2024 届北京市怀柔区高三二诊模拟考试数学试卷

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知 α 、 $\beta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ， $\alpha \neq \beta$ ，则下列是等式 $\sin\alpha - \sin\beta = \alpha - 2\beta$ 成立的必要不充分条件的是（　　）

A．$\sin\alpha > \sin\beta$　　B．$\sin\alpha < \sin\beta$

C．$\cos\alpha > \cos\beta$　　D．$\cos\alpha < \cos\beta$

2．在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E ， F 分别为 CC_1 ， DD_1 的中点，则异面直线 AF ， DE 所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{15}}{4}$　　C．$\frac{2\sqrt{6}}{5}$　　D．$\frac{1}{5}$

3．在 $\begin{cases} 2x - y - 6 \le 0 \\ x - y + 2 \ge 0 \\ x + y \ge 2 \end{cases}$ 条件下，目标函数 $z = ax + by\left(a > 0, b > 0\right)$ 的最大值为 40，则 $\frac{5}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值是（　　）

A．$\frac{7}{4}$　　B．$\frac{9}{4}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．2

4．在复平面内，复数 $z=i$ 对应的点为 Z，将向量 $\overrightarrow{OZ}$ 绕原点 O 按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{6}$，所得向量对应的复数是（　　）

A．$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$　　C．$-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

5．“纹样”是中国艺术宝库的瑰宝，“火纹”是常见的一种传统纹样.为了测算某火纹纹样（如图阴影部分所示）的面积，作一个边长为 3 的正方形将其包含在内，并向该正方形内随机投掷 200 个点，已知恰有 80 个点落在阴影部分据此可估计阴影部分的面积是（　　）



A．$\frac{16}{5}$　　B．$\frac{32}{5}$　　C．10　　D．$\frac{18}{5}$

6．设$0<p<1$，随机变量ξ的分布列是

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}(1-p)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}p$

则当p在$(\frac{2}{3},\frac{3}{4})$内增大时，（　　）

A．$E(\xi)$减小，$D(\xi)$减小　　B．$E(\xi)$减小，$D(\xi)$增大

C．$E(\xi)$增大，$D(\xi)$减小　　D．$E(\xi)$增大，$D(\xi)$增大

7．要得到函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象，只需将函数$y=\sin 2x$的图象（　　）

A．向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位　　B．向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位

C．向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　D．向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位

8．已知$\left|2\vec{a}+\vec{b}\right|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}\in[-4,0]$，则$|\vec{a}|$的取值范围是（　　）

A．[0，1]　　B．$\left[\frac{1}{2},1\right]$　　C．[1，2]　　D．[0，2]

9．已知双曲线$C_1:\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{m-10}=1$与双曲线$C_2:x^2-\frac{y^2}{4}=1$有相同的渐近线，则双曲线$C_1$的离心率为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．5　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

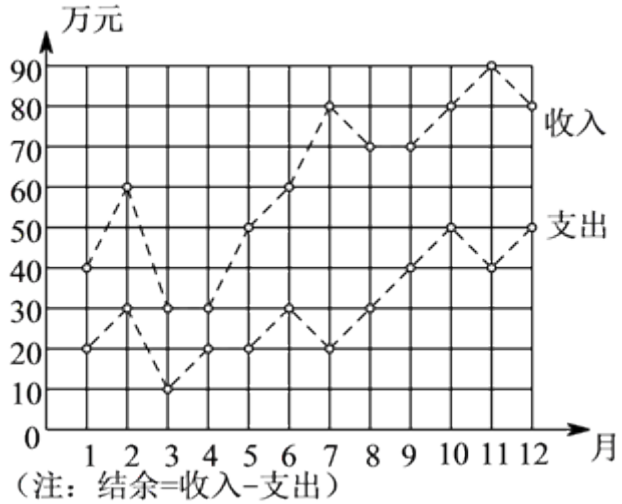
10．在边长为1的等边三角形ABC中，点E是AC中点，点F是BE中点，则$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{5}{8}$　　D．$\frac{3}{8}$

11．已知$a,b\in\mathbf{R}$，$3+ai=b-(2a-1)i$，则$|3a+bi|=$（　　）

A．$\sqrt{10}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．3　　D．4

12．某工厂一年中各月份的收入、支出情况的统计如图所示，下列说法中错误的是（　　）.



A．收入最高值与收入最低值的比是 $3:1$

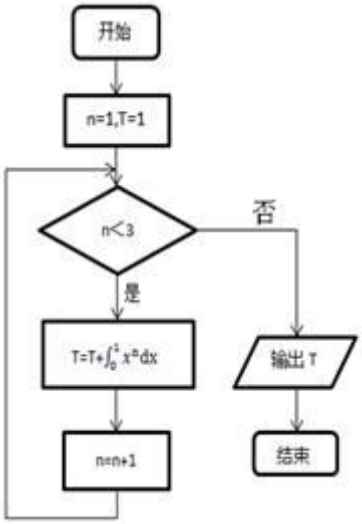
B．结余最高的月份是 7 月份

C．1 与 2 月份的收入的变化率与 4 至 5 月份的收入的变化率相同

D．前 6 个月的平均收入为 40 万元

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．执行右边的程序框图，输出的 T 的值为_____.



14．已知 x，y 为正实数，且 $xy+2x+4y=41$，则 $x+y$ 的最小值为_____.

15．在△***ABC*** 中，$\angle BAC=60°$，***AD*** 为∠***BAC*** 的角平分线，且 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$，若 ***AB*** $=2$，则 ***BC*** $=$_____.

16．已知全集 $U=\{-2,-1,0,1,2\}$，集合 $A=\{-2,-1,1\}$，则 $\complement_U A=$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知矩阵 $M=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{MN}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.

(1) 求矩阵 N；

(2)求矩阵N的特征值.

18.（12分）设数列$\{a_n\}$满足$a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-1}a_n=\frac{n}{3}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\begin{cases}n,n为奇数\\ \frac{1}{a_n},n为偶数\end{cases}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$.

19.（12分）（江苏省徐州市高三第一次质量检测数学试题）在平面直角坐标系xOy中，已知平行于x轴的动直线l交抛物线C：$y^2=4x$于点P，点F为C的焦点.圆心不在y轴上的圆M与直线l，PF，x轴都相切，设M的轨迹为曲线E.

（1）求曲线E的方程；

（2）若直线l_1与曲线E相切于点$Q(s,t)$，过Q且垂直于l_1的直线为l_2，直线l_1，l_2分别与y轴相交于点A，B.当线段AB的长度最小时，求s的值.

20.（12分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F_1$，过点$F_1$且与$x$轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为$\sqrt{2}$，且$F_1$与短轴两端点的连线相互垂直.

（1）求椭圆C的方程；

（2）若圆$O:x^2+y^2=a^2$上存在两点M，N，椭圆C上存在两个点P,Q满足：M,N,F_1三点共线，P,Q,F_1三点共线，且$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{MN}=0$，求四边形$PMQN$面积的取值范围.

21.（12分）在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=m^2\\ y=2m\end{cases}$（$m$为参数).以坐标原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$\rho\sin\theta-\rho\cos\theta+1=0$.

（Ⅰ）求直线l的直角坐标方程与曲线C的普通方程；

（Ⅱ）已知点$P(2,1)$，设直线l与曲线C相交于M,N两点，求$\frac{1}{|PM|}+\frac{1}{|PN|}$的值.

22.（10分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为F，上顶点为A，直线AF与直线$x+y-3\sqrt{2}=0$垂直，垂足为B，且点A是线段BF的中点.

（I）求椭圆C的方程；

（II）若 M，N 分别为椭圆 C 的左，右顶点，P 是椭圆 C 上位于第一象限的一点，直线 MP 与直线 $x=4$ 交于点 Q，且 $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{NQ}=9$，求点 P 的坐标.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

构造函数 $h(x)=\sin x-x$，$f(x)=\sin x-2x$，利用导数分析出这两个函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上均为减函数，由 $\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$ 得出 $\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta$，分 $\alpha=0$、$-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$、$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ 三种情况讨论，利用放缩法结合函数 $y=h(x)$ 的单调性推导出 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<0$ 或 $0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，再利用余弦函数的单调性可得出结论.

【详解】

构造函数 $h(x)=\sin x-x$，$f(x)=\sin x-2x$，

则 $h'(x)=\cos x-1<0$，$f'(x)=\cos x-2<0$，

所以，函数 $y=f(x)$、$y=h(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上均为减函数，

当 $-\frac{\pi}{2}<x<0$ 时，则 $h(x)>h(0)=0$，$f(x)>f(0)=0$；当 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$h(x)<0$，$f(x)<0$.

由 $\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$ 得 $\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta$.

①若 $\alpha=0$，则 $\sin\beta-2\beta=0$，即 $f(\beta)=0\Rightarrow\beta=0$，不合乎题意；

②若 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$，则 $-\frac{\pi}{2}<\beta<0$，则 $h(\alpha)=\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta>\sin\beta-\beta=h(\beta)$，

此时，$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<0$，

由于函数 $y=\cos x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上单调递增，函数 $y=\sin x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上单调递增，则 $\sin\alpha<\sin\beta$，$\cos\alpha<\cos\beta$；

③若 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，则 $0<\beta<\frac{\pi}{2}$，则 $h(\alpha)=\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta<\sin\beta-\beta=h(\beta)$，

此时$0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，

由于函数$y=\cos x$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，函数$y=\sin x$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，则$\sin\alpha>\sin\beta$，

$\cos\alpha<\cos\beta$.

综上所述，$\cos\alpha<\cos\beta$.

故选：D.

【点睛】

本题考查函数单调性的应用，构造新函数是解本题的关键，解题时要注意对α的取值范围进行分类讨论，考查推理能力，属于中等题.

2、D

【解析】

连接BE，BD，因为$BE//AF$，所以$\angle BED$为异面直线AF与DE所成的角（或补角），

不妨设正方体的棱长为2，取BD的中点为G，连接EG，在等腰ΔBED中，求出$\cos\angle BEG=\frac{EG}{BE}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$，在利用二倍角公式，求出$\cos\angle BED$，即可得出答案.

【详解】

连接BE，BD，因为$BE//AF$，所以$\angle BED$为异面直线AF与DE所成的角（或补角），

不妨设正方体的棱长为2，则$BE=DE=\sqrt{5}$，$BD=2\sqrt{2}$，

在等腰ΔBED中，取BD的中点为G，连接EG，

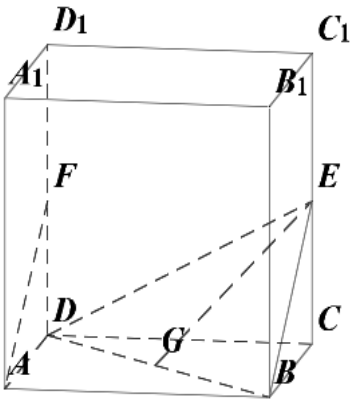
则$EG=\sqrt{5-2}=\sqrt{3}$，$\cos\angle BEG=\frac{EG}{BE}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$，

所以$\cos\angle BED=\cos 2\angle BEG=2\cos^2\angle BEG-1$，

即：$\cos\angle BED=2\times\frac{3}{5}-1=\frac{1}{5}$，

所以异面直线AF，DE所成角的余弦值为$\frac{1}{5}$.

故选：D.



【点睛】

本题考查空间异面直线的夹角余弦值，利用了正方体的性质和二倍角公式，还考查空间思维和计算能力.

3、B

【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到最值点，再利用均值不等式得到答案.

【详解】

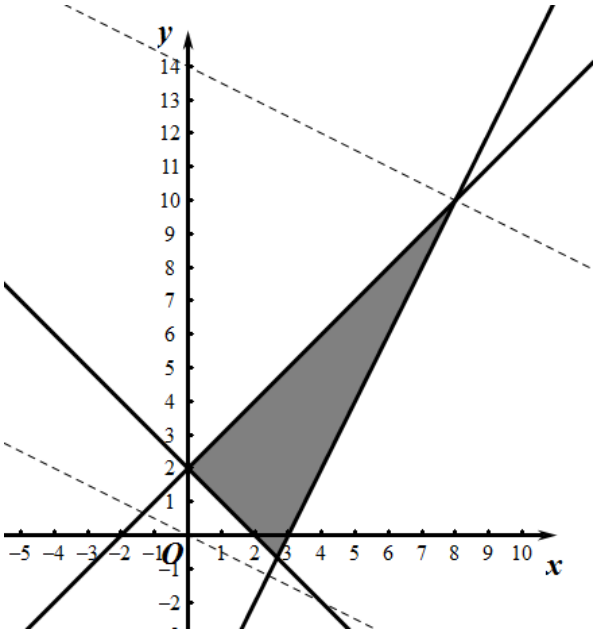
如图所示，画出可行域和目标函数，根据图像知：

当$x=8,y=10$时，$z=8a+10b$有最大值为40，即$z=8a+10b=40$，故$4a+5b=20$.

$$\frac{5}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{20}\left(\frac{5}{a}+\frac{1}{b}\right)(4a+5b)=\frac{1}{20}\left(25+\frac{25b}{a}+\frac{4a}{b}\right)\geq\frac{1}{20}\left(25+2\sqrt{100}\right)=\frac{9}{4}.$$

当$\frac{25b}{a}=\frac{4a}{b}$，即$a=\frac{10}{3},b=\frac{4}{3}$时等号成立.

故选：B.



【点睛】

本题考查了线性规划中根据最值求参数，均值不等式，意在考查学生的综合应用能力.

4、A

【解析】

由复数 z 求得点 Z 的坐标，得到向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的坐标，逆时针旋转 $\frac{\pi}{6}$，得到向量 $\overrightarrow{OB}$ 的坐标，则对应的复数可求.

【详解】

解：∵复数 $z=i$（i 为虚数单位）在复平面中对应点 Z（0，1），

∴ $\overrightarrow{OZ}$ =(0，1)，将 $\overrightarrow{OZ}$ 绕原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 得到 $\overrightarrow{OB}$，

设 $\overrightarrow{OB}$ =(a，b)，$a<0,b>0$，

则 $\overrightarrow{OZ}\cdot\overrightarrow{OB}=b=\left|\overrightarrow{OZ}\right|\left|\overrightarrow{OB}\right|\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即 $b=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又 $a^2+b^2=1$，

解得：$a=-\frac{1}{2},b=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore\overrightarrow{OB}=\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

对应复数为 $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的代数表示法及其几何意义，是基础题.

5、D

【解析】

直接根据几何概型公式计算得到答案.

【详解】

根据几何概型：$p=\frac{S}{9}=\frac{80}{200}$，故 $S=\frac{18}{5}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了根据几何概型求面积，意在考查学生的计算能力和应用能力.

6、C

【解析】

$E(\xi)=(-1)\times\frac{1}{3}(1-p)+\frac{1}{3}p=\frac{2}{3}p-\frac{1}{3}$，$D(\xi)=E(\xi^2)-E^2(\xi)$，判断其在$(\frac{2}{3},\frac{3}{4})$内的单调性即可.

【详解】

解：根据题意$E(\xi)=(-1)\times\frac{1}{3}(1-p)+\frac{1}{3}p=\frac{2}{3}p-\frac{1}{3}$在$p\in\left(\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right)$内递增，

$E(\xi^2)=(-1)^2\times\frac{1}{3}(1-p)+\frac{1}{3}p=\frac{1}{3}$

$D(\xi)=E(\xi^2)-E^2(\xi)=\frac{1}{3}(1-p)+\frac{1}{3}p-(\frac{2}{3}p-\frac{1}{3})^2=-\frac{4}{9}p^2+\frac{4}{9}p+\frac{2}{9}=-\frac{4}{9}\left(p-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{3}$，

是以$p=\frac{1}{2}$为对称轴，开口向下的抛物线，所以在$\left(\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right)$上单调递减，

故选：C.

【点睛】

本题考查了利用随机变量的分布列求随机变量的期望与方差，属于中档题.

7、D

【解析】

直接根据三角函数的图象平移规则得出正确的结论即可；

【详解】

解：函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]$，

$\therefore$要得到函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象，

只需将函数$y=\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位.

故选：D.

【点睛】

本题考查三角函数图象平移的应用问题，属于基础题.

8、D

【解析】

设$\vec{m}=2\vec{a}+\vec{b}$，可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{m}-2\vec{a}^2\in[-4,0]$，构造$(\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{m})^2\le 2+\frac{1}{16}\vec{m}^2$，结合$|\vec{m}|=2$，可得

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/636004232112010110