  和直径  $AB$  上的点  $P$ 、 $Q$ ，使得由这四个点顺次连接构成的四边形是一个边长为  $4\text{cm}$  的菱形。小明的猜想是否正确？请说明理由。

4. (2022·江苏常州·中考真题) 在四边形  $ABCD$  中， $O$  是边  $BC$  上的一点。若  $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ ，则点  $O$  叫做该四边形的“等形点”。

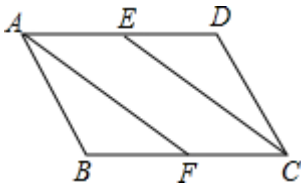


(1) 正方形\_\_\_\_\_“等形点” (填“存在”或“不存在”);

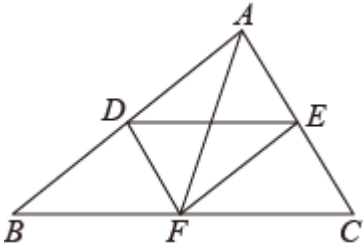
(2) 如图，在四边形  $ABCD$  中，边  $BC$  上的点  $O$  是四边形  $ABCD$  的“等形点”。已知  $CD = 4\sqrt{2}$ ， $OA = 5$ ， $BC = 12$ ，连接  $AC$ ，求  $AC$  的长;

(3) 在四边形  $EFGH$  中， $EH \parallel FG$ 。若边  $FG$  上的点  $O$  是四边形  $EFGH$  的“等形点”，求  $\frac{OF}{OG}$  的值。

5. (2022·江苏宿迁·中考真题) 如图，在平行四边形  $ABCD$  中，点  $E$ ， $F$  分别是边  $AD$ ， $BC$  的中点。求证： $AF = CE$ 。



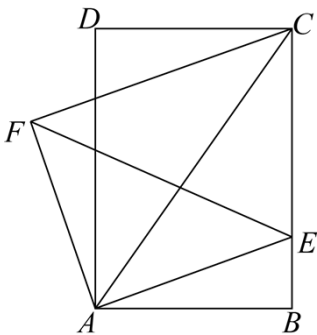
6. (2022·江苏泰州·中考真题) 如图, 线段  $DE$  与  $AF$  分别为  $\triangle ABC$  的中位线与中线.



(1) 求证:  $AF$  与  $DE$  互相平分;

(2) 当线段  $AF$  与  $BC$  满足怎样的数量关系时, 四边形  $ADFE$  为矩形? 请说明理由.

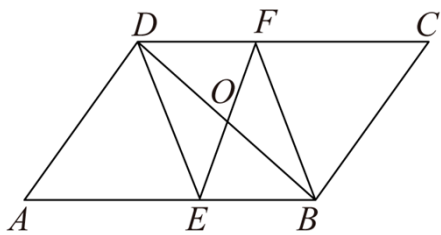
7. (2022·江苏无锡·中考真题) 如图, 已知四边形  $ABCD$  为矩形  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $BC = 4$ , 点  $E$  在  $BC$  上,  $CE = AE$ , 将  $\triangle ABC$  沿  $AC$  翻折到  $\triangle AFC$ , 连接  $EF$ .



(1) 求  $EF$  的长;

(2) 求  $\sin \angle CEF$  的值.

8. (2022·江苏无锡·中考真题) 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $O$  为对角线  $BD$  的中点,  $EF$  过点  $O$  且分别交  $AB$ 、 $DC$  于点  $E$ 、 $F$ , 连接  $DE$ 、 $BF$ .

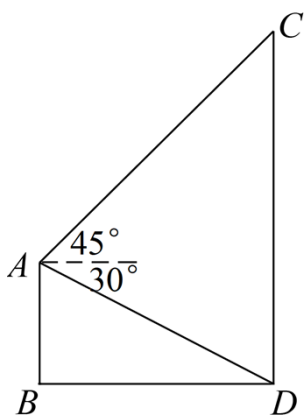


求证:

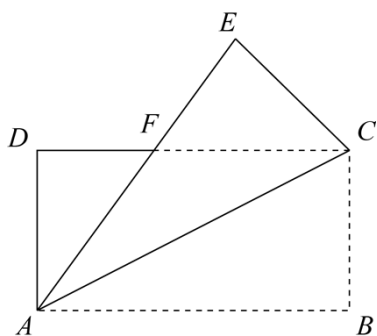
(1)  $\triangle DOF \cong \triangle BOE$ ;

(2)  $DE = BF$ .

9. (2022·江苏宿迁·中考真题) 如图, 某学习小组在教学楼  $AB$  的顶部观测信号塔  $CD$  底部的俯角为  $30^\circ$ , 信号塔顶部的仰角为  $45^\circ$ . 已知教学楼  $AB$  的高度为  $20m$ , 求信号塔的高度 (计算结果保留根号).



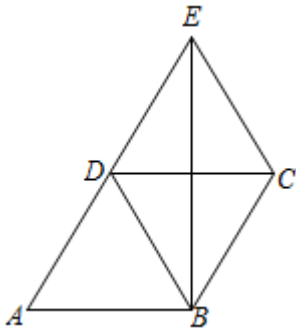
10. (2022·江苏苏州·中考真题) 如图, 将矩形  $ABCD$  沿对角线  $AC$  折叠, 点  $B$  的对应点为  $E$ ,  $AE$  与  $CD$  交于点  $F$ .



(1) 求证:  $\triangle DAF \cong \triangle ECF$ ;

(2) 若  $\angle FCE = 40^\circ$ , 求  $\angle CAB$  的度数.

11. (2022·江苏连云港·中考真题) 如图, 四边形  $ABCD$  为平行四边形, 延长  $AD$  到点  $E$ , 使  $DE = AD$ , 且  $BE \perp DC$ .



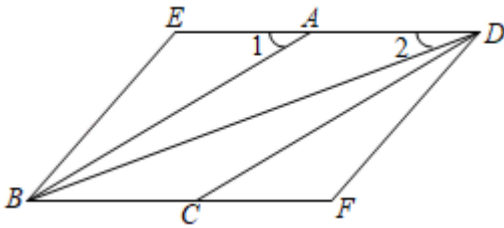
(1) 求证：四边形  $DBCE$  为菱形；

(2) 若  $\triangle DBC$  是边长为 2 的等边三角形，点  $P$ 、 $M$ 、 $N$  分别在线段  $BE$ 、 $BC$ 、 $CE$  上运动，求  $PM + PN$  的最小值。

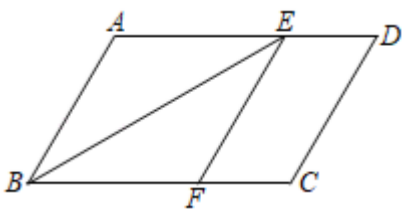
12. (2021·江苏镇江·中考真题) 如图，四边形  $ABCD$  是平行四边形，延长  $DA$ ， $BC$ ，使得  $AE = CF$ ，连接  $BE$ ， $DF$ 。

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 连接  $BD$ ， $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 20^\circ$ ，当  $\angle ABE = \underline{\quad}$ ° 时，四边形  $BFDE$  是菱形。



13. (2021·江苏淮安·中考真题) 已知：如图，在  $\square ABCD$  中，点  $E$ 、 $F$  分别在  $AD$ 、 $BC$  上，且  $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $EF \parallel AB$ 。求证：四边形  $ABFE$  是菱形。



14. (2021·江苏镇江·中考真题) 如图 1， $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F = 90^\circ$ ， $AB$ ， $FE$ ， $DC$  为铅直方向的边， $AF$ ， $ED$ ， $BC$  为水平方向的边，点  $E$  在  $AB$ ， $CD$  之间，且在  $AF$ ， $BC$  之间，我们称这样的图形为“L 图形”，记作“L 图形  $ABC - DEF$ ”。若直线将 L 图形分成面积相等的两个图形，则称这样的直线为该 L 图形的面积平分线。

**【活动】**

小华同学给出了图 1 的面积平分线的一个作图方案：如图 2，将这个 L 图形分成矩形  $AGEF$ 、矩形  $GBCD$ ，这两个矩形的对称中心  $O_1$ ， $O_2$  所在直线是该 L 图形的面积平分线。请用无刻度的直尺在图 1 中作出其他的

面积平分线. (作出一种即可, 不写作法, 保留作图痕迹)

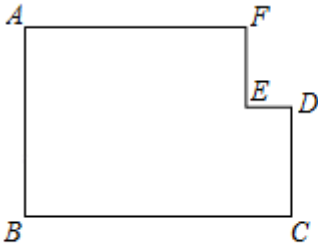


图1

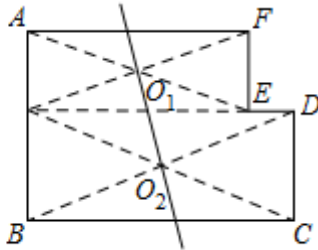


图2

**【思考】**

如图 3, 直线  $O_1O_2$  是小华作的面积平分线, 它与边  $BC, AF$  分别交于点  $M, N$ , 过  $MN$  的中点  $O$  的直线分别交边  $BC, AF$  于点  $P, Q$ , 直线  $PQ$  \_\_\_\_ (填“是”或“不是”)  $L$  图形  $ABCDEF$  的面积平分线.

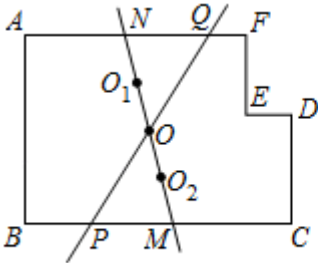


图3

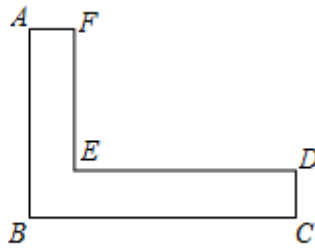


图4

**【应用】**

在  $L$  图形  $ABCDEF$  形中, 已知  $AB=4, BC=6$ .

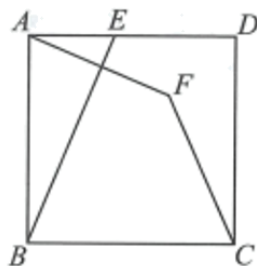
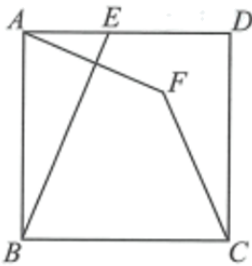
(1) 如图 4,  $CD=AF=1$ .

① 该  $L$  图形的面积平分线与两条水平的边分别相交于点  $P, Q$ , 求  $PQ$  长的最大值;

② 该  $L$  图形的面积平分线与边  $AB, CD$  分别相交于点  $G, H$ , 当  $GH$  的长取最小值时,  $BG$  的长为 \_\_\_\_.

(2) 设  $\frac{CD}{AF} = t$  ( $t > 0$ ), 在所有的与铅直方向的两条边相交的面积平分线中, 如果只有与边  $AB, CD$  相交的面积平分线, 直接写出  $t$  的取值范围 \_\_\_\_.

15. (2021·江苏南通·中考真题) 如图, 正方形  $ABCD$  中, 点  $E$  在边  $AD$  上 (不与端点  $A, D$  重合), 点  $A$  关于直线  $BE$  的对称点为点  $F$ , 连接  $CF$ , 设  $\angle ABE = \alpha$ .

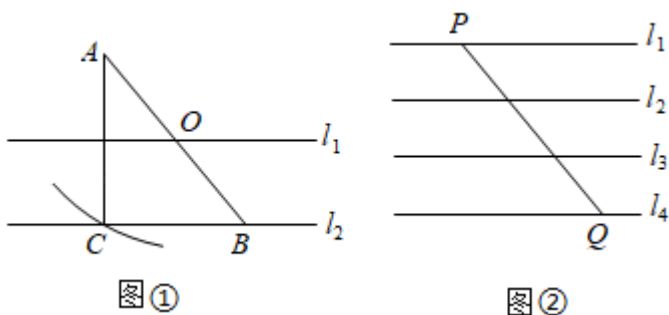


(备用图)

- (1) 求  $\angle BCF$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示);
- (2) 过点  $C$  作  $CG \perp AF$ , 垂足为  $G$ , 连接  $DG$ . 判断  $DG$  与  $CF$  的位置关系, 并说明理由;
- (3) 将  $\triangle ABE$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle CBH$ , 点  $E$  的对应点为点  $H$ , 连接  $BF$ ,  $HF$ . 当  $\triangle BFH$  为等腰三角形时, 求  $\sin \alpha$  的值.

16. (2021·江苏泰州·中考真题) (1) 如图①,  $O$  为  $AB$  的中点, 直线  $l_1$ 、 $l_2$  分别经过点  $O$ 、 $B$ , 且  $l_1 \parallel l_2$ , 以点  $O$  为圆心,  $OA$  长为半径画弧交直线  $l_2$  于点  $C$ , 连接  $AC$ . 求证: 直线  $l_1$  垂直平分  $AC$ ;

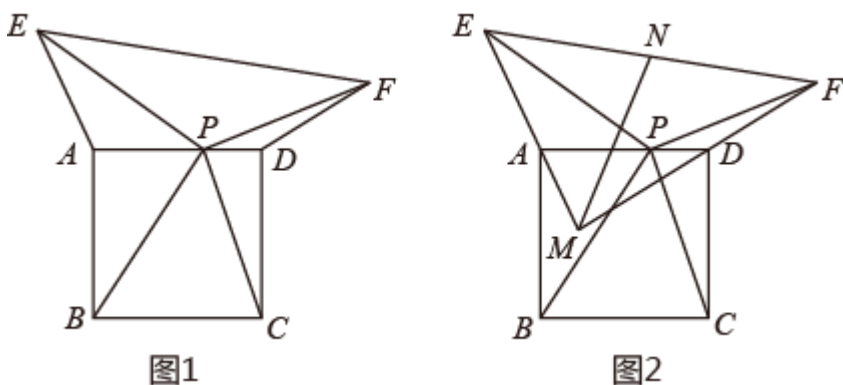
(2) 如图②, 平面内直线  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$ , 且相邻两直线间距离相等, 点  $P$ 、 $Q$  分别在直线  $l_1$ 、 $l_4$  上, 连接  $PQ$ . 用圆规和无刻度的直尺在直线  $l_4$  上求作一点  $D$ , 使线段  $PD$  最短. (两种工具分别只限使用一次, 并保留作图痕迹)



17. (2021·江苏徐州·中考真题) 如图 1, 正方形  $ABCD$  的边长为 4, 点  $P$  在边  $AD$  上 ( $P$  不与  $A, D$  重合), 连接  $PB, PC$ . 将线段  $PB$  绕点  $P$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $PE$ , 将线段  $PC$  绕点  $P$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $PF$ . 连接  $EF, EA, FD$ .

- (1) 求证:
- ①  $\triangle PDF$  的面积  $S = \frac{1}{2}PD^2$ ;
- ②  $EA = FD$ ;

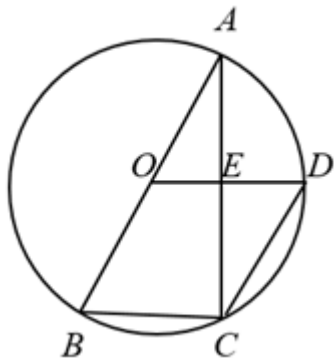
(2) 如图 2,  $EA, FD$  的延长线交于点  $M$ , 取  $EF$  的中点  $N$ , 连接  $MN$ , 求  $MN$  的取值范围.



18. (2021·江苏徐州·中考真题) 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 点  $C, D$  在  $\odot O$  上,  $AC$  与  $OD$  交于点  $E$ ,

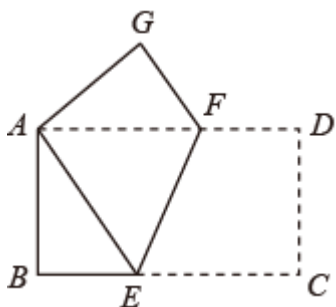
$AE = EC, OE = ED$ , 连接  $BC, CD$ . 求证:

- (1)  $\triangle AOE \cong \triangle CDE$ ;
- (2) 四边形  $OBCD$  是菱形.

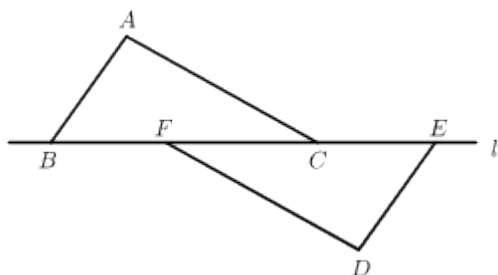


19. (2021·江苏徐州·中考真题) 如图, 将一张长方形纸片  $ABCD$  沿  $E$  折叠, 使  $C, A$  两点重合. 点  $D$  落在点  $G$  处. 已知  $AB=4, BC=8$ .

- (1) 求证:  $\triangle AEF$  是等腰三角形;
- (2) 求线段  $FD$  的长.



20. (2021·江苏常州·中考真题) 如图,  $B, F, C, E$  是直线  $l$  上的四点,  $AB \parallel DE, AB = DE, BF = CE$ .



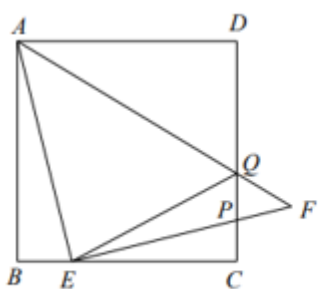
- (1) 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ;
- (2) 将  $\triangle ABC$  沿直线  $l$  翻折得到  $\triangle A'BC$ .
  - ① 用直尺和圆规在图中作出  $\triangle A'BC$  (保留作图痕迹, 不要求写作法);
  - ② 连接  $A'D$ , 则直线  $A'D$  与  $l$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

21. (2021·江苏常州·中考真题) 在 3 张相同的小纸条上, 分别写上条件: ① 四边形  $ABCD$  是菱形; ② 四边形  $ABCD$  有一个内角是直角; ③ 四边形  $ABCD$  的对角线相等. 将这 3 张小纸条做成 3 支签, 放在一个不透明的盒子中.

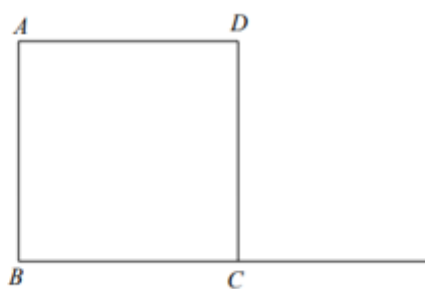
(1) 搅匀后从中任意抽出 1 支签, 抽到条件①的概率是\_\_\_\_\_;

(2) 搅匀后先从中任意抽出 1 支签 (不放回), 再从余下的 2 支签中任意抽出 1 支签. 四边形  $ABCD$  同时满足抽到的 2 张小纸条上的条件, 求四边形  $ABCD$  一定是正方形的概率.

22. (2021·江苏无锡·中考真题) 已知四边形  $ABCD$  是边长为 1 的正方形, 点  $E$  是射线  $BC$  上的动点, 以  $AE$  为直角边在直线  $BC$  的上方作等腰直角三角形  $AEF$ ,  $\angle AEF = 90^\circ$ , 设  $BE = m$ .



(图 1)



(备用图)

(1) 如图 1, 若点  $E$  在线段  $BC$  上运动,  $EF$  交  $CD$  于点  $P$ ,  $AF$  交  $CD$  于点  $Q$ , 连结  $CF$ ,

① 当  $m = \frac{1}{3}$  时, 求线段  $CF$  的长;

② 在  $\triangle PQE$  中, 设边  $QE$  上的高为  $h$ , 请用含  $m$  的代数式表示  $h$ , 并求  $h$  的最大值;

(2) 设过  $BC$  的中点且垂直于  $BC$  的直线被等腰直角三角形  $AEF$  截得的线段长为  $y$ , 请直接写出  $y$  与  $m$  的关系式.

23. (2021·江苏盐城·中考真题) 某种落地灯如图 1 所示,  $AB$  为立杆, 其高为 84cm;  $BC$  为支杆, 它可绕点  $B$  旋转, 其中  $BC$  长为 54cm;  $DE$  为悬杆, 滑动悬杆可调节  $CD$  的长度. 支杆  $BC$  与悬杆  $DE$  之间的夹角  $\angle BCD$  为  $60^\circ$ .

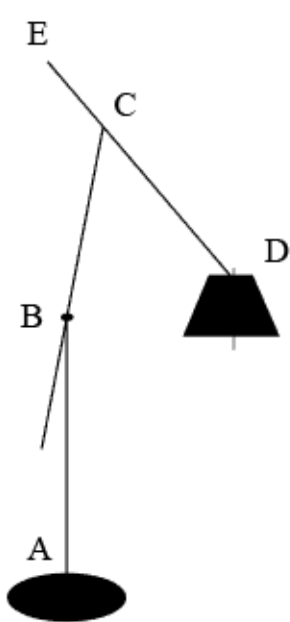


图1

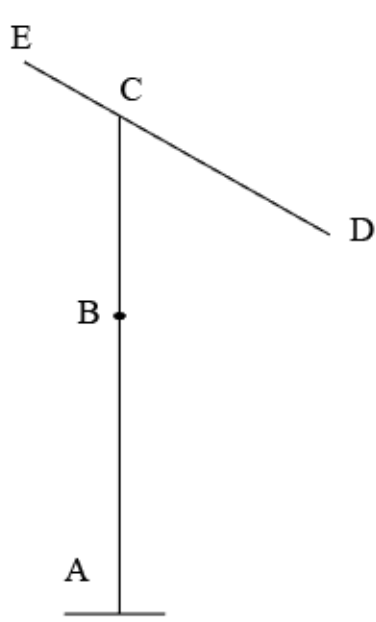


图2

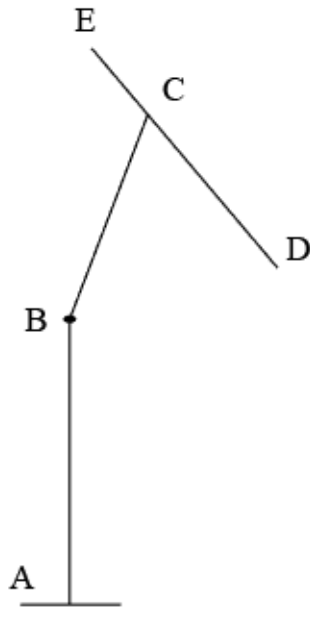


图3

- (1) 如图 2，当支杆  $BC$  与地面垂直，且  $CD$  的长为  $50\text{cm}$  时，求灯泡悬挂点  $D$  距离地面的高度；
- (2) 在图 2 所示的状态下，将支杆  $BC$  绕点  $B$  顺时针旋转  $20^\circ$ ，同时调节  $CD$  的长（如图 3），此时测得灯泡悬挂点  $D$  到地面的距离为  $90\text{cm}$ ，求  $CD$  的长。（结果精确到  $1\text{cm}$ ，参考数据： $\sin 20^\circ \approx 0.34$ ， $\cos 20^\circ \approx 0.94$ ， $\tan 20^\circ \approx 0.36$ ， $\sin 40^\circ \approx 0.64$ ， $\cos 40^\circ \approx 0.77$ ， $\tan 40^\circ \approx 0.84$ ）

24. (2021·江苏苏州·中考真题) 如图，在矩形  $ABCD$  中，线段  $EF$ 、 $GH$  分别平行于  $AD$ 、 $AB$ ，它们相交于点  $P$ ，点  $P_1$ 、 $P_2$  分别在线段  $PF$ 、 $PH$  上， $PP_1 = PG$ ， $PP_2 = PE$ ，连接  $P_1H$ 、 $P_2F$ ， $P_1H$  与  $P_2F$  交于点  $Q$ 。已知  $AG:GD = AE:EB = 1:2$ 。设  $AG = a$ ， $AE = b$ 。

- (1) 四边形  $EBHP$  的面积\_\_\_\_\_四边形  $GPFD$  的面积（填“>”、“=”或“<”）；
- (2) 求证： $\triangle P_1FQ \sim \triangle P_2HQ$ ；
- (3) 设四边形  $PP_1QP_2$  的面积为  $S_1$ ，四边形  $CFQH$  的面积为  $S_2$ ，求  $\frac{S_1}{S_2}$  的值。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/628037135111007011>