# 2025年福建省平和一中、南靖一中等四校高三模拟考试（一）数学试题文试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．达芬奇的经典之作《蒙娜丽莎》举世闻名.如图，画中女子神秘的微笑，，数百年来让无数观赏者人迷.某业余爱好者对《蒙娜丽莎》的缩小影像作品进行了粗略测绘，将画中女子的嘴唇近似看作一个圆弧，在嘴角 $A,C$ 处作圆弧的切线，两条切线交于 $B$ 点，测得如下数据： $AB=6cm,BC=6cm,AC=10.392cm$ （其中 $\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.866$ ）.根据测量得到的结果推算：将《蒙娜丽莎》中女子的嘴唇视作的圆弧对应的圆心角大约等于（　　）




A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

2．已知定义在 $R$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足： $f(x+2e)=-f(x)$ （其中 $e=2.71828$L ），且在区间 $[e,2e]$ 上是减函数，令 $a=\frac{\ln 2}{2}$ ， $b=\frac{\ln 3}{3}$ ， $c=\frac{\ln 5}{5}$ ，则 $f(a)$ ， $f(b)$ ， $f(c)$ 的大小关系（用不等号连接）为（　　）

A．$f(b)>f(a)>f(c)$　　B．$f(b)>f(c)>f(a)$

C．$f(a)>f(b)>f(c)$　　D．$f(a)>f(c)>f(b)$

3．设不等式组 $\begin{cases}x+y\geq 0\\ x-\sqrt{3}y\leq 0\end{cases}$ 表示的平面区域为 $\Omega$ ，若从圆 $C$ ： $x^2+y^2=4$ 的内部随机选取一点 $P$ ，则 $P$ 取自 $\Omega$ 的概率为（　　）

A．$\frac{5}{24}$　　B．$\frac{7}{24}$　　C．$\frac{11}{24}$　　D．$\frac{17}{24}$

4．已知函数 $f\left(x\right)$ 是定义在 ***R*** 上的奇函数，且满足 $f\left(1+x\right)=f\left(1-x\right)$ ，当 $x\in\left(0,1\right]$ 时， $f\left(x\right)=-e^{ax}$ （其中 **e** 是自然对数的底数），若 $f\left(2020-\ln 2\right)=8$ ，则实数 ***a*** 的值为(　　)

A．$-3$　　B．3　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

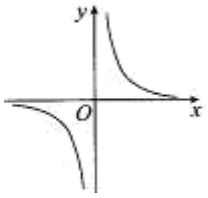
5．若复数 $z$ 满足 $(1+3i)z=(1+i)^2$，则 $|z|=$（　　）

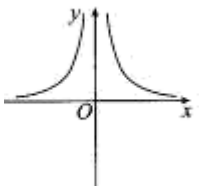
A．$\frac{\sqrt{5}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{5}$

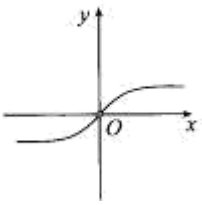
6．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 $F$，过右顶点 $A$ 且与 $x$ 轴垂直的直线交双曲线的一条渐近线于 $M$ 点，$MF$ 的中点恰好在双曲线 $C$ 上，则 $C$ 的离心率为（　　）

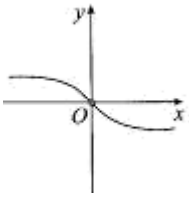
A．$\sqrt{5}-1$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

7．函数 $f(x)=\frac{\ln(x^2+1)}{x^3}$ 的大致图象是

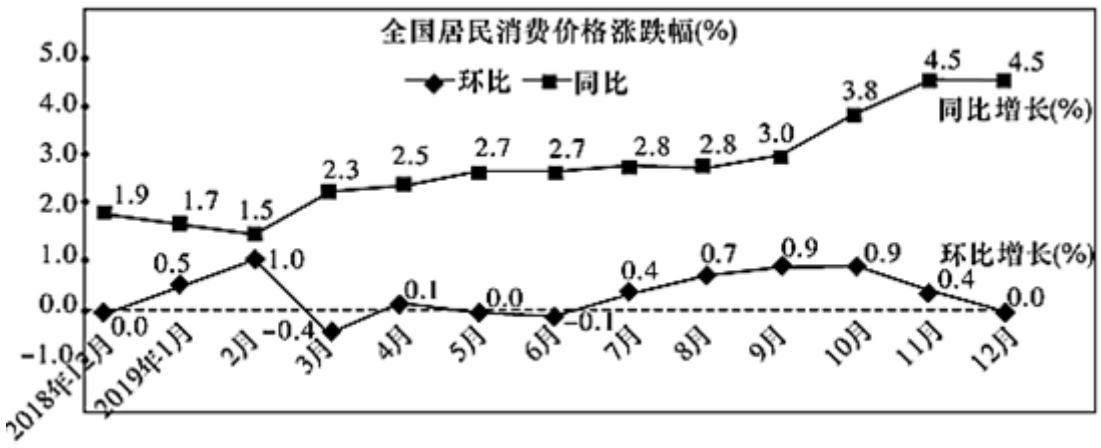
A．

B．

C．

D．


8．如图是国家统计局于 2020 年 1 月 9 日发布的 2018 年 12 月到 2019 年 12 月全国居民消费价格的涨跌幅情况折线图.（注：同比是指本期与同期作对比；环比是指本期与上期作对比.如：2019 年 2 月与 2018 年 2 月相比较称同比，2019 年 2 月与 2019 年 1 月相比较称环比）根据该折线图，下列结论错误的是（　　）




A．2019 年 12 月份，全国居民消费价格环比持平

B．2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格环比均上涨

C．2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格同比均上涨

D．2018 年 11 月的全国居民消费价格高于 2017 年 12 月的全国居民消费价格

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln(2-x), x\leq 1,\\ -x^2+1, x>1,\end{cases}$ 若 $|f(x)|-ax+a\geq 0$ 恒成立，则实数 $a$ 的取值范围是（　　）

A．$\left[-\frac{1}{2},1\right]$　　B．$[0,1]$　　C．$[1,+\infty)$　　D．$[0,2]$

10．双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是 3，焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{2}$，则双曲线 $C$ 的焦距为（　　）

A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．6　　D．$6\sqrt{2}$

11．已知双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦距为 $2c$，焦点到双曲线 $C$ 的渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}c$，则双曲线的渐近线方程为（）

A．$y=\pm\sqrt{3}x$　　B．$y=\pm\sqrt{2}x$　　C．$y=\pm x$　　D．$y=\pm 2x$

12．已知集合 $A=\{x|x+1\le 0\}$，$B=\{x\,|\,x\ge a\}$，若 $A\cup B=R$，则实数 $a$ 的值可以为（　）

A．2　　B．1　　C．0　　D．–2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}+\frac{1}{2},x<0\\ \ln x-x,x>0\end{cases}$，若关于 $x$ 的方程 $f(x)+f(-x)=0$ 在定义域上有四个不同的解，则实数 $a$ 的取值范围是_____.

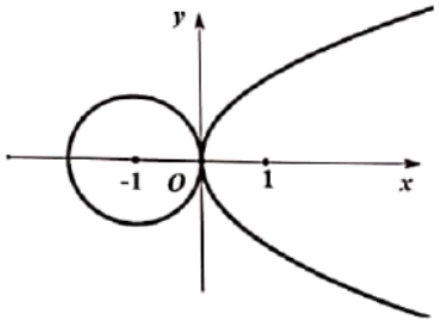
14．已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足公比 $q\ne 1$，$S_n$ 为其前 $n$ 项和，$S_2$，$S_4$，$S_6$ 构成等差数列，则 $S_{2020}=$_____.

15．已知 $i$ 为虚数单位，复数 $z=\frac{1}{1+i}$，则 $|z|=$_____.

16．各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中，$S_n$ 为其前 $n$ 项和，若 $a_3=1$，且 $S_5=S_2+2$，则公比 $q$ 的值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知抛物线 $C_1$：$y^2=2px$（$p>0$）上横坐标为 3 的点与抛物线焦点的距离为 4.




（1）求 $p$ 的值；

（2）设 $P(x_0,y_0)$（$0<x_0\le 2$）为抛物线 $C_1$ 上的动点，过 $P$ 作圆 $(x+1)^2+y^2=1$ 的两条切线分别与 $y$ 轴交于 $A$、$B$ 两点.求 $|AB|$ 的取值范围.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{a}{2}x^2-x(\ln x-b-1)$，$a,b\in\mathrm{R}$.

（1）当 $b=$-1 时，讨论函数 $f(x)$ 的零点个数；

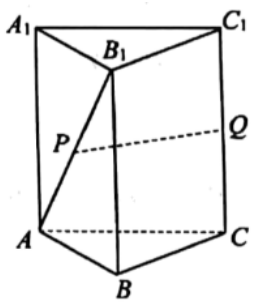
（2）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $c\le e^{2a+b}$ 求 $c$ 的最大值.

19.（12 分）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=\frac{\pi}{4},\cos C=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

（1）求 $\cos A$ 的值；

（2）点 $D$ 为边 $BC$ 上的动点（不与 $C$ 点重合），设 $AD=\lambda DC$，求 $\lambda$ 的取值范围.

20.（12 分）如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CA=CB$，点 $P$，$Q$ 分别为 $AB_1$，$CC_1$ 的中点.求证：




（1）$PQ//$ 平面 $ABC$；

（2）$PQ\perp$ 平面 $ABB_1A_1$.

21.（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与抛物线 $y^2=4x$ 有共同的焦点，且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，设 $F_1,F_2$ 分别是 $A,B$ 为椭圆的上下顶点

（1）求椭圆 $C$ 的方程；

（2）过点 $(0,2)$ 与 $x$ 轴不垂直的直线 $l$ 与椭圆 $C$ 交于不同的两点 $M,N$，当弦 $MN$ 的中点 $P$ 落在四边形 $F_1AF_2B$ 内（含边界）时，求直线 $l$ 的斜率的取值范围.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-b|$，(其中 $a>0$，$b>0$).

（1）求函数 $f(x)$ 的最小值 $M$.

（2）若 $2c>M$，求证：$c-\sqrt{c^2-ab}<a<c+\sqrt{c^2-ab}$.

# 参考答案

**一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．A

**【解析】**

由已知 $AB=BC=6$，设 $\angle ABC=2\theta$．可得 $\sin\theta=\frac{5.196}{7}=0.866$．于是可得 $\theta$，进而得出结论．

【详解】

解：依题意 $AB=BC=6$，设 $\angle ABC=2\theta$．

则 $\sin\theta=\frac{5.196}{7}=0.866\approx\frac{\sqrt{3}}{2}$．

$\therefore\theta=\frac{\pi}{3}$，$2\theta=\frac{2\pi}{3}$．

设《蒙娜丽莎》中女子的嘴唇视作的圆弧对应的圆心角为 $\alpha$．

则 $\alpha+2\theta=\pi$，

$\therefore\alpha=\frac{\pi}{3}$．

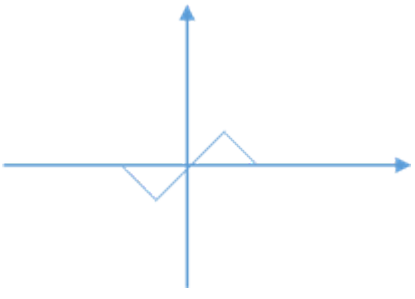
故选：A．

本题考查了直角三角形的边角关系、三角函数的单调性、切线的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

2．A

**【解析】**

因为 $f\left(x+2e\right)=-f\left(x\right)$，所以 $f\left(x+4\,e\right)=f\left(x\right)$，即周期为 4，因为 $f\left(x\right)$ 为奇函数，所以可作一个周期[-2e,2e]示意图，如图 $f\left(x\right)$ 在（0，1）单调递增，因为 $5^2<2^5\therefore5^{\frac{1}{5}}<2^{\frac{1}{2}},2^3<3^2\therefore2^{\frac{1}{2}}<3^{\frac{1}{3}}\therefore0<c<a<b<1$，因此 $f\left(b\right)>f\left(a\right)>f\left(c\right)$，选 A．



点睛：函数对称性代数表示

（1）函数 $f(x)$ 为奇函数 $\Leftrightarrow f(x)=-f(-x)$，函数 $f(x)$ 为偶函数 $\Leftrightarrow f(x)=f(-x)$（定义域关于原点对称）；

（2）函数 $f(x)$ 关于点 $(a,b)$ 对称 $\Leftrightarrow f(x)+f(-x+2a)=2b$，函数 $f(x)$ 关于直线 $x=m$ 对称 $\Leftrightarrow f(x)=f(-x+2m)$，

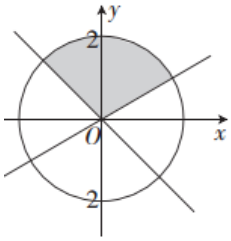
（3）函数周期为 T,则 $f(x)=f(x+T)$

3．B

**【解析】**

画出不等式组表示的可行域，求得阴影部分扇形对应的圆心角，根据几何概型概率计算公式，计算出所求概率.

【详解】




作出 $\Omega$ 中在圆 $C$ 内部的区域，如图所示，

因为直线 $x+y=0$，$x-\sqrt{3}y=0$ 的倾斜角分别为 $\frac{3\pi}{4}$，$\frac{\pi}{6}$，

所以由图可得 $P$ 取自 $\Omega$ 的概率为 $\frac{\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}}{2\pi}=\frac{7}{24}$.

故选：B

本小题主要考查几何概型的计算，考查线性可行域的画法，属于基础题.

4．B

**【解析】**

根据题意，求得函数周期，利用周期性和函数值，即可求得 $a$.

【详解】

由已知可知，$f(2+x)=f(-x)=-f(x)$，所以函数 $f(x)$ 是一个以 4 为周期的周期函数，

所以 $f(2020-\ln 2)=f(-\ln 2)=-f(\ln 2)=e^{a\ln 2}=2^a=8$，

解得 $a=3$，

故选：B.

本题考查函数周期的求解，涉及对数运算，属综合基础题.

5．D

**【解析】**

先化简得 $z=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}\mathrm{i}$, 再求 $|z|$ 得解.

【详解】

$z=\dfrac{2\mathrm{i}}{1+3\mathrm{i}}=\dfrac{2\mathrm{i}(1-3\mathrm{i})}{10}=\dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{5}\mathrm{i},$

所以$|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

故选：D

本题主要考查复数的运算和模的计算，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

6．A

**【解析】**

设$M(a,b)$，则 *MF* 的中点坐标为$(\dfrac{a+c}{2},\dfrac{b}{2})$，代入双曲线的方程可得$a,b,c$的关系，再转化成关于$a,c$的齐次方程，求出$\dfrac{c}{a}$的值，即可得答案.

【详解】

双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右顶点为$A(a,0)$，右焦点为$F(\mathrm{c},0)$，

*M* 所在直线为$x=a$，不妨设$M(a,b)$，

$\therefore MF$ 的中点坐标为$(\dfrac{a+c}{2},\dfrac{b}{2})$.代入方程可得$\dfrac{\left(\dfrac{a+c}{2}\right)^2}{a^2}-\dfrac{\left(\dfrac{b}{2}\right)^2}{b^2}=1$，

$\therefore\dfrac{(a+c)^2}{4a^2}=\dfrac{5}{4}$，$\therefore e^2+2e-4=0$，$\therefore e=\sqrt{5}-1$（负值舍去）.

故选：A.

本题考查双曲线的离心率，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意构造$a,c$的齐次方程.

7．A

**【解析】**

利用函数的对称性及函数值的符号即可作出判断.

【详解】

由题意可知函数$f(x)$为奇函数，可排除 B 选项；

当$\mathrm{x}<0$时，$f(x)<0$，可排除 D 选项；

当$\mathrm{x}=1$时，$f(1)=ln2$，当$\mathrm{x}=3$时，$f(3)=\dfrac{\ln 10}{27},\ln 2>\dfrac{\ln 10}{27}$，

即$f(1)>f(3)$，可排除 C 选项，

故选：A

本题考查了函数图象的判断，函数对称性的应用，属于中档题.

8．D

**【解析】**

先对图表数据的分析处理，再结简单的合情推理一一检验即可

【详解】

由折线图易知 *A*、*C* 正确；2019 年 3 月份及 6 月份的全国居民消费价格环比是负的，所以 *B* 错误；设 2018 年 12 月份，2018 年 11 月份，2017 年 12 月份的全国居民消费价格分别为$a,b,c$，由题意可知，$b=a$，$\frac{a-c}{c}=1.9\%$，则有$c=\frac{a}{1+1.9\%}<a=b$，所以 *D* 正确.

故选：D

此题考查了对图表数据的分析处理能力及进行简单的合情推理，属于中档题.

9．D

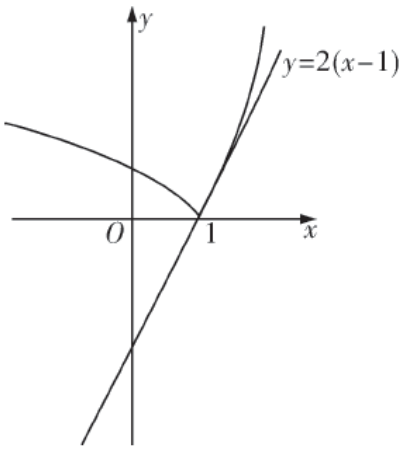
**【解析】**

由$\left|f(x)\right|-ax+a\geq 0$恒成立，等价于$y=|f(x)|$的图像在$y=a(x-1)$的图像的上方，然后作出两个函数的图像，利用数形结合的方法求解答案.

【详解】

因为$\left|f(x)\right|=\begin{cases}\ln(2-x), x\leq 1,\\ x^2-1, x>1,\end{cases}$由$\left|f(x)\right|\geq a(x-1)$恒成立，分别作出$y=|f(x)|$及$y=a(x-1)$的图象，由图知，当$a<0$时，不符合题意，只须考虑$a\geq 0$的情形，当$y=a(x-1)$与$y=\left|f(x)\right|(x\geq 1)$图象相切于$(1,0)$时，由导数几何意义，此时$a=(x^2-1)'|_{x=1}=2$，故$0\leq a\leq 2$.

故选：D




此题考查的是函数中恒成立问题，利用了数形结合的思想，属于难题.

10．A

**【解析】**

根据焦点到渐近线的距离，可得$b$，然后根据$b^2=c^2-a^2, e=\frac{c}{a}$，可得结果.

【详解】

由题可知：双曲线的渐近线方程为$bx\pm ay=0$

取右焦点$F(c,0)$，一条渐近线$l:bx-ay=0$

则点$F$到$l$的距离为$\frac{|bc|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\sqrt{2}$，由$b^2+a^2=c^2$

所以$b=\sqrt{2}$，则$c^2-a^2=2$

又$\frac{c}{a}=3\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}=9\Rightarrow a^2=\frac{c^2}{9}$

所以$c^2-\frac{c^2}{9}=2\Rightarrow c=\frac{3}{2}$

所以焦距为：$2c=3$

故选：A

本题考查双曲线渐近线方程，以及$a,b,c,e$之间的关系，识记常用的结论：焦点到渐近线的距离为$b$，属基础题.

11．A

**【解析】**

利用双曲线$C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦点到渐近线的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}c$，求出$a$，$b$的关系式，然后求解双曲线的渐近线方程.

【详解】

双曲线$C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦点$(c,0)$到渐近线$bx+ay=0$的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}c$，

可得：$\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}c$，可得$\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，则$C$的渐近线方程为$y=\pm\sqrt{3}x$.

故选 A.

本题考查双曲线的简单性质的应用，构建出$a,b$的关系是解题的关键，考查计算能力，属于中档题.

12．D

**【解析】**

由题意可得 $A=\{x\,|\,x\le -1\}$，根据 $A\cup B=R$，即可得出 $a\le -1$，从而求出结果.

【详解】

$\because A=\{x\,|\,x\le -1\},B=\{x\,|\,x\ge a\}$，且 $A\cup B=R$，$\therefore a\le -1$，

$\therefore a$ 的值可以为–2 .

故选：D.

考查描述法表示集合的定义，以及并集的定义及运算.

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。**

13. $\left(-\frac{1}{3},0\right)$

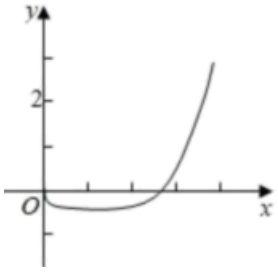
**【解析】**

由题意可 $f(x)+f(-x)=0$ 在定义域上有四个不同的解等价于 $y=\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}+\frac{1}{2}$ 关于原点对称的函数 $y=-\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}-\frac{1}{2}$ 与函数 $f\left(x\right)=\ln x-x\left(x>0\right)$ 的图象有两个交点，运用参变分离和构造函数，进而借助导数分析单调性与极值，画出函数图象，即可得到所求范围.

【详解】

已知定义在 $\left(-\infty,0\right)\cup\left(0,+\infty\right)$ 上的函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}+\frac{1}{2},x<0\\ \ln x-x,x>0\end{cases}$

若 $f(x)+f(-x)=0$ 在定义域上有四个不同的解




等价于 $y=\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}+\frac{1}{2}$ 关于原点对称的函数 $y=-\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}-\frac{1}{2}$ 与函数 $f(x)=\ln x-x(x>0)$ 的图象有两个交点，

联立可得 $\ln x-x+\frac{1}{6}x^2-\frac{a}{x}+\frac{1}{2}=0$ 有两个解，即 $a=x\ln x-x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x$

可设 $g\left(x\right)=x\ln x-x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x$，则 $g'\left(x\right)=\ln x-2x+\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$，

进而 $g''\left(x\right)=x+\frac{1}{x}-2\ge 0$ 且不恒为零，可得 $g'\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 单调递增.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/628046104104006123