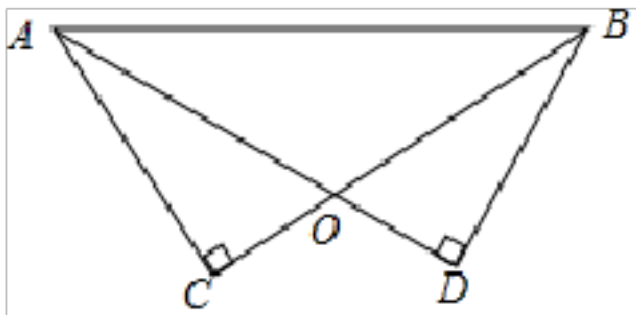


《全等三角形》综合专项培优练

基础型（一）：

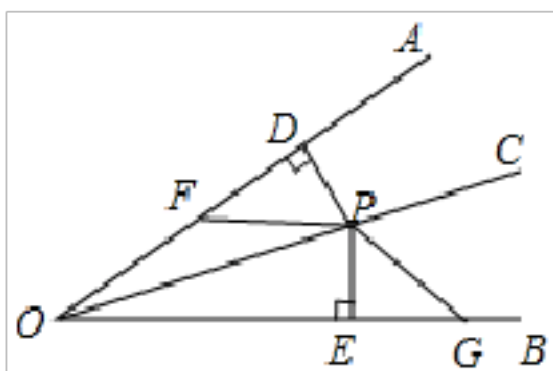
1. 如图，AD，BC 相交于点 O， $AD=BC$ ， $\angle C=\angle D=90^\circ$ 。

- (1) 求证： $\triangle ACB \cong \triangle BDA$ ；
 (2) 若 $\angle ABC=28^\circ$ ，求 $\angle CAO$ 的度数。

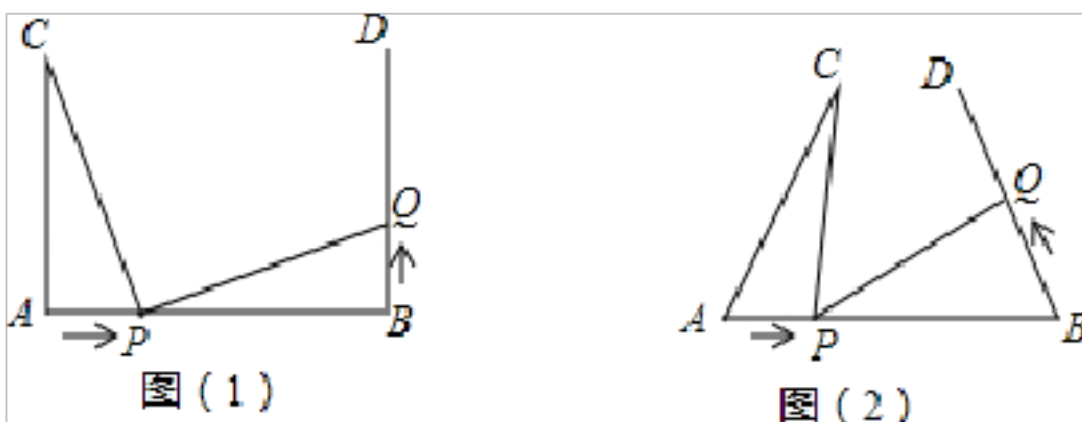


2. 如图，P 是 OC 上一点， $PD \perp OA$ 于 D， $PE \perp OB$ 于 E。F、G 分别是 OA、OB 上的点，且 $PF=PG$ ， $DF=EG$ 。

- (1) 求证：OC 是 $\angle AOB$ 的平分线。
 (2) 若 $PF \parallel OB$ ，且 $PF=8$ ， $\angle AOB=30^\circ$ ，求 PE 的长。



3. 如图（1）， $AB=7\text{cm}$ ， $AC \perp AB$ ， $BD \perp AB$ 垂足分别为 A、B， $AC=5\text{cm}$ 。点 P 在线段 AB 上以 2cm/s 的速度由点 A 向点 B 运动，同时点 Q 在射线 BD 上运动。它们运动的时间为 t（s）（当点 P 运动结束时，点 Q 运动随之结束）。

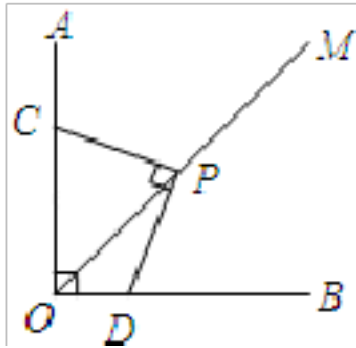


- (1) 若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等，当 $t=1$ 时， $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 是否全等，并判断此时线段 PC 和线段 PQ 的位置关系，请分别说明理由；
 (2) 如图（2），若“ $AC \perp AB$ ， $BD \perp AB$ ”改为“ $\angle CAB = \angle DBA$ ”，点 Q 的运动速度为 $x\text{cm/s}$ ，其它条件不变，当点 P、Q 运动到何处时有 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等，求出相应的 x 的值。

4. 如图，已知 $\angle AOB = 90^\circ$ ， OM 是 $\angle AOB$ 的平分线，将三角尺的直角顶点 P 放在射线 OM 上，两直角边分别与 OA ， OB 交于点 C ， D 。

(1) 证明： $PC = PD$ 。

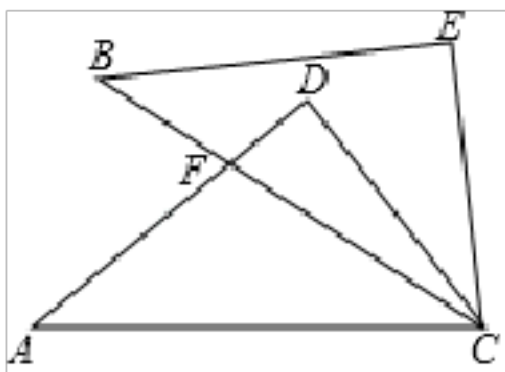
(2) 若 $OP = 4$ ，求 $OC + OD$ 的长度。



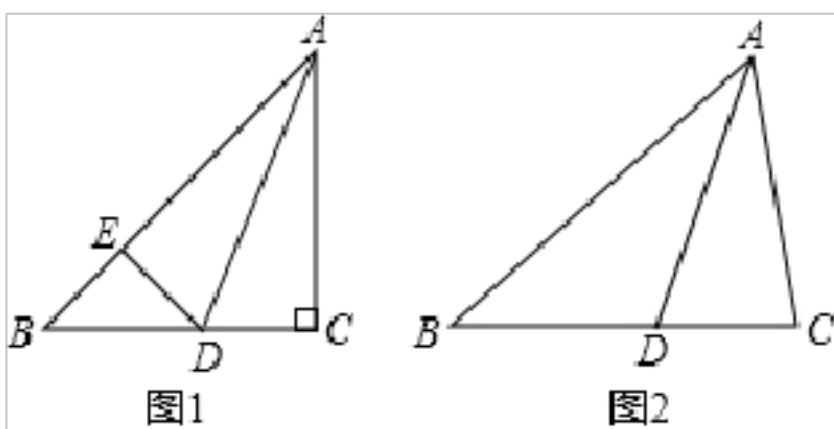
5. 已知：如图， $\angle ACB = \angle DCE$ ， $AC = BC$ ， $CD = CE$ ， AD 交 BC 于点 F ，连结 BE 。

(1) 求证： $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ 。

(2) 延长 AD 交 BE 于点 H ，若 $\angle ACB = 30^\circ$ ，求 $\angle BHF$ 的度数。



6. 在 $\triangle ABC$ 中， AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线。



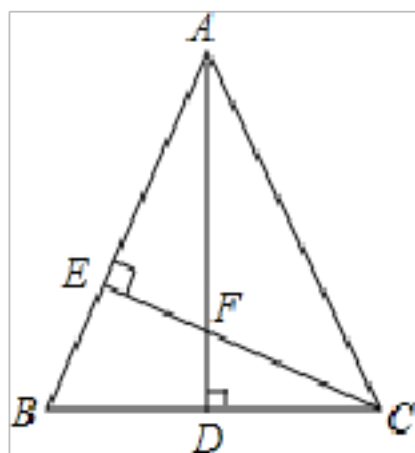
(1) 如图 1， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，点 E 在边 AB 上， $AE = AC$ ，请直接写出图中所有与 BE 相等的线段。

(2) 如图 2， $\angle C \neq 90^\circ$ ，如果 $\angle C = 2\angle B$ ，求证： $AB = AC + CD$ 。

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD\perp BC$ ， $CE\perp AB$ ， $AE=CE$.

(1) 求证： $\triangle AEF\cong\triangle CEB$.

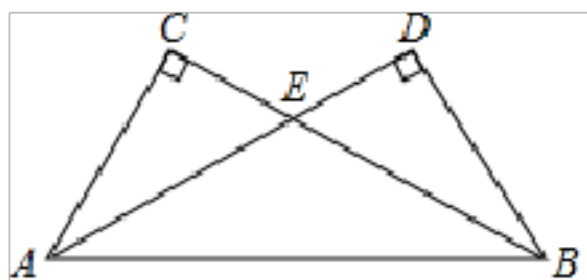
(2) 猜想： AF 与 CD 之间存在怎样的数量关系？请说明理由.



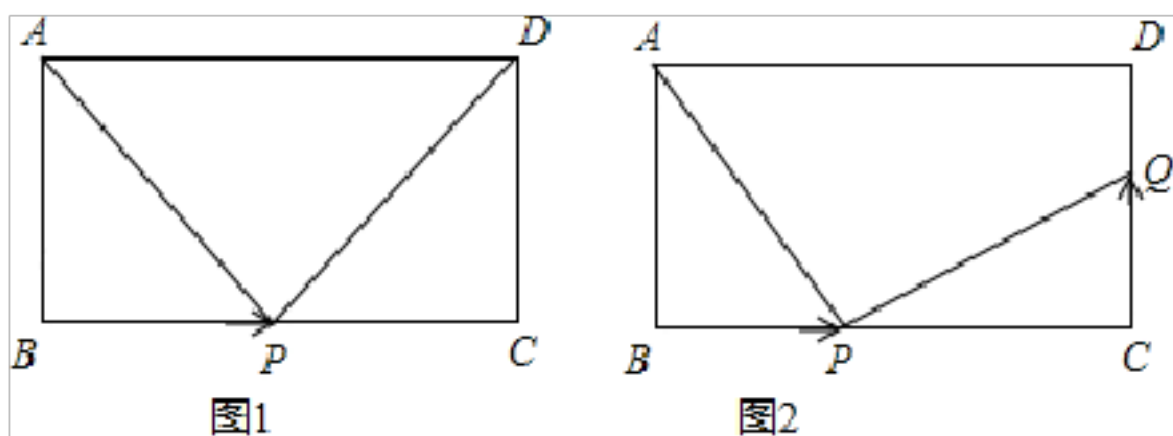
8. 如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 中， $AC=BD$ ， $\angle C=\angle D=90^\circ$ ， AD 与 BC 交于点 E .

(1) 求证： $BC=AD$.

(2) 若 $AC=6$ ， $BC=8$ ，求 $\triangle ACE$ 的周长.



9. 如图 1，在长方形 $ABCD$ 中， $AB=CD=6\text{cm}$ ， $BC=10\text{cm}$ ，点 P 从点 B 出发，以 2cm/s 的速度沿 BC 向点 C 运动，设点 P 的运动时间为 t 秒，且 $t\leq 5$.



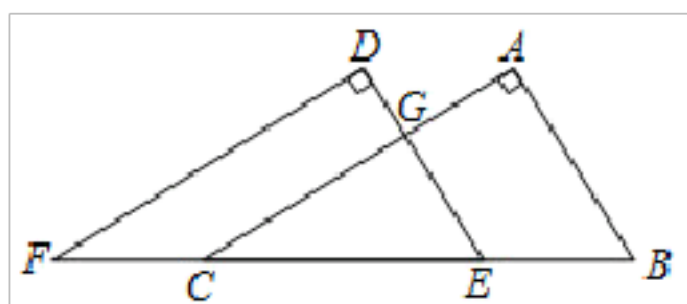
(1) $PC=$ _____cm (用含 t 的代数式表示) .

(2) 如图 2，当点 P 从点 B 开始运动的同时，点 Q 从点 C 出发，以 $v\text{cm/s}$ 的速度沿 CD 向点 D 运动，是否存在这样的 v 值，使得以 A 、 B 、 P 为顶点的三角形与以 P 、 Q 、 C 为顶点的三角形全等？若存在，请求出 v 的值；若不存在，请说明理由.

10. 如图，点 B、E、C、F 在一条直线上，AC 与 DE 交于点 G， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AC = DF$ ， $BE = CF$ 。

(1) 求证： $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$ ；

(2) 若 $\angle F = 30^\circ$ ， $GE = 2$ ，求 CE。

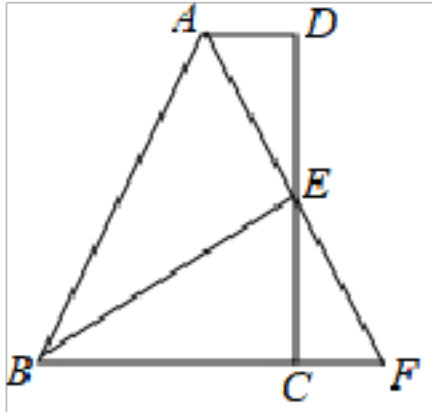


提高型（一）：

1. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 为 CD 的中点，连结 AE ， BE ，延长 AE 交 BC 的延长线于点 F 。

(1) 求证： $\triangle DAE \cong \triangle CFE$ ；

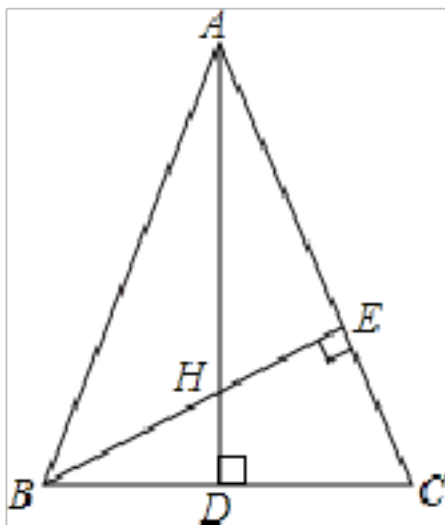
(2) 若 $BE \perp AF$ ，求证： $AB = BC + AD$ 。



2. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 和 BE 是高，它们相交于点 H ，且 $AE = BE$ 。

(1) 求证： $\triangle BCE \cong \triangle AHE$ 。

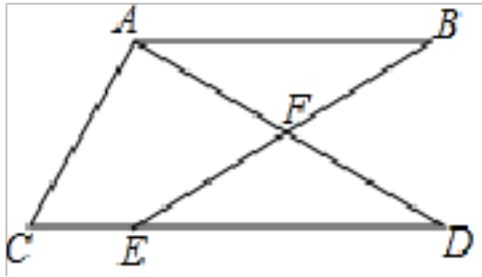
(2) 求证： $AH = 2CD$ 。



3. 如图，在 $\triangle ACD$ 中，E为边CD上一点，F为AD的中点，过点A作 $AB \parallel CD$ ，交EF的延长线于点B.

(1) 求证： $BF = EF$ ；

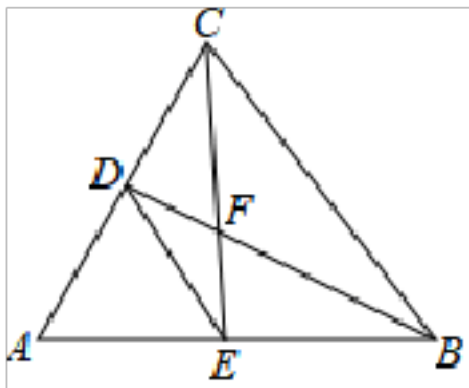
(2) 若 $AB = 6$ ， $DE = 3CE$ ，求CD的长.



4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线分别交AC、AB于点D、E，CE、BD相交于点F，连接DE.

(1) 若 $AC = BC = 6$ ，求DE的长；

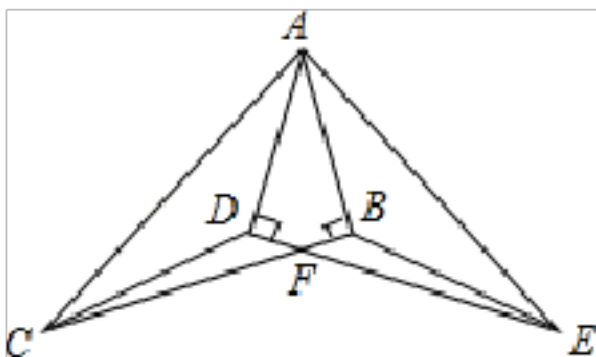
(2) 求证： $BE + CD = BC$.



5. 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle ADE$ （对应顶点字母顺序相同）， $\angle ABC = \angle ADE = 90^\circ$ ，BC与DE交于F.

(1) 不添加辅助线，直接找出图中其他的全等三角形；

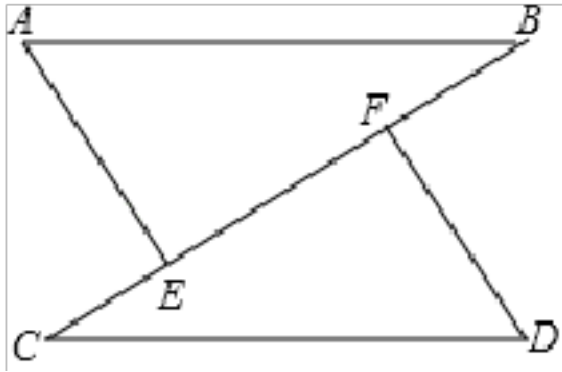
(2) 求证： $CF = EF$.



6. 如图, $AB \parallel CD$, $AB = CD$, 点 E 和点 F 在线段 BC 上, $\angle A = \angle D$.

(1) 求证: $AE = DF$.

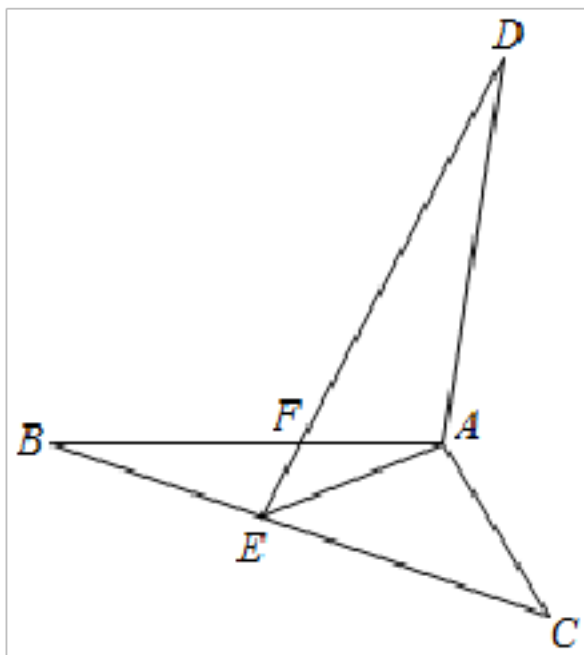
(2) 若 $BC = 16$, $EF = 6$, 求 BE 的长.



7. 如图, $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle BAD = \angle CAE$, 点 E 在 BC 上, AB, DE 相交于点 F.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADE$;

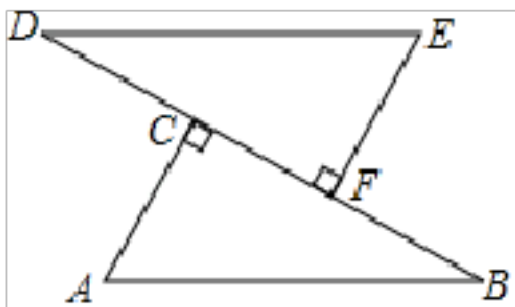
(2) 求证: $\angle BEF = \angle CAE$.



8. 如图, D、C、F、B 四点在一条直线上, $AB = DE$, $AC \perp BD$, $EF \perp BD$, 垂足分别为点 C、点 F, $CD = BF$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EDF$.

(2) 连结 AD、BE, 求证: $AD = EB$.



9. 如图， $\triangle ABC$ 的高为 AD ， $\triangle A'B'C'$ 的高为 $A'D'$ ，且 $A'D' = AD$ 。现有①②③三个条件：

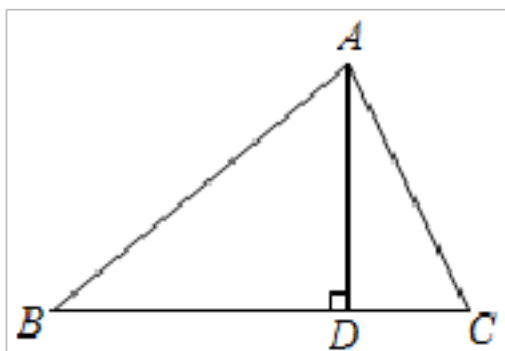
① $\angle B = \angle B'$ ， $\angle C = \angle C'$ ；

② $\angle B = \angle B'$ ， $AB = A'B'$ ；

③ $BC = B'C'$ ， $AB = A'B'$ 。

分别添加以上三个条件中的一个，如果能判定 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ，写出序号，并画图证明；

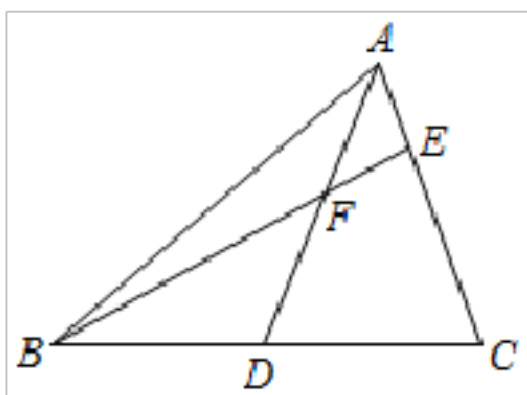
如果不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ，写出序号，并画出相应的反例图形。



10. 阅读下面材料：

数学课上，老师给出了如下问题：

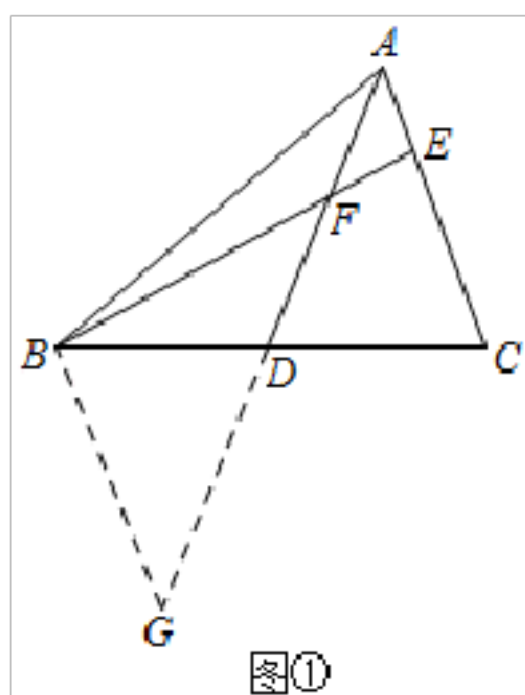
如图， AD 为 $\triangle ABC$ 中线，点 E 在 AC 上， BE 交 AD 于点 F ， $AE = EF$ 。求证： $AC = BF$ 。



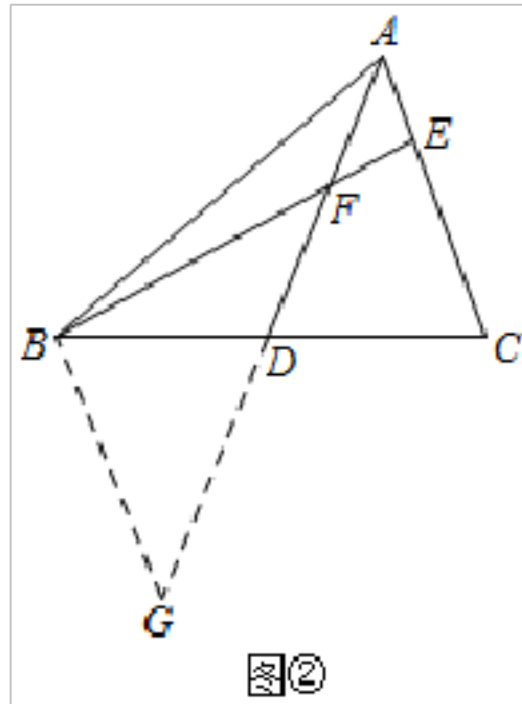
经过讨论，同学们得到以下两种思路：

思路一如图①，添加辅助线后依据 SAS 可证得 $\triangle ADC \cong \triangle GDB$ ，再利用 $AE = EF$ 可以进一步

证得 $\angle G = \angle FAE = \angle AFE = \angle BFG$ ，从而证明结论。



思路二如图②，添加辅助线后并利用 $AE=EF$ 可证得 $\angle G = \angle BFG = \angle AFE = \angle FAE$ ，再依据 AAS 可以进一步证得 $\triangle ADC \cong \triangle GDB$ ，从而证明结论．



完成下面问题：

- (1) ①思路一的辅助线的作法是：_____；
- ②思路二的辅助线的作法是：_____．
- (2) 请你给出一种不同于以上两种思路的证明方法（要求：只写出辅助线的作法，并画出相应的图形，不需要写出证明过程）．

参考答案

基础型：

1. 证明：（1） $\because \angle C = \angle D = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACB$ 和 $\triangle BDA$ 都是直角三角形，

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 和 $\text{Rt}\triangle BDA$ 中， $AD=BC$ ， $AB=BA$ ，

$$\begin{cases} AD=BC \\ AB=BA \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle BDA$ (HL)；

（2）在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\because \angle ABC = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle CAB = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$ ，

由（1）可知 $\triangle ACB \cong \triangle BDA$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle ABC = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle CAO = \angle CAB - \angle BAD = 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ$ 。

2. 解：（1）证明：在 $\text{Rt}\triangle PFD$ 和 $\text{Rt}\triangle PGE$ 中，

$$\begin{cases} PF=PG \\ DF=EG \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle PFD \cong \text{Rt}\triangle PGE$ (HL)，

$\therefore PD=PE$ ，

$\because P$ 是 OC 上一点， $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，

$\therefore OC$ 是 $\angle AOB$ 的平分线。

（2） $\because PF \parallel OB$ ， $\angle AOB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle PFD = \angle AOB = 30^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PDF$ 中， $PE=PD=\frac{1}{2}PF=\frac{1}{2} \times 8=4$ 。

3. 解：（1） $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$ ， $PC \perp PQ$ 。

理由如下： $\because AC \perp AB$ ， $BD \perp AB$ ，

$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$ ，

$\because AP=BQ=2$ ，

$\therefore BP=5$ ，

$\therefore BP=AC$ ，

在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle BPQ$ 中

$$\begin{cases} AP=BQ \\ \angle A=\angle B, \\ AC=BP \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACP \cong \triangle BPQ$ (SAS) ;

$\therefore \angle C = \angle BPQ$,

$\because \angle C + \angle APC = 90^\circ$,

$\therefore \angle APC + \angle BPQ = 90^\circ$,

$\therefore \angle CPQ = 90^\circ$,

$\therefore PC \perp PQ$;

(2) ①若 $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$,

则 $AC=BP$, $AP=BQ$, 可得: $5=7-2t$, $2t=xt$

解得: $x=2$, $t=1$;

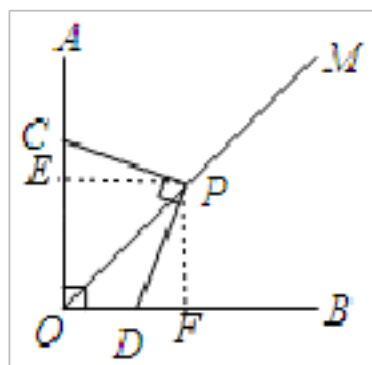
②若 $\triangle ACP \cong \triangle BQP$,

则 $AC=BQ$, $AP=BP$, 可得: $5=xt$, $2t=7-2t$

解得: $x=\frac{20}{7}$, $t=\frac{7}{4}$.

综上所述, 当 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等时 x 的值为 2 或 $\frac{20}{7}$.

4. 证明: (1) 如图, 过点 P 作 $PE \perp OA$ 于点 E , $PF \perp OB$ 于点 F ,



$\therefore \angle PEC = \angle PFD = 90^\circ$.

$\because OM$ 是 $\angle AOB$ 的平分线,

$\therefore PE = PF$,

$\because \angle AOB = 90^\circ$, $\angle CPD = 90^\circ$,

$\therefore \angle PCE + \angle PDO = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$.

而 $\angle PDO + \angle PDF = 180^\circ$,

$\therefore \angle PCE = \angle PDF$

在 $\triangle PCE$ 和 $\triangle PDF$ 中

$\therefore \triangle PCE \cong \triangle PDF$ (AAS)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/628044054053006043>