

2023-2024 学年广东省珠海一中高三第二学期第 2 次月考综合试题

注意事项:

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 m, n 为异面直线, $m \perp$ 平面 α , $n \perp$ 平面 β , 直线 l 满足 $l \perp m, l \perp n, l \not\subset \alpha, l \not\subset \beta$, 则

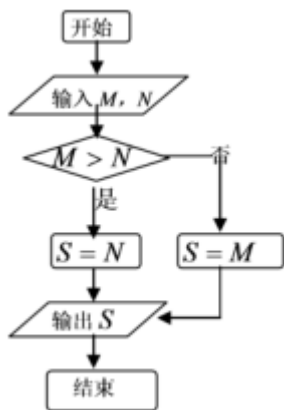
()

- A. $\alpha \parallel \beta$ 且 $l \parallel \alpha$ B. $\alpha \perp \beta$ 且 $l \perp \beta$
- C. α 与 β 相交, 且交线垂直于 l D. α 与 β 相交, 且交线平行于 l

2. 集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | x - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A.** $\{x|x < 1\}$ **B.** $\{x|-1 \leq x < 1\}$
C. $\{x|x \leq 2\}$ **D.** $\{x|-2 \leq x < 1\}$

3. 已知 $M = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$, $N = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$, 由程序框图输出的 S 为 ()



- A. 1** **B. 0** **C. $\frac{\pi}{2}$** **D. $\ln 2$**

4. 若复数 z 满足 $z(1-2i)=10$, 则复数 z 在复平面内对应的点在()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 函数 $f(x) = \cos 2x (x \in [-\pi, 2\pi])$ 的图象与函数 $g(x) = \sin x$ 的图象的交点横坐标的和为 ()

- A. $\frac{5\pi}{3}$ B. 2π C. $\frac{7\pi}{6}$ D. π

6. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(x)$, 当 $x \in [-3, -2]$ 时, $f(x) = -x - 2$, 则 ()

- A. $f\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) > f\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)$ B. $f(\sin 3) < f(\cos 3)$
C. $f\left(\sin\frac{4\pi}{3}\right) < f\left(\cos\frac{4\pi}{3}\right)$ D. $f(2020) > f(2019)$

7. 已知过点 $P(1,1)$ 且与曲线 $y = x^3$ 相切的直线的条数有 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. i 是虚数单位, 若 $\frac{1+7i}{2-i} = a+bi (a, b \in R)$, 则乘积 ab 的值是 ()

- A. -15 B. -3 C. 3 D. 15

9. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , A, B 是抛物线上两个不同的点, 若 $|AF| + |BF| = 8$, 则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 ()

- A. 5 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

10. 设 i 为虚数单位, 复数 $z = (a+i)(1-i) \in R$, 则实数 a 的值是 ()

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - x^3, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(f(\frac{1}{e})) =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. -1 D. 0

12. 已知函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$ 的图象向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位后得到函数 $g(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图象, 则 φ 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{5\pi}{8}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-6 \leq 0 \\ x-y+1 \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x^2 + y^2$ 的最大值为_____.

14. 若 $a+b \neq 0$, 则 $a^2 + b^2 + \frac{1}{(a+b)^2}$ 的最小值为_____.

15. 已知关于 x 的不等式 $(ax^2 - a^2 - 4)(x - 4) > 0$ 的解集为 A , 且 A 中共含有 n 个整数, 则当 n 最小时实数 a

的值为_____.

16. “北斗三号”卫星的运行轨道是以地心为一个焦点的椭圆.设地球半径为 R ,若其近地点、远地点离地面的距离大约分别是 $\frac{2}{3}R, 4R$, 则“北斗三号”卫星运行轨道的离心率为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax - \ln x - 1 (a \in R)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性并指出相应单调区间;

(2) 若 $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1 - f(x)$, 设 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 是函数 $g(x)$ 的两个极值点, 若 $a \geq \frac{3}{2}$, 且 $g(x_1) - g(x_2) \geq k$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

18. (12 分) 山东省 2020 年高考将实施新的高考改革方案.考生的高考总成绩将由 3 门统一高考科目成绩和自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目成绩组成, 总分为 750 分.其中, 统一高考科目为语文、数学、外语, 自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目是从物理、化学、生物、历史、政治、地理 6 科中选择 3 门作为选考科目, 语、数、外三科各占 150 分, 选考科目成绩采用“赋分制”, 即原始分数不直接用, 而是按照学生分数在本科目考试的排名来划分等级并以此打分得到最后得分.根据高考综合改革方案, 将每门等级考试科目中考生的原始成绩从高到低分为 $\square$ 、 $\square +$ 、 $\square$ 、 $\square +$ 、 $\square$ 、 $\square +$ 、 $\square$ 、 $\square$ 共 8 个等级.参照正态分布原则, 确定各等级人数所占比例分别为 3%、7%、16%、24%、24%、16%、7%、3%.等级考试科目成绩计入考生总成绩时, 将 $\square$ 至 $\square$ 等级内的考生原始成绩, 依照等比例转换法则, 分别转换到 91-100、81-90、71-80, 61-70、51-60、41-50、31-40、21-30 八个分数区间, 得到考生的等级成绩.举例说明.

某同学化学学科原始分为 65 分, 该学科 $\square +$ 等级的原始分分布区间为 58~69, 则该同学化学学科的原始成绩属 $\square +$ 等级.而 $\square +$ 等级的转换分区间为 61~70, 那么该同学化学学科转换分为:

设该同学化学学科的转换等级分为 $\square$, $\frac{69-65}{65-58} = \frac{70-\square}{\square-61}$, 求得 $\square \approx 66.73$.

四舍五入后该同学化学学科赋分成绩为 67.

(1) 某校高一年级共 2000 人, 为给高一学生合理选科提供依据, 对六个选考科目进行测试, 其中物理考试原始成绩基本服从正态分布 $\square \sim \square(60, 12^2)$.

(i) 若小明同学在这次考试中物理原始分为 84 分, 等级为 $\square +$, 其所在原始分分布区间为 82~93, 求小明转换后的物理成绩;

(ii) 求物理原始分在区间 $(72, 84)$ 的人数;

(2) 按高考改革方案, 若从全省考生中随机抽取 4 人, 记 ξ 表示这 4 人中等级成绩在区间 $[61, 80]$ 的人数, 求 ξ 的分布列和数学期望.

(附: 若随机变量 $\xi \sim \xi(\xi, \xi^2)$, 则 $\xi(\xi - \xi < \xi < \xi + \xi) = 0.682$, $\xi(\xi - 2\xi < \xi < \xi + 2\xi) = 0.954$,

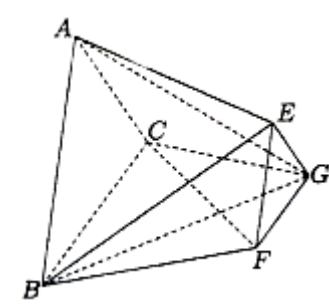
$\xi(\xi - 3\xi < \xi < \xi + 3\xi) = 0.997$)

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{ae^x} - 1(a \in R, a \neq 0)$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 没有零点, 求实数 a 的取值范围.

20. (12 分) 如图, 三棱台 $ABC - EFG$ 的底面是正三角形, 平面 $ABC \perp$ 平面 $BCGF$, $CB = 2GF, BF = CF$.



(1) 求证: $AB \perp CG$;

(2) 若 $BC = CF$, 求直线 AE 与平面 BEG 所成角的正弦值.

21. (12 分) 随着小汽车的普及, “驾驶证”已经成为现代人“必考”的证件之一.若某人报名参加了驾驶证考试, 要顺利地拿到驾驶证, 他需要通过四个科目的考试, 其中科目二为场地考试.在一次报名中, 每个学员有 5 次参加科目二考试的机会 (这 5 次考试机会中任何一次通过考试, 就算顺利通过, 即进入下一科目考试; 若 5 次都没有通过, 则需重新报名), 其中前 2 次参加科目二考试免费, 若前 2 次都没有通过, 则以后每次参加科目二考试都需要交 200 元的补考费.某驾校对以往 2000 个学员第 1 次参加科目二考试进行了统计, 得到下表:

考试情况	男学员	女学员
第 1 次考科目二人数	1200	800
第 1 次通过科目二人数	960	600
第 1 次未通过科目二人数	240	200

若以上表得到的男、女学员第 1 次通过科目二考试的频率分别作为此驾校男、女学员每次通过科目二考试的概率, 且每人每次是否通过科目二考试相互独立.现有一对夫妻同时在此驾校报名参加了驾驶证考试, 在本次报名中, 若这对夫妻参加科目二考试的原则为: 通过科目二考试或者用完所有机会为止.

- (1) 求这对夫妻在本次报名中参加科目二考试都不需要交补考费的概率；
- (2) 若这对夫妻前 2 次参加科目二考试均没有通过，记这对夫妻在本次报名中参加科目二考试产生的补考费用之和为 X 元，求 X 的分布列与数学期望.

22. (10 分) 已知 $f(x) = |x+a| (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 若 $f(x) \geq |2x-1|$ 的解集为 $[0, 2]$ ，求 a 的值；
- (2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$ ，不等式 $f'(x) = 1 + \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

试题分析：由 $m \perp$ 平面 α ，直线 l 满足 $l \perp m$ ，且 $l \not\subset \alpha$ ，所以 $l // \alpha$ ，又 $n \perp$ 平面 β ， $l \perp n, l \not\subset \beta$ ，所以 $l // \beta$ ，由直线 m, n 为异面直线，且 $m \perp$ 平面 $\alpha, n \perp$ 平面 β ，则 α 与 β 相交，否则，若 $\alpha // \beta$ 则推出 $m // n$ ，与 m, n 异面矛盾，所以 α, β 相交，且交线平行于 l ，故选 D.

考点：平面与平面的位置关系，平面的基本性质及其推论.

2、C

【解析】

先化简集合 A, B，结合并集计算方法，求解，即可.

【详解】

解得集合 $A = \{x | (x-2)(x+1) \leq 0\} = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x | x < 1\}$

所以 $A \cup B = \{x | x \leq 2\}$ ，故选 C.

【点睛】

本道题考查了集合的运算，考查了一元二次不等式解法，关键化简集合 A, B，难度较小.

3、D

【解析】

试题分析: $M = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \ln(x+1) \Big|_0^1 = \ln 2$, $N = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$, 所以 $M < N$, 所以由程序框图输出

的 S 为 $\ln 2$. 故选 D.

考点: 1、程序框图; 2、定积分.

4、A

【解析】

化简复数, 求得 $z = 2 + 4i$, 得到复数在复平面对应点的坐标, 即可求解.

【详解】

由题意, 复数 z 满足 $z(1-2i) = 10$, 可得 $z = \frac{10}{1-2i} = \frac{10(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = 2 + 4i$,

所以复数 z 在复平面内对应点的坐标为 $(2, 4)$ 位于第一象限

故选: A.

【点睛】

本题主要考查了复数的运算, 以及复数的几何表示方法, 其中解答中熟记复数的运算法则, 结合复数的表示方法求解是解答的关键, 着重考查了推理与计算能力, 属于基础题.

5、B

【解析】

根据两个函数相等, 求出所有交点的横坐标, 然后求和即可.

【详解】

令 $\sin x = \cos 2x$, 有 $\sin x = 1 - 2\sin^2 x$, 所以 $\sin x = -1$ 或 $\sin x = \frac{1}{2}$. 又 $x \in [-\pi, 2\pi]$, 所以 $x = -\frac{\pi}{2}$ 或 $x = \frac{3\pi}{2}$ 或

$x = \frac{\pi}{6}$ 或 $x = \frac{5\pi}{6}$, 所以函数 $f(x) = \cos 2x (x \in [-\pi, 2\pi])$ 的图象与函数 $g(x) = \sin x$ 的图象交点的横坐标的和

$s = -\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = 2\pi$, 故选 B.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图象及给值求角, 侧重考查数学建模和数学运算的核心素养.

6、B

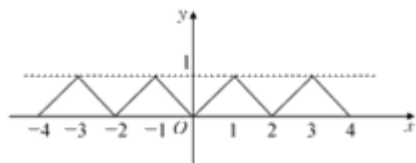
【解析】

根据函数的周期性以及 $x \in [-3, -2]$ 的解析式, 可作出函数 $f(x)$ 在定义域上的图象, 由此结合选项判断即可.

【详解】

由 $f(x+2) = f(x)$, 得 $f(x)$ 是周期函数且周期为 2,

先作出 $f(x)$ 在 $x \in [-3, -2]$ 时的图象，然后根据周期为 2 依次平移，并结合 $f(x)$ 是偶函数作出 $f(x)$ 在 R 上的图象如下，



选项 A, $0 < \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} < 1$,

所以 $f\left(\sin \frac{\pi}{6}\right) < f\left(\cos \frac{\pi}{6}\right)$, 选项 A 错误;

选项 B, 因为 $\frac{3\pi}{4} < 3 < \pi$, 所以 $0 < \sin 3 < \frac{\sqrt{2}}{2} < -\cos 3 < 1$,

所以 $f(\sin 3) < f(-\cos 3)$, 即 $f(\sin 3) < f(\cos 3)$, 选项 B 正确;

选项 C, $\sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}, 1 > -\sin \frac{4\pi}{3} > -\cos \frac{4\pi}{3} > 0$,

所以 $f\left(-\sin \frac{4\pi}{3}\right) > f\left(-\cos \frac{4\pi}{3}\right)$, 即 $f\left(\sin \frac{4\pi}{3}\right) > f\left(\cos \frac{4\pi}{3}\right)$,

选项 C 错误;

选项 D, $f(2020) = f(0) < f(1) = f(2019)$, 选项 D 错误.

故选: B.

【点睛】

本题考查函数性质的综合运用, 考查函数值的大小比较, 考查数形结合思想, 属于中档题.

7、C

【解析】

设切点为 (x_0, y_0) , 则 $y_0 = x_0^3$, 由于直线 l 经过点 $(1, 1)$, 可得切线的斜率, 再根据导数的几何意义求出曲线在点 x_0 处的切线斜率, 建立关于 x_0 的方程, 从而可求方程.

【详解】

若直线与曲线切于点 $(x_0, y_0) (x_0 \neq 0)$, 则 $k = \frac{y_0 - 1}{x_0 - 1} = \frac{x_0^3 - 1}{x_0 - 1} = x_0^2 + x_0 + 1$,

又 $\because y' = 3x^2, \therefore y'|_{x=x_0} = 3x_0^2, \therefore 2x_0^2 - x_0 - 1 = 0$, 解得 $x_0 = 1, x_0 = -\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 过点 $P(1, 1)$ 与曲线 $C: y = x^3$ 相切的直线方程为 $3x - y - 2 = 0$ 或 $3x - 4y + 1 = 0$,

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了利用导数求曲线上过某点切线方程的斜率, 求解曲线的切线的方程, 其中解答中熟记利用导数的几何意义求解切线的方程是解答的关键, 着重考查了运算与求解能力, 属于基础题.

8、B

【解析】

$$\frac{1+7i}{2-i} = \frac{(1+7i)(2+i)}{5} = -1+3i, \therefore a=-1, b=3, ab=-3, \text{ 选 B.}$$

9、D

【解析】

由抛物线方程可得焦点坐标及准线方程, 由抛物线的定义可知 $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$, 继而可求出

$x_1 + x_2 = 4$, 从而可求出 AB 的中点的横坐标, 即为中点到 y 轴的距离.

【详解】

解: 由抛物线方程可知, $2p=8$, 即 $p=4$, $\therefore F(2,0)$. 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

则 $|AF| = x_1 + 2, |BF| = x_2 + 2$, 即 $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$, 所以 $x_1 + x_2 = 4$.

所以线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 2$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义, 考查了抛物线的方程. 本题的关键是由抛物线的定义求得 A, B 两点横坐标的和.

10、A

【解析】

根据复数的乘法运算化简, 由复数的意义即可求得 a 的值.

【详解】

$$\text{复数 } z = (a+i)(1-i) \in R,$$

$$\text{由复数乘法运算化简可得 } z = a+1+(1-a)i,$$

所以由复数定义可知 $1-a=0$,

解得 $a=1$,

故选: A.

【点睛】

本题考查了复数的乘法运算，复数的意义，属于基础题.

11、A

【解析】

由函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - x^3, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ，求得 $f(\frac{1}{e}) = \ln \frac{1}{e} = -1$ ，进而求得 $f(f(\frac{1}{e}))$ 的值，得到答案.

【详解】

由题意函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - x^3, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ，

则 $f(\frac{1}{e}) = \ln \frac{1}{e} = -1$ ，所以 $f(f(\frac{1}{e})) = f(-1) = 2^{-1} - (-1)^3 = \frac{3}{2}$ ，故选 A.

【点睛】

本题主要考查了分段函数的求值问题，其中解答中根据分段函数的解析式，代入求解是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

12、A

【解析】

首先求得平移后的函数 $g(x) = \sin\left(2x + 2\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$ ，再根据 $\sin\left(2x + 2\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 求 φ 的最小值.

【详解】

根据题意， $f(x)$ 的图象向左平移 φ 个单位后，所得图象对应的函数

$$g(x) = \sin\left[2(x + \varphi) - \frac{\pi}{4}\right] = \sin\left(2x + 2\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right),$$

所以 $2\varphi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ ，所以 $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. 又 $\varphi > 0$ ，所以 φ 的最小值为 $\frac{\pi}{4}$.

故选：A

【点睛】

本题考查三角函数的图象变换，诱导公式，意在考查平移变换，属于基础题型.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

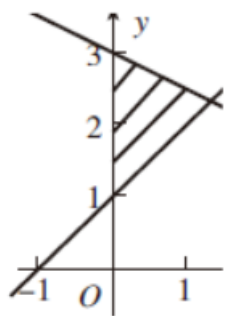
13、9

【解析】

根据题意，画出可行域，将目标函数看成可行域内的点与原点距离的平方，利用图象即可求解.

【详解】

可行域如图所示，



易知当 $x=0$ ， $y=3$ 时， $z=x^2+y^2$ 的最大值为 9.

故答案为：9.

【点睛】

本题考查了利用几何法解决非线性规划问题，属于中档题.

14、 $\sqrt{2}$

【解析】

由基本不等式，可得到 $a^2+b^2=\frac{(a^2+b^2)+(a^2+b^2)}{2}\geq\frac{a^2+b^2+2ab}{2}=\frac{(a+b)^2}{2}$ ，然后利用

$a^2+b^2+\frac{1}{(a+b)^2}\geq\frac{(a+b)^2}{2}+\frac{1}{(a+b)^2}\geq 2\sqrt{\frac{1}{2}}$ ，可得到最小值，要注意等号取得的条件。

【详解】

由题意， $a^2+b^2=\frac{(a^2+b^2)+(a^2+b^2)}{2}\geq\frac{a^2+b^2+2ab}{2}=\frac{(a+b)^2}{2}$ ，当且仅当 $a=b$ 时等号成立，

所以 $a^2+b^2+\frac{1}{(a+b)^2}\geq\frac{(a+b)^2}{2}+\frac{1}{(a+b)^2}\geq 2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ ，当且仅当 $\frac{(a+b)^2}{2}=\frac{1}{(a+b)^2}$ 时取等号，

所以当 $a=b=2^{-\frac{3}{4}}$ 时， $a^2+b^2+\frac{1}{(a+b)^2}$ 取得最小值 $\sqrt{2}$ 。

【点睛】

利用基本不等式求最值必须具备三个条件：

- ①各项都是正数；
- ②和（或积）为定值；
- ③等号取得的条件。

15、-1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/637063010033006161>