阶段拔尖专训3　一次函数与面积

题型1 利用点的坐标求面积

1.一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$的图象经过点$A(1,6)$和点$B(0,4)$.

（1）求一次函数的表达式;

【解】$\because$ 一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$的图象经过点$A(1,6)$和点$B(0,4)$,$\therefore \begin{cases} k+b=6, \\ b=4, \end{cases}$解得$\begin{cases} k=2, \\ b=4. \end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的表达式为$y=2x+4$.

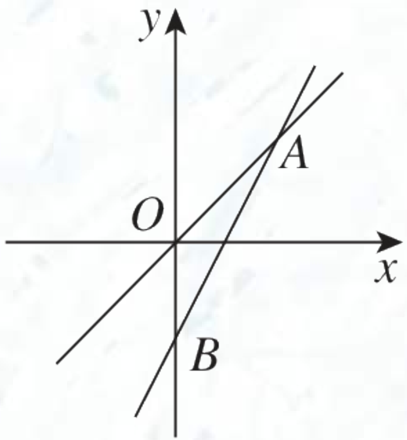
（2）若此一次函数图象与x轴交于点C,求$\triangle BOC$的面积.

令$y=0$,则$x=-2$,

$\therefore C(-2,0)$. $\therefore OC=2$. $\because B(0,4)$，$\therefore OB=4$.

$\therefore S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}OB\cdot OC=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$.

2.如图,在平面直角坐标系xOy中,正比例函数$y = x$的图象与一次函数$y = kx - k$的图象的交点坐标为$A(m, 2)$.



（1）求m的值和一次函数的表达式;

【解】把$A(m, 2)$的坐标代入$y = x$,得$m = 2$,

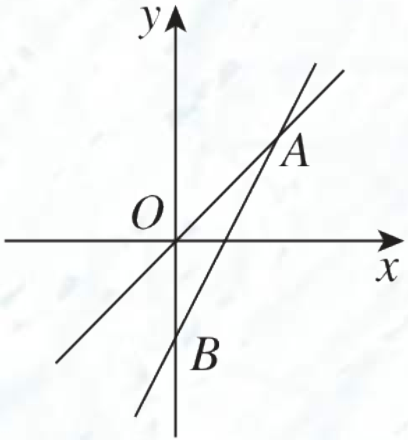
$\therefore$ 点A的坐标为$(2,2)$.

把$A(2,2)$的坐标代入$y = kx - k$,得

$2k - k = 2$,解得$k = 2$,

$\therefore$ 一次函数的表达式为$y = 2x - 2$.

（2）设一次函数$y = kx - k$的图象与y轴交于点B,求$\triangle AOB$的面积.

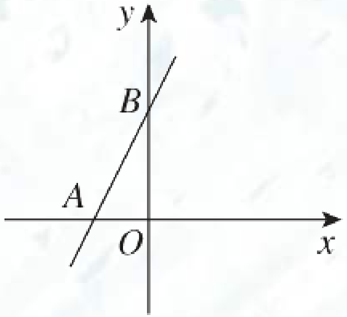


把$x = 0$代入$y = 2x - 2$,得$y = -2$,$\therefore B(0, -2)$

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$.

题型2 已知面积求点的坐标

3.如图，直线$y=kx+b$与x轴相交于点A,与y轴相交于点B,且$OA=1$，$AB=\sqrt{5}$.



（1）求直线AB的函数表达式;

【解】$\because OA=1$，$AB=\sqrt{5}$，$\angle AOB=90°$

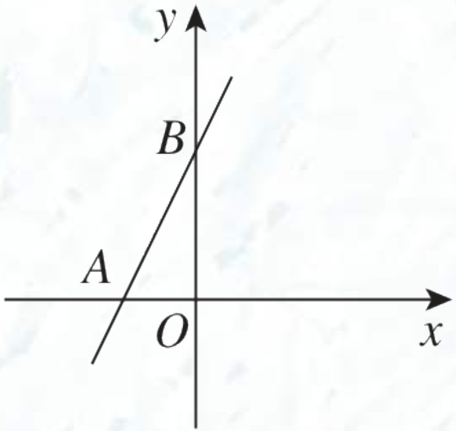
$\therefore OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=2$,

$A(-1,0)$. $\therefore B(0,2)$.

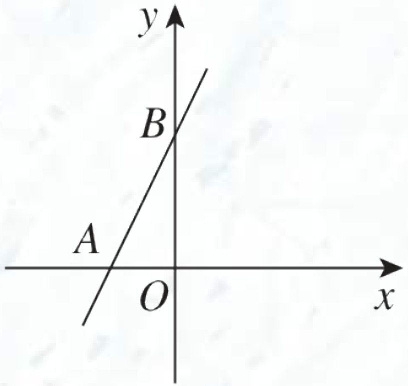
把A，B两点的坐标代入$y=kx+b$,

得$\begin{cases}-k+b=0,\\ b=2,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=2,\\ b=2,\end{cases}$

$\therefore$ 直线AB的函数表达式为$y=2x+2$.



（2）若在直线AB上有一点P,使$\triangle POB$的面积为4,求点P的坐标.



设$P(m, 2m+2)$.

由题意得$\frac{1}{2}\times 2\times |m| = 4$,解得$m = \pm 4$,

$\therefore$ 点P的坐标为$(-4, -6)$或$(4,10)$.

题型3　利用面积求函数表达式

4.已知一次函数$y=kx+4$的图象与两坐标轴围成的三角形的面积为16,求这个一次函数的表达式.

【解】设函数$y=kx+4$的图象与x轴、y轴的交点分别为A,B.

对于函数$y=kx+4$,当$x=0$时,$y=4$,

$\therefore$ 点B的坐标为$(0,4)$. $\therefore OB=4$.

又$\because S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=16,\therefore OA=8.$

$\therefore$ 点A的坐标为$(8,0)$或$(-8,0)$.

当点A的坐标为$(8,0)$时,$0=8k+4$,解得$k=-\frac{1}{2}$;

当点A的坐标为$(-8,0)$时,$0=-8k+4$,解得$k=\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 这个一次函数的表达式为$y=-\frac{1}{2}x+4$或$y=\frac{1}{2}x+4$.

题型4 面积倍分问题

5.[2024北京期中]

【教材呈现】 如图是华师版八年级下册数学教材第70页的部分内容.

15. 直 $y=\frac{2}{3}x-2$分别交x轴、y轴于A、B两点，O

（1）求△AOB

（2）过△AOB的顶点能不能画出直线把△AOB

等的两部分？若能，可以画出几条？写出这样的直线所对应的函数表达式.

写出这道题完整的解题过程.