

高考复习序列-----

高中数学

数列

一、数列的通项公式与前 n 项的和的关系

- ① $a_n = \begin{cases} s_1, & n=1 \\ s_n - s_{n-1}, & n \geq 2 \end{cases}$ (注: 该公式对任意数列都适用)
- ② $S_n = S_{n-1} + a_n (n \geq 2)$ (注: 该公式对任意数列都适用)
- ③ $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$
- ④ $s_{n+1} - s_{n-1} = a_{n+1} + a_n$ (注: 该公式对任意数列都适用)

二、等差与等比数列的基本知识

1、等差数列

(1) 通项公式与公差:

定义式: $a_n - a_{n-1} = d$

一般式: $a_n = a_1 + (n-1)d \Leftrightarrow a_n = pn + q$

推广形式: $a_n = a_m + (n-m)d \Leftrightarrow d = \frac{a_n - a_m}{n-m}$

前 n 项和与公差的关系: $\frac{d}{2} = \frac{\frac{S_n}{n} - \frac{S_m}{m}}{n-m}$;

(2) 前 n 项和与通项 a_n 的关系:

前 n 项和公式: $s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = n\frac{d}{2} + (a_1 - \frac{d}{2})n$.

前 n 项和公式的一般式: $S_n = An^2 - Bn$, 其中 $A = \frac{d}{2}$, $B = \left(a_1 - \frac{1}{2}d\right)$

应用: 若已知 $f(n) = 2n^2 + n$, 即可判断 $f(n)$ 为某个等差数列 a_n 的前 n 项和, 并可求出首项及公差的值。

a_n 与 S_n 的关系: $a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$ (注: 该公式对任意数列都适用)

例: 等差数列 $S_n = 2n^2 - 1$, $a_n - a_{n-1} =$ _____ (直接利用通项公式作差求解)

(3) 常用性质:

① 若 $m+n=p+q$, 则有 $a_m + a_n = a_p + a_q$; 特别地: 若 a 是 a_m, a_n 的等差中项, 则有 $2a = a_m + a_n \Leftrightarrow m, n, p$ 成等差数列;

② 等差数列的“间隔相等的连续等长片断和序列”(如 $a_1 + a_2 + a_3, a_4 + a_5 + a_6, a_7 + a_8 + a_9, \dots$) 仍是等差数列;

③ $\{S_n\}$ 为公差为 d 等差数列, S_n 为其前 n 项和, 则 $S_m, S_{2m} - S_m, S_{3m} - S_{2m}, S_{4m} - S_{3m}, \dots$ 也成等差数列, 公差为 m^2d .

A、构成的新数列公差为 $D=m^2d$, 即 $m^2d = (S_{2m} - S_m) - S_m$;

B、对于任意已知 S_m, S_n , 等差数列 $\{a_n\}$ 公差 $d = \frac{S_n - S_m}{\frac{n(n-1)}{2} - \frac{m(m-1)}{2}}$, 即 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 也构成一个公差为 $\frac{d}{2}$ 等差数列。

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中:

(1) $a_n = m, a_m = n, m \neq n$, 则 $a_{m+n} = 0$;

(2)若 $S_n = m, S_m = n, m \neq n$, 则 $S_{m+n} = -(m+n)$;

(3)若 $S_n = S_m, m \neq n$, 则 $S_{m+n} = 0$.

3. 若 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 均为等差数列, 且前 n 项和分别为 S_n 与 T_n , 则 $\frac{a_m}{b_m} = \frac{S_{2m-1}}{T_{2m-1}}$.

4. 项数为 $2n(n \in \mathbf{N}^*)$ 偶数的等差数列 $\{a_n\}$ 有:

$$S_{2n} = n(a_1 + a_{2n}) = \dots = n(a_n + a_{n+1}) (a_n, a_{n+1} \text{ 为中间的两项});$$

$$S_{\text{偶}} - S_{\text{奇}} = nd; \quad \frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{a_n}{a_{n+1}}.$$

项数为奇数 $2n-1(n \in \mathbf{N}^*)$ 的等差数列 $\{a_n\}$ 有:

$$S_{2n-1} = (2n-1)a_n (a_n \text{ 为中间项});$$

$$S_{\text{奇}} - S_{\text{偶}} = an; \quad \frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{n}{n-1}.$$

$S_{\text{奇}}, S_{\text{偶}}$ 分别为数列中所有奇数项的和与所有偶数项的和.

⑥若项数为偶数, 设共有 $2n$ 项, 则① $S_{\text{偶}} - S_{\text{奇}} = nd$; ② $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{a_n}{a_{n+1}}$;

⑦若项数为奇数, 设共有 $2n-1$ 项, 则① $S_{\text{奇}} - S_{\text{偶}} = a_n = a_{\text{中}}$; ② $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{n}{n-1}$ 。

例: 已知等差数列 $\{a_n\}$, 其中 $S_{10} = 100, S_{100} = 10$, 则 $S_{110} = \underline{\hspace{2cm}}$

解析: 法一, 用等差数列求和公式 $= na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ 求出 a_1, d

法二, $S_{10}, S_{20} - S_{10}, S_{30} - S_{20}, \dots, S_{110} - S_{100}$ 成等差数列, 设公差为 D , 则:

$$S_{110} - S_{100} = 10S_{10} + 45D$$

法三, 若 $S_m = m, S_n = n, (n > m)$, 则 $S_{n+m} = -(m+n), \therefore S_{110} = -110$

63. 等比数列的通项公式:

(1) ①一般形式: $a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{a_1}{q} \cdot q^n (n \in \mathbf{N}^*)$;

②推广形式: $a_n = a_m \cdot q^{n-m}, q = \sqrt[n-m]{\frac{a_n}{a_m}}$

③其前 n 项的和公式为: $s_n = \begin{cases} \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, & q \neq 1 \\ na_1, & q = 1 \end{cases}$, 或 $s_n = \begin{cases} \frac{a_1 - a_n q}{1-q}, & q \neq 1 \\ na_1, & q = 1 \end{cases}$.

(2) 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列

$$\Leftrightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = q (q \neq 0) \Leftrightarrow a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1} > 0 (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*) \Leftrightarrow a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$(a_1, q \neq 0, n \in \mathbf{N}^*) \Leftrightarrow S_n = A \cdot q^n + B$$

(3) 常用性质:

- ① 若 $m+n=p+q$ ，则有 $a_{mnp} \cdot a_{mq} = a_{mp} \cdot a_{nq}$ ；特别地：若 a 是 a, a 的等比中项，则有 $a^2 = a \cdot a \Leftrightarrow n, m, p$ 成等比数列；
- ② 等比数列的“间隔相等的连续等长片断和序列”（如 $a_1 + a_2 + a_3, a_4 + a_5 + a_6, a_7 + a_8 + a_9, \dots$ ）仍是等比数列；
- ③ $\{a_n\}$ 为等比数列， S_n 为其前 n 项和，则 $S_m, S_{2m} - S_m, S_{3m} - S_{2m}, S_{4m} - S_{3m}, \dots$ 也成等比数列（仅当 $a \neq -1$ 或者 $q = -1$ 且 m 不是偶数时候成立）；
- 设等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项积为 T_n ，则 $T_k, \frac{T_{2k}}{T_k}, \frac{T_{3k}}{T_{2k}}, \frac{T_{4k}}{T_{3k}}, \dots$ 成等比数列。
- ④ $\{a_n\}$ 为等比数列，则下标成等差数列的对应项成等比数列。
- ⑤ $\{a_n\}$ 既是等差数列又是等比数列 $\Leftrightarrow \{a_n\}$ 是各项不为零的常数列。

判断或证明一个数列是等差数列的方法：

①定义法：

$$a_{n+1} - a_n = d (\text{常数}) (n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow \{a_n\} \text{ 是等差数列}$$

②中项法：

$$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2} (n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow \{a_n\} \text{ 是等差数列}$$

③一般通项公式法：

$$a_n = kn + b (k, b \text{ 为常数}) \Rightarrow \{a_n\} \text{ 是等差数列}$$

④一般前 n 项和公式法：

$$S_n = An^2 + Bn (A, B \text{ 为常数}) \Rightarrow \{a_n\} \text{ 是等差数列}$$

判断或证明一个数列是等比数列的方法：

(1) 定义法： $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$ (常数) $\Rightarrow \{a_n\}$ 为等比数列；

(2) 中项法： $a_{n+1}^2 = a_n \cdot a_{n+2} (a_n \neq 0) \Rightarrow \{a_n\}$ 为等比数列；

(3) 通项公式法： $a_n = k \cdot q^n (k, q \text{ 为常数}) \Rightarrow \{a_n\}$ 为等比数列；

(4) 前 n 项和法： $S_n = k(1 - q^n) (k, q \text{ 为常数}) \Rightarrow \{a_n\}$ 为等比数列。

$$S_n = k - kq^n (k, q \text{ 为常数}) \Rightarrow \{a_n\} \text{ 为等比数列。}$$

数列最值的求解

(1) $a_1 > 0, d < 0$ 时， S_n 有最大值； $a_1 < 0, d > 0$ 时， S_n 有最小值；

(2) S_n 最值的求法：①若已知 S_n ， S_n 的最值可求二次函数 $S_n = an^2 + bn$ 的最值；

可用二次函数最值的求法 ($n \in \mathbb{N}_+$); ②或者求出 $\{a_n\}$ 中的正、负分界项, 即:

若已知 a_n , 则 S_n 最值时 n 的值 ($n \in \mathbb{N}_+$) 可如下确定 $\begin{cases} a_n \geq 0 \\ a_{n+1} \leq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_n \leq 0 \\ a_{n+1} \geq 0 \end{cases}$ 。

例 1: 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 > 0$, $S_9 = S_{12}$, 则前 _____ 项的和最大。

【解析】

$$\begin{aligned} \text{① } a_1 > 0, S_9 = S_{12} &\Rightarrow S_9 - S_{12} = 0 \Rightarrow a_{10} + a_{11} + a_{12} = 0 \Rightarrow \\ a_1 &= -(a_{10} + a_{11} + a_{12}) \Rightarrow a_1 = -a_{10} \\ 2a_{11} &= a_{10} + a_{12} \Rightarrow a_{11} = 0 \end{aligned}$$

前 11 或前 10 项) 项和最大

例 2. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_3 = 12$, $S_{12} > 0$, $S_{13} < 0$

①求出公差 d 的范围,

②指出 $S_1, S_2, \dots, S_{12}$ 中哪一个值最大, 并说明理由。

【解析】

$$\begin{aligned} \text{① } a_3 &= a_1 - 2d = 12 - 2d, \Rightarrow S_{12} = \frac{12(a_1 + a_{12})}{2} = \frac{12(2(12 - 2d) + 11d)}{2} \\ &= 144 + 42d \\ \text{同理: } S_{13} &= 156 + 52d, \text{ 根据已知 } S_{12} > 0, S_{13} < 0, \Rightarrow -\frac{24}{7} < d < -3 \end{aligned}$$

13 12 13

② 由 $a_3 = 12$, $S_{12} > 0$, $S_{13} < 0$ 及 $d < 0$, 可知, $n=12$ 是前 n 项和正负分界项,

故 $a_n \geq 0 (n \leq 12)$ $a_n < 0 (n \geq 13)$ 所以, S_{12} 最大

变式: 若等差数列的首项为为 31, 从第 16 项开始小于 1, 则此数列公差 d 的取值范围是

解析: $a_{16} < 1$, 但要注意此时还要一个隐含条件 $a_{15} \geq 1$, 联立不等式组求解。_____

3、若数列的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n$, 则 $a_n =$ _____, $\{S_n\}$ 数值最小项是第 _____ 项。

【解析】法一 (导数法):

根据等差数列前 n 项和的标准形式 $S_n = An^2 + Bn$, 可知该数列为等差数列,

$$a_1 = S_1 = 1^2 - 10 \cdot 1 = -9, a_2 = S_2 - S_1 = 4 - 1 - 10 = -7, \therefore d = a_2 - a_1 = 2,$$

$$a_n = 2n - 11 \Rightarrow S_n = 2n^2 - 11n$$

$$f(n) = S_n = 2n^2 - 11n, f'(n) = 4n - 11, \text{ 当 } f'(n) = 0 \text{ 时, 即 } n = \frac{11}{4} \text{ 时, 取得最小值,}$$

其中 $2 < \frac{11}{4} < 3$, 分别求出 $f(2) = -14, f(3) = -15$, 可见当 $n=3$ 时 $\{S_n\}$ 取得最小。 2

法二 (列举法): 对于 $a_1 < 0$ 且数值较小, $d < 0$ 且数值较大时, 可用列举法, 分别求出 $n=1, \dots$ 时的 $\{S_n\}$ 的值, 再进行比较发现。

4、已知数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 33, a_{n+1} - a_n = 2n$, 则 a_n 的最小值为

【解析】：法一（均值不等式）：由累加法： $a_n - a_1 = n^2 - n \Rightarrow a_n = n^2 - n + 33$ ，令

$$f(n) = \frac{a}{n} = n + \frac{33}{n} - 1, \text{ 可见当 } n = \sqrt{33} \text{ 时, } \frac{a}{n} \text{ 取得最小值, } \ominus 5\pi\sqrt{33}\pi 6,$$

$$f(5) = \frac{33}{5}, f(6) = \frac{63}{6}, \text{ 可见 } n=6 \text{ 时取得最小值。}$$

法二（列举法）：实在没招时使用该法。

5、 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , $S_{10} = 0, S_{15} = 25$, 则 $n S_n$ 的最小值为 _____。

【解析】

$$\frac{S_n}{n} - \frac{S_m}{m} = \frac{d}{2} \Rightarrow d = \frac{2}{3}, \ominus S_{10} = 0 \Rightarrow a_1 + a_{10} = 0 \Rightarrow a_1 = -3 =$$

$$\therefore n S_n = \frac{n^3 - 10n^2}{3}, \text{ 令 } f(n) = n S_n, f'(n) = n^2 - \frac{20}{3}n, \text{ 当 } f'(n) = 0, \text{ 即 } n = \frac{20}{3} \text{ 时取得最小值,}$$

$$6\pi \frac{20}{3}\pi 7, \text{ 而 } f(6) = -48, f(7) = -49, \text{ 故取 } -49$$

6、 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $\frac{4}{3}$, 公比为 $-\frac{1}{3}$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $A \leq S_n - \frac{1}{S_n} \leq B$ 对 $n \in \mathbb{N}^+$ 恒成立, 则 $B-A$ 的最小值为 _____。

$$\text{等比数列 } \{a_n\} \text{ 中, } S_n = \frac{\frac{4}{3} \left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right]}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\text{①当 } n \text{ 为奇数时, } S_n = 1 + \frac{1}{3^n}, \frac{1}{S_n} = \frac{3^n}{1+3^n} = 1 - \frac{1}{1+3^n},$$

$$\therefore S_n - \frac{1}{S_n} = \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^n + 1};$$

$$\text{则数列是 } \left\{ S_n - \frac{1}{S_n} \right\} \text{ 递减数列, 故 } 0 < S_n - \frac{1}{S_n} \leq \frac{1}{3} + \frac{1}{3+1} = \frac{7}{12};$$

$$\text{②当 } n \text{ 为偶数时, } S_n = 1 - \frac{1}{3^n}, \frac{1}{S_n} = \frac{3^n}{3^n - 1} = 1 + \frac{1}{3^n - 1},$$

$$\therefore S_n - \frac{1}{S_n} = -\frac{1}{3^n} - \frac{1}{3^n + 1};$$

$$\text{则数列是 } \left\{ S_n - \frac{1}{S_n} \right\} \text{ 递增数列, 故 } -\frac{1}{9} - \frac{1}{8} \leq S_n - \frac{1}{S_n} < 0;$$

$$\text{即 } -\frac{17}{72} \leq S_n - \frac{1}{S_n} < 0.$$

$$\text{由题意可知: } A \leq S_n - \frac{1}{S_n} \leq B \text{ 对 } n \in \mathbb{N}^+ \text{ 恒成立,}$$

$$\text{即 } A \leq \left(S_n - \frac{1}{S_n} \right)_{\min}, B \geq \left(S_n - \frac{1}{S_n} \right)_{\max}$$

$$\text{则 } A \leq -\frac{17}{72}, B \geq \frac{7}{12},$$

$$\text{所以 } B-A \geq \frac{7}{12} + \frac{17}{72} = \frac{59}{72}. \text{ 即 } B-A \text{ 的最小值为 } \frac{59}{72}.$$

数列通项公式的求法：

类型 1：等差数列型 $a_{n+1} = a_n + f(n)$

思路：把原递推式转化为 $a_{n+1} - a_n = f(n)$, 再使用累加法（逐差相加法）求解。

例, 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$, $a_1 = 1$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

解: 由 $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ 得 $a_{n+1} - a_n = 2n + 1$ 则

$$a_n - a_{n-1} = 2(n-1) + 1$$

$$a_{n-1} - a_{n-2} = 2(n-2) + 1$$

$$a_2 - a_1 = 2 \cdot 1 + 1$$

以上逐次累加, $\therefore a_n = n^2$

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2$

变式: 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 2a_n + 3 \times 2^n$, $a_1 = 2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

解: $a_{n+1} = 2a_n + 3 \times 2^n$ 两边除以 2^{n+1} , 得 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + \frac{3}{2}$, 则 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{3}{2}$, 此时 $f(n) = \frac{3}{2}$, 故数列 $\{\frac{a_n}{2^n}\}$

— — — — —

a

3

a

a

3

3

a



是以 $a_1 = 2 = 1$ 为首项, 以 3 为公差的等差数列, 由等差数列的通项公式, 得 $a_n = 1 + (n-1) \cdot 3$, 所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = (3n-1)2^n$

评注: 本题 a_{n+1} 、 a_n 前的系数不一致, 不能直接使用前述方法, 解题的关键是把递推关系式 $a_{n+1} = 2a_n + 3 \times 2^n$

化为 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{3}{2}$, 说明数列 $\{\frac{a_n}{2^n}\}$ 是等差数列, 再直接利用等差数列的通项公式求出 $\frac{a_n}{2^n} = 1 + (n-1)$, 进而求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

类型 2 : 等比数列型 $a_{n+1} = f(n)a_n$

例 (2004 年全国 I 第 15 题, 原题是填空题) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + (n-1)a_{n-1} (n \geq 2)$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式。

解: 因为 $a_n = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + (n-1)a_{n-1} (n \geq 2)$ ①
转化为

所以 $a_{n+1} = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + (n-1)a_{n-1} + na_n$ ②

用②式-①式得 $a_{n+1} - a_n = na_n$. 则 $a_{n+1} = (n+1)a_n (n \geq 2)$; 故 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = n+1 (n \geq 2)$

把原递推式转化为 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = f(n)$, 再使用累乘法 (逐商相乘法) 求解。
所以 $\frac{a_n}{a_1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \cdot \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdot \dots \cdot \frac{a_2}{a_1} = [n(n-1) \cdot \dots \cdot 4 \times 3]a_1 = 2^n a_1$. ③

由 $a_n = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + (n-1)a_{n-1} \ (n \geq 2)$, 取 $n=2$ 得 $a_2 = a_1 + 2a_1$, 则 $a_2 = 3a_1$, 又知 $a_1 = 1$, 则 $a_2 = 3$,

代入③得 $a_n = 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot n = \frac{n!}{2}$. 所以, $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n!}{2}$.

评注: 本题解题的关键是把递推关系 $a_{n+1} = (n+1)a_n \ (n \geq 2)$ 转化为 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = n+1 \ (n \geq 2)$, 进而求出

$\frac{a_n}{a_{n-1}} \cdot \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdot \dots \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdot a_1$, 从而可得当 $n \geq 2$ 时, a_n 的表达式, 最后再求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

类型 4: 待定系数法处理 $a_{n+1} = pa_n + q$ 或 $a_{n+1} = pa_n + q_n$ 型数列

把原递推式 $a_{n+1} = pa_n + q$ 转化为 $a_{n+1} - t = p(a_n - t)$, $t = \frac{p}{1-p}$; 转化思路:

令 $a_{n+1} - t = p(a_n - t)$, 此式与原式比较, 得到 $t = \frac{p}{1-p}$, 则数列 $\left\{ \frac{a_{n+1} - t}{a_n - t} \right\}$ 为等比数列

例, 数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3$, 求 a_n

解: 令 $a_{n+1} - t = 2(a_n - t)$, 比较原递推式, $t = \frac{2}{1-2} = -1$, 所以 $\left\{ \frac{a_{n+1} + 1}{a_n + 1} \right\} = 2$ 即 $\{a_n + 1\}$ 是公比为 2 的等比数列, $a_n + 1 = (a_1 + 1) \cdot 2^{n-1}$, 或令 $a_n + 1 = b_n$, $\{b_n\}$ 是公比为 2 的等比数列, 所以

$b_n = b_1 \cdot 2^{n-1}$, 其中 $b_1 = a_1 + 1 = 2$, $\therefore b_n = 2^n$,

变式 1: 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 2a_n + 3 \times 5^n$, $a_1 = 6$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

思路: 等式两边同时除以 5^{n+1} ; 原递推式变成 $\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{a_n}{5^n} + \frac{3}{5}$, 令 $\frac{a_n}{5^n} = b_n$, $\therefore b_{n+1} = \frac{2}{5}b_n + \frac{3}{5} \Rightarrow b_{n+1} - t = \frac{2}{5}(b_n - t) \Rightarrow t = \frac{3}{1-\frac{2}{5}} = 15$, $b_{n+1} - 15 = \frac{2}{5}(b_n - 15) \Rightarrow b_{n+1} - 15 = \frac{2}{5}(b_n - 15)$, $b_n - 15 = (b_1 - 15) \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{5} \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} = \frac{2^{n-1}}{5^n} \Rightarrow b_n = \frac{2^{n-1}}{5^n} + 15 \Rightarrow a_n = 2^{n-1} + 5^n$

评注: 本题解题的关键是把递推关系式 $a_{n+1} = 2a_n + 3 \times 5^n$ 转化为 $a_{n+1} - t = p(a_n - t)$, 最后再求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/635122030000011224>