

# 陕西省铜川市王益中学 2024 届高三下学期模拟预测文科数学试

## 题

学校:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_ 班级:\_\_\_\_\_ 考号:\_\_\_\_\_

### 一、单选题

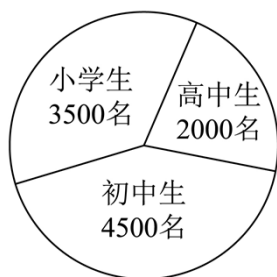
1. 已知  $M = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ , 若集合  $A = \{-1, 0, 1, 4\}$ ,  $B = \{y | y = x^2\}$ , 则  $M = ( \quad )$

- A.  $\{1, 4\}$       B.  $\{0, 1, 4\}$       C.  $\{-1, 0\}$       D.  $\{-1\}$

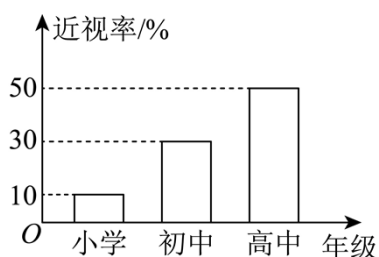
2. 已知复数  $z_1 = \frac{3+i}{1-i}$  的实部为  $a$ ,  $z_2 = i(2+i)$  的虚部为  $b$ , 则  $z = a + (b+1)i$  在复平面内对应的点位于 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

3. 已知某地区中小学生人数和近视情况分别如图甲和图乙所示. 为了了解该地区中小学生近视情况形成的原因, 采用分层抽样的方法抽取部分学生进行调查, 若抽取的小学生人数为 70, 则抽取的高中生中近视人数为 ( )



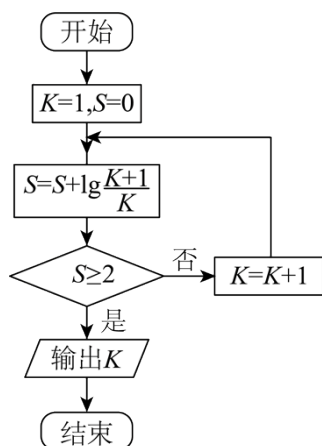
图甲



图乙

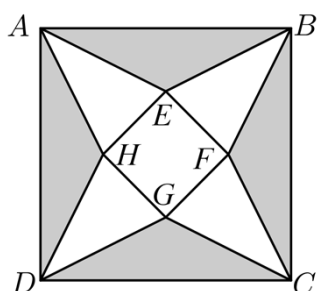
- A. 10      B. 20      C. 25      D. 40

4. 执行如图所示的程序框图, 则输出  $K$  的值为 ( )



- A. 101      B. 100      C. 99      D. 98

5. 如图, 正方形  $ABCD$  中灰色阴影部分为四个全等的等腰三角形, 已知  $AB = 2\sqrt{2}, EF = 1$ , 若在正方形  $ABCD$  内随机取一点, 则该点落在白色区域的概率为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{5}{8}$       C.  $\frac{9}{16}$       D.  $\frac{2}{3}$

6. 下列说法正确的是 ( )

- A. 若直线  $l, m, n$  两两相交, 则直线  $l, m, n$  共面  
 B. 若直线  $l, m$  与平面  $\alpha$  所成的角相等, 则直线  $l, m$  互相平行  
 C. 若平面  $\alpha$  上有三个不共线的点到平面  $\beta$  的距离相等, 则平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  平行  
 D. 若不共面的 4 个点到平面  $\alpha$  的距离相等, 则这样的平面  $\alpha$  有且只有 7 个

7. 已知  $a = \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{2}}, b = \log_6 5, c = \log_5 6$ , 则 ( )

- A.  $a < b < c$       B.  $c < b < a$       C.  $b < c < a$       D.  $a < c < b$

8. 已知  $\omega > 0$ , 若函数  $f(x) = \begin{cases} \ln x - \frac{x}{3}, & x > 0, \\ \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right), & -\pi \leq x \leq 0 \end{cases}$  有 4 个零点, 则  $\omega$  的取值范围是

( )

- A.  $\left(\frac{4}{3}, \frac{7}{3}\right]$       B.  $\left[\frac{4}{3}, \frac{7}{3}\right)$       C.  $\left(\frac{7}{3}, \frac{10}{3}\right]$       D.  $\left[\frac{7}{3}, \frac{10}{3}\right)$

9. 在  $\triangle ABC$  中,  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2} BC^2$ , 若  $\vec{r} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{2}{3} \vec{AC}$ ,  $\vec{b} = \frac{3}{4} \vec{AB} + \frac{1}{4} \vec{AC}$ ,  $\vec{c} = \frac{2}{7} \vec{AB} + \frac{5}{7} \vec{AC}$ , 则 ( )

- A.  $|\vec{b}| > |\vec{c}| > |\vec{a}|$       B.  $|\vec{b}| > |\vec{a}| > |\vec{c}|$       C.  $|\vec{a}| > |\vec{c}| > |\vec{b}|$       D.  $|\vec{c}| > |\vec{a}| > |\vec{b}|$

10. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点, 若  $E$  上存在不同的两点  $A, B$ , 使得  $\vec{F_1 A} = \sqrt{2} \vec{F_2 B}$ , 则  $E$  的离心率的取值范围为 ( )

- A.  $(0, \sqrt{2} - 1)$       B.  $(0, \sqrt{2} - 1]$       C.  $(3 - 2\sqrt{2}, 1)$       D.  $[3 - 2\sqrt{2}, 1)$

11. 在正四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=2A_1B_1=4\sqrt{3}$ ,  $AA_1=\sqrt{10}$ ,  $P$  是四边形  $ABCD$  内的动点, 且  $A_1P=4$ , 则动点  $P$  运动轨迹的长度为 ( )

- A.  $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$       B.  $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$       C.  $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$       D.  $2\sqrt{2}\pi$

12. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ , 且  $2[f(x+y)+f(x-y)]=f(x)f(y)$ ,  $f(1)=2\sqrt{3}$  则  $f(2025)=$  ( )

- A.  $2\sqrt{3}$       B. 0      C. 4      D.  $-2\sqrt{3}$

## 二、填空题

13. 已知  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+3y+6 \geq 0, \\ 2x+y \leq 0, \\ x-y+4 \geq 0, \end{cases}$  则目标函数  $z=x+2y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

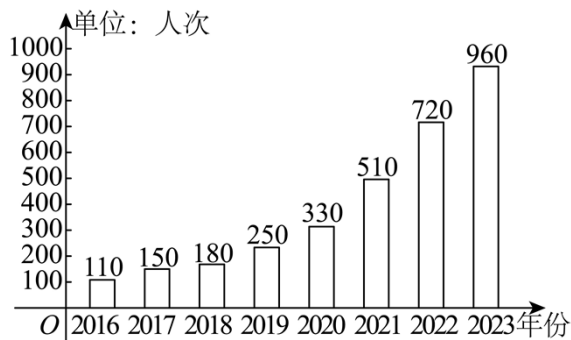
14. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 已知  $b=c=5$ , 三角形面积为 12, 则  $a=$ \_\_\_\_\_.

15. 若  $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , 且  $\cos 2\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ , 则  $\alpha$  的值为\_\_\_\_\_.

16. 已知双曲线  $C: \frac{y^2}{a^2} - x^2 = 1 (a > 0)$ , 过双曲线上一点  $M(x_0, y_0)$  作直线  $l$ , 分别与双曲线的两条渐近线交于点  $P, Q$ , 且  $M$  为  $PQ$  的中点,  $O$  为坐标原点, 若双曲线的离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 则  $\triangle OPQ$  的面积为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 如图是  $M$  市某爱国主义教育基地宣传栏中标题为“2016~2023 年基地接待青少年人次”的统计图, 根据该统计图提供的信息解决下列问题.



- (1)求  $M$  市某爱国主义教育基地所统计的 8 年中接待青少年人次的平均值和中位数；  
 (2)由统计图可看出,从 2020 年开始,  $M$  市爱国主义教育基地接待青少年的人次呈直线上升趋势, 请你用线性回归分析的方法预测 2025 年基地接待青少年的人次.

①参考公式: 对于一组数据  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , 其回归直线  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  的斜率和截距

的最小二乘法公式分别为:  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ,  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .

②参考数据:

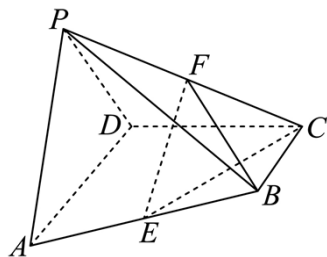
$x' = x - 2020$	0	1	2	3
$y' = y - 630$	-300	-120	90	330

18. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,  $S_n$  为其前  $n$  项和, 若  $a_3 + 2a_4 = \frac{2}{3}, S_{10} = \frac{25}{3}$ .

(1)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2)若  $b_n = (a_n + 1)^2 \cos \frac{2n\pi}{3}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前 18 项和  $T_{18}$ .

19. 如图, 已知四棱锥  $P-ABCD$  中, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD, \angle ADC = 90^\circ$ ,  $AD = 2BC = 2CD = 4$ ,  $BC \parallel AD, E, F$  分别为  $AB, PC$  的中点.



(1)求证:  $EF \parallel$  平面  $PAD$ ;

(2)若侧面  $PAD$  为等边三角形, 求四面体  $B-CEF$  的体积.

20. 已知函数  $h(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + m (m \in \mathbb{R})$  的一个极值为  $-2$ .

(1)求实数  $m$  的值;

(2)若函数  $h(x)$  在区间  $\left[k, \frac{3}{2}\right]$  上的最大值为 18, 求实数  $k$  与  $m$  的值.

21. 若  $A, B$  是抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  上的不同两点, 弦  $AB$  (不平行于  $y$

轴)的垂直平分线与 $x$ 轴相交于点 $P$ ,则称弦 $AB$ 是点 $P$ 的一条“相关弦”.已知当 $x_0 > p$ 时,点 $P(x_0, 0)$ 存在无穷多条“相关弦”.

(1)证明:点 $P(x_0, 0)(x_0 > p)$ 的所有“相关弦”的中点的横坐标相同;

(2)当 $p = 2$ 时,试问:点 $P(x_0, 0)(x_0 > 2)$ 的“相关弦”的弦长中是否存在最大值?若存在,求其最大值(用 $x_0$ 表示);若不存在,请说明理由.

22. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中,曲线 $C_2$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\alpha, \\ y = 2\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$ 为参数),以 $O$ 为

极点, $x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 $C_1$ 的极坐标方程为 $\rho = 4\sqrt{3}\sin\theta$ .

(1)求曲线 $C_1$ 的直角坐标方程与曲线 $C_2$ 的普通方程;

(2)设点 $A$ 的极坐标为 $(4\sqrt{3}, \frac{\pi}{2})$ ,射线 $\theta = \gamma(0 < \gamma < \frac{\pi}{2})$ 与 $C_1$ 的交点为 $M$ (异于极点),与 $C_2$ 的交点为 $N$ (异于极点),若 $|MN| = \sqrt{3}|MA|$ ,求 $\tan\gamma$ 的值.

23. 已知函数 $f(x) = |x - a| - |x - a^2|$ .

(1)当 $a = -2$ 时,求不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集;

(2)若 $f(x) \leq 2|x - a| - 2a - 4$ ,求实数 $a$ 的取值范围.



参考答案:

1. D

【分析】利用二次函数的值域得到  $B = [0, +\infty)$ ，由集合  $M$  的定义得到集合  $M$ 。

【详解】 $B = \{y | y = x^2\} = [0, +\infty)$ ，集合  $A$  中只有  $-1$  不是  $B$  中的元素。

故选：D。

2. A

【分析】由复数的除法得到  $z_1$ ，从而得到实部  $a$  的值，由复数的乘法得到  $z_2$ ，从而得到虚部  $b$  的值，从而得到  $z$ ，得到对应的点，得到所在象限。

【详解】 $z_1 = \frac{3+i}{1-i} = \frac{3+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = 1+2i$ ,  $z_2 = i(2+i) = -1+2i$ ，所以  $a=1, b=2$ ，所以  $z=1+3i$ ，

其在复平面内的对应点为  $(1,3)$ ，位于第一象限。

故选：A。

3. B

【分析】根据题意，求得抽取的高中生人数是 40 人，再结合图乙可知高中生的近视率为 50%，即可求解。

【详解】由图甲可知抽取的高中生人数是  $70 \times \frac{2000}{3500} = 40$ ，

又由图乙可知高中生的近视率为 50%，所以抽取的高中生中近视人数为  $40 \times 50\% = 20$  人。

故选：B。

4. C

【分析】从  $K=1, S=0$  开始，利用程序框图分别计算每个循环中  $S$  和  $K$  的值，考虑到循环结束的条件是  $S \geq 2$ ，当  $S = \lg 99 + \lg \frac{99+1}{99} = \lg 100 = 2$  时，退出循环，此时  $K=99$ ，即为输出的  $K$  的值。

【详解】执行程序框图，得  $K=1, S=0$ ；

$S = 0 + \lg \frac{1+1}{1} = \lg 2, K = 2$ ； $S = \lg 2 + \lg \frac{2+1}{2} = \lg 3, K = 3$ ；

$S = \lg 3 + \lg \frac{3+1}{3} = \lg 4, K = 4$ ； $S = \lg 4 + \lg \frac{4+1}{4} = \lg 5, K = 5$ ； $\dots$ ；

$S = \lg 98 + \lg \frac{98+1}{98} = \lg 99, K = 99$ ； $S = \lg 99 + \lg \frac{99+1}{99} = \lg 100 = 2$ ，

退出循环。

所以输出  $K=99$ 。

故选：C.

5. A

【分析】求出白色区域的面积和正方形的面积，利用几何概型的概率公式求解即可

【详解】由题易知四边形  $EFGH$  为正方形，且  $EF=1$ .

由  $AB=2\sqrt{2}$  得  $AC=4$ ，所以  $\triangle AEH$  的高为  $\frac{4-1}{2}=\frac{3}{2}$ ，

故白色区域的面积为  $4S_{\triangle AEH} + S_{\text{正方形}EFGH} = 4 \times \frac{3}{4} + 1 = 4$ .

又正方形  $ABCD$  的面积为 8，

所以若在正方形  $ABCD$  内随机取一点，该点落在白色区域的概率为  $\frac{1}{2}$ ，

故选：A.

6. D

【分析】根据题意，结合空间中直线与平面位置关系的判定和性质，逐项判定，即可求解.

【详解】对于 A 中，当直线  $l, m, n$  交于同一点时，则直线  $l, m, n$  可能不共面，所以 A 错误；

对于 B 中，当直线  $l, m$  倾斜方向不同时，直线  $l, m$  与平面  $\alpha$  所成的角也可能相等，所以 B 错误；

对于 C 中，当这 3 个点不在平面  $\beta$  的同侧时，平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  相交，所以 C 错误；

对于 D 中，根据题意，显然这 4 个点不可能在平面  $\alpha$  的同侧，

当这 4 个点在平面  $\alpha$  两侧 1, 3 分布时，这样的平面  $\alpha$  有 4 个，

当这 4 个点在平面  $\alpha$  两侧 2, 2 分布时，这样的平面  $\alpha$  有 3 个，

所以这样的平面  $\alpha$  有且只有 7 个，所以 D 正确.

故选：D.

7. C

【分析】取两个中间值 1 和  $\frac{3}{2}$ ，由  $a = \sqrt{e} > \frac{3}{2}$ ， $b < \log_6 6 = 1$ ， $1 = \log_5 5 < c < \frac{3}{2}$  即可比较三者大小.

【详解】 $a = \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} > \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ ， $b = \log_6 5 < \log_6 6 = 1$ ，

$1 = \log_5 5 < \log_5 6 = c < \log_5 \sqrt{125} = \frac{3}{2}$ ，

因此  $b < c < a$  .

故选：C.

8. B

【分析】根据导数判断  $f(x)$  在  $(0,3)$  和  $(3,+\infty)$  上各有 1 个零点, 转化为当  $-\pi \leq x \leq 0$  时,  $f(x)$  有 2 个零点, 利用正弦型函数的性质建立不等式求解即可.

【详解】当  $x > 0$  时,  $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{3} = \frac{3-x}{3x}$ , 当  $x \in (0,3)$  时,  $f'(x) > 0, f(x)$  单调递增;

当  $x \in (3,+\infty)$  时,  $f'(x) < 0, f(x)$  单调递减.

又  $f(1) = -\frac{1}{3} < 0, f(3) = \ln 3 - 1 > 0, f(e^2) = 2 - \frac{e^2}{3} < 0$ , 所以  $f(x)$  在  $(0,3)$  和  $(3,+\infty)$  上各有 1 个零点.

又因为  $f(x) = 0$  有 4 个根, 所以当  $-\pi \leq x \leq 0$  时,  $f(x)$  有 2 个零点,

因为  $-\pi \leq x \leq 0$ , 所以  $-\pi\omega + \frac{\pi}{3} \leq \omega x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{3}$ , 即  $-2\pi < -\pi\omega + \frac{\pi}{3} \leq -\pi$ ,

解得  $\frac{4}{3} \leq \omega < \frac{7}{3}$ .

故选: B.

9. A

【分析】由  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}^2$  得出  $AB = AC$ , 再借助平行四边形定则画图可解.

【详解】如图, 设  $BC$  的中点为  $D$ , 则  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}^2 = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$ , 所以

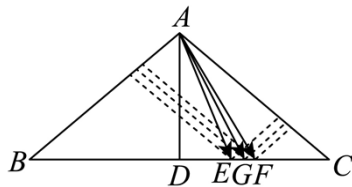
$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA} = 0$ ,  $AD \perp BC$ , 则  $AB = AC$ .

设  $\vec{d} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$ , 由于  $AB = AC$ , 则  $|\vec{d}|^2 = |\vec{b}|^2$ , 则  $|\vec{b}| = |\vec{d}|$ .

假如  $\vec{a}, \vec{d}, \vec{c}$  的起点均为  $A$ , 运用加法的平行四边形法作图求和, 对角线对应的终点  $E, F, G$  如

图所示, 所以  $|\vec{b}| > |\vec{c}| > |\vec{a}|$ .

故选: A.



10. C

【分析】利用向量关系结合椭圆的对称性,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/628042060060006113>