（完整版）金融数学课后习题答案

第一章习题答案

1. 设总量函数为 A(t) = t2 + 2t + 3 。试计算累积函数 a(t) 和第 n 个时段的利息 In 。

解: 把 t = 0 代入得 A(0) = 3 于是:

a(t) =

A(t)

A(0)

–

t2 + 2t + 3

3

In = A(n) ? A(n ?1)

= (n2 + 2n + 3) ?((n ?1)2 + 2(n ?1) + 3))

= 2n + 1

2. 对以下两种情况计算从 t 时刻到 n(t < n) 时刻的利息: (1)Ir(0 < r <

n); (2)Ir = 2r(0 < r < n).

解:

(1)

I = A(n) ? A(t)

= In + In?1 + + It+1

=

n(n + 1)

2

t(t + 1)

2

(2)

I = A(n) ? A(t)

=

Σn

k=t+1

Ik =

Σn

k=t+1

Ik

= 2n+1 ?2t+1

3. 已知累积函数的形式为: a(t) = at2 + b 。若 0 时刻投入的 100 元累积到 3 时刻为 172 元，试计算：5 时刻投入的 100 元在 10 时刻的终值。

解: 由题意得

a(0) = 1, a(3) =

A(3)

A(0)

= 1. 72

a = 0.08, b = 1

□A(5) = 100

A(10) = A(0) ? a(10) = A(5) ? a(10)

a(5)

= 100 × 3 = 300.

4. 分别对以下两种总量函数计算 i5 和 i10 :

(1) A(t) = 100 + 5t; (2) A(t) = 100(1 + 0.1)t. 解:

(1)

i5 =

A(5) ? A(4)

A(4)

=

5

120

≈4. 17%

i10 =

A(10) ? A(9)

A(9)

=

5

145

≈3. 45%

(2)

i5 =

A(5) ? A(4)

A(4)

=

100(1 + 0. 1)5 ?100(1 + 0. 1)4

100(1 + 0. 1)4

= 10%

i10 =

A(10) ? A(9)

A(9)

=

100(1 + 0. 1)10 ?100(1 + 0. 1)9

100(1 + 0. 1)9

= 10%

5.设 A(4) = 1000, in = 0.01n.　　试计算 A(7) 。

解:

A(7) = A(4)(1 + i5)(1 + i6)(1 + i7)

= 1000 ×1. 05 ×1. 06 ×1. 07

= 1190. 91

6. 试计算 500 元经过两年半的累积达到 615 元的对应年单利率?

另外，500 元以单利率

7.8% 累积多少时间可以达到 630 元？

解:设年单利率为 i

$500(1 + 2.5i) = 615$

解得 $i = 9.2\%$

设 500 元需要累积 t 年

$500(1 + t \times 7.8\%) = 630$

解得 $t = 3$ 年 4 个月

7. 已知单利率为 4% ，问：经过多少时间它对应的实利率可以达到 2.5% ？

解:设经过 t 年后，年利率达到 2.5%

$1 + 4\% \times t = (1 + 2.5\%)t$

$t \approx 36.367$

8. 已知：$(1 + i)5 = X, (1 + i)2 = Y.$ 求$(1 + i)11.$

解:

$(1 + i)11 = (1 + i)5+2$ £3 = XY 3

9. 已知 600 元投资两年将产生利息 264 元（复利方式），问：2000 元以同样的实利率投资 3 年的终值。

第 3 页

解:设实利率为 i

$600[(1 + i)2 ?1] = 264$

解得 $i = 20\%$

□A(3) = 2000(1 + i)3 = 3456 □

10. 已知：第 n 年底的一个货币单位与第 2 年底的一个货币单位的现值之和为一个货币单位。计算$(1 + i)2n.$

解:设实利率为 i

1

$(1 + i)n +$

1

$(1 + i)2n = 1$

解得(1 + i)?n =

√

5 ?1

2

所以(1 + i)2n = (

√

5 ?1

2

)?2

=

3 +

√

5

2

11. 已知：500 元经过 30 年的投资将增为 4000 元，计算：分别在第 20、40 和 60 年底投资 10,000 元的现值之和。

解:

由 500×(1 + i)30 = 4000 ?(1 + i)30 = 8

于是 PV =

10000

(1 + i)20 +

10000

(1 + i)40 +

10000

(1 + i)60

= 1000 ×(8?2

3 + 8?4

3 + 8?2)

= 3281.25

12.以同样的实利率，1 元经过 a 年增为 2 元，2 元经过 b 年增为

3 元，3 元经过 c 年增为 15 元。若已知 6 元经过 n 年增为 10 元。试用 a,b 和 c 表示 n。

第 4 页

解:

(1 + i)a = 2 (1)

(1 + i)b =

3

2

(2)

(1 + i)c = 5 (3)

(1 + i)n =

5

3

(4)

(4) ? n ?ln (1 + i) = ln 5 ?ln 3

(3) ?ln 5 = c ×ln (1 + i)

(1) ×(2) ?ln 3 = (a + b) ?ln (1 + i)

故 n = c ?(a + b)

13. 已知资本 A 在一年内产生的利息量为 336，产生的贴现量为 300。计算 A。解:

A ? i = 336

A ? d = 300

i ? d = i ? d

A = 2800

14. 分别在单利率 10% 和单贴现率 10% 的条件下，计算 d5。

解:（1）

d5 =

a(5) ? a(4)

a(5)

=

10%

1 + 5 ×10%

= 6. 67%

第 5 页

(2)

a?1(t) = 1 ?0.1t

a(t) =

1

1 ?0.1t

d5 =

a(5) ? a(4)

a(5)

=

1

0. 5

1

0. 6

1

0. 5

= 16. 67%

15. 试用 i(3)表示 d(4)，用 d(12) 表示 i(6)。

解:

由(1 +

i(3)

3

)3 = (1 ? d(4)

4

) (?4)

d(4) = 4 ?[1 ?(1 +

i(3)

3

)?3

4]

由(1 +

i(6)

6

)6 = (1 ? d(12)

12

) (?12)

i(6) = 6 ?[(1 ? d(12)

12

)?2 ?1]

16. 在以下两种情况下计算 100 元在两年底的终值：季结算名利率 6% ；每四年结算一次的名贴现率为 6% 。

解：(1)终值为 100 ×(1 + i(4)

4)4£2 = 112.65 元

(2) 终值为 100 ×[(1 ?4d(1

4))

1

4]?2 = 114.71元

17. 已知:i(m) = 0.1844144 和 d(m) = 0.1802608 。计算 m 。

解:利用 1

d(m)

1

i(m) = 1

m

m = 8

18. 基金 A 以单利率 10% 累积，基金 B 以单贴现率 5% 累积。计算两个基金的利息

力相等的时刻。

解:

aA(t) = 1 + 0.1t ?δA(t) =

a0

A(t)

aA(t)

=

0. 1

1 + 0.1t

a?1

A (t) = 1　?0.05t ?δB(t) = ?(a?1

B (t))0

a?1

B (t)

=

0. 05

1 ?0.05t

由 δA(t) = δB(t)□

t = 5

19. 一年期投资的累积函数为二次多项式，前半年的半年名利率为 5% ，全年的实利率为 7% ，计算 δ 0. 5。

解:依题意，累积函数为 a(t) = at2 + bt + 1

a(0.5) = 0.25a + 0.5b + 1 = 1.025

a(1) = a + b + 1 = 1.07

a = 0.04

b = 0.03

于是

δ 0. 5 =

a0(0.5)

= 0. 068

20. 已知：帐户 A 的累积函数为:1 + t2,帐户 B 的累积函数为:1 + 2t + t2 。计算帐户 A 的利息力超过帐户 B 的利息力的时刻。

解:□□□□δA(t) = 2t

1+t2 , δB(t) = 2

1+t

由 δA(t) > δB(t)

2t

1 + t

2 >

2

1 + t

t > 1

21．已知季结算名贴现率为 8% ，分别对以下两种情况计算 25 个月底的 5000 元在当前的现值：全部采用复贴现；在最后的不足年份内采用单贴现。

解：d(4) = 8% ，设复利下月实贴现率为 d，单利下实利率为 d0 。

全部采用复利:

(1 ? d)3 = 1 ?8%

2

第 7 页

PV = 5000(1 ? d)25 = 4225.25

前两年用复利:

1 ?3d0 = 1 ?8%

2

PV = 5000(1 ? d)24(1 ? d0) = 4225.46

22．为了在第 4 年底收益 2000 元、10 年底收益 5000 元，当前选择这样的投资：前两年每年初投入 2000 元、第 3 年初再投入一部分。已知季结算名利率 6% ，计算第 3 年初投入的金额。(原来的答案

)

解：$i(4)=6\%$ ，则 $i=(1+6\%$

4)4 ?1 = 6.14%

设第 3 年初投入 X,以第 3 年初为比较日，列价值方程

$2000(1+i)2+2000(1+i)+X=2000v2+5000v8$

解得 $X=504.67$ 元

23．在一定的利率下，下面两种付款方式等价：1〕第 5 年底支付 200 元，第 10 年底支付 500 元；2〕第 5 年底一次性支付 400.94 元。另外，以同样的利率现在投资 100 元再加上第 5 年底投资 120 元，这些投资在第 10 年底的终值为 P。试计算 P。

解：对两种付款方式，以第 5 年为比较日，列价值方程：

$200+500v5=400.94$

解得 $v5=0.40188$

所以

$P=100(1+i)10+120(1+i)5=917.762$

24．经过多少时间 1000 元以利率 6% 累积的终值是利率 4% 累积终值的两倍？

解：

$1000(1+6\%)t=2\times1000(1+4\%)t$

解得：$t=36$ 年

25．已知年利率为 8% ，且第 n 年底和 2n 年底投入 100 元的现值之和为 100 元，计

算 n。

第 8 页

解：列价值方程为

$100vn+100v2n=100$

解得 $n=6.25$

26．基金 A 以月换算名利率 12% 累积；基金 B 以利息力 $\delta t=t$

6

累积，初始时刻两基

□□δt = 1

6 t，得基金 B 的积累函数为

aB(t) = exp(

∫t

δsds) = exp(

t2

12

)

欲使 aA(t) = aB(t)　则

(1 +

1

12

i(12))12t = exp(

t2

12

)

解得 t = 1.4

27. 计算 1000　元在第 15　年底的终值为 3000　元的半年换算名利率。

解：　1000(1 + i)15 = 3000

则 i(2) = ((1 + i)

1

2 ?1) × 2 = 7.46%

28．已知现金流：当前投入 300　元、第 1 年底投入 200　元和第 2 年底投入 100　元，在

第 2 年底的终值为 700　元。计算实利率。

解：列价值方程为

300(1 + i)2 + 200(1 + i) + 100 = 700

解得 i = 11.96%

．已知货币的价值以利息力 δt = kt 积累，在十年内增长了一倍，计算 k。(原来的答案有误)

□□δt = kt □□□□□□

a(t) = exp

∫t

ksds = exp(

k

2

t2)

由 a(10) = 2　得 e50k = 2

解得 k = 0.0139

第 9 页

30．已知一个货币单位的本金以实利率 i 累积到第三年底的终值再加上第 3 年底的一个货币单位的资本以实贴现率 i 贴现的的现值之和为 2.0096，计算 i。

解：

(1 + i)3 + (1 ? i)3 = 2.0096

解得 i = 0.04

31. 现有实利率为的投资项目。证明：一个货币单位的本金在第二个计息期的利息收入与第一个计息期的利息收入之差为。试给出这个结论的实际背景解释。解：一个货币单位在第一个计息期内的利息收入 j，第二个计息期内的利息收

入 j + j2, 故差为 j2,即第一期利息产生的利息。

32.某杂志社提供下面两种预定杂志的方式：

A）现在付款 15 元，6 个月后付款 13.65 元

B〕现在一次性付款 28 元。

如果两种方式无差异，计算隐含的年实利率。(将原题中的 16 元改成 13.65 元，这样结果更加符合实际)

解：设半年实利率为 i

0，则有：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/628137116005006024