山东省枣庄市第十八中学 2024 届高三年级第五次月考数学试题试卷

考生须知：

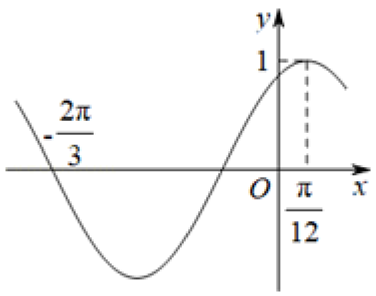
1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

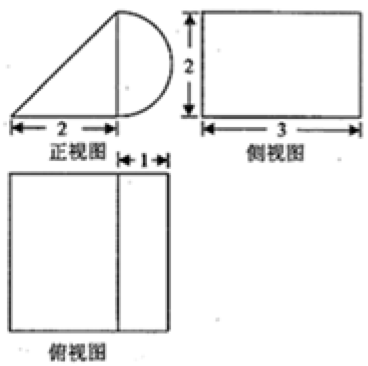
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则 $f\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=$（　　）



A．$\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

2．某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的体积等于（　　）cm^3



A．$4+\dfrac{2\pi}{3}$　　B．$4+\dfrac{3\pi}{2}$　　C．$6+\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$6+\dfrac{3\pi}{2}$

3．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1,\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{2\pi}{3}$，且$(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b})$，则实数$\lambda$的值为（　）

A．-7　　B．-3　　C．2　　D．3

4．盒中装有形状、大小完全相同的 5 张“刮刮卡”，其中只有 2 张“刮刮卡”有奖，现甲从盒中随机取出 2 张，则至少有一张有奖的概率为(　　)

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{7}{10}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

5．若$\left(3x+\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)^n\left(n\in N^*\right)$的展开式中含有常数项，且$n$的最小值为$a$，则$\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}dx=$（　　）

A．36π　　　　B．$\frac{81\pi}{2}$　　　　C．$\frac{25\pi}{2}$　　　　D．25π

6．已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(-x_1,-y_1\right)$在椭圆$C$上，其中$x_1>0$，$y_1>0$，若$\left|PQ\right|=2\left|OF_2\right|$，$\left|\frac{QF_1}{PF_1}\right|\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$，则椭圆$C$的离心率的取值范围为（　　）

A．$\left[0,\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)$　　　　B．$\left(0,\sqrt{6}-2\right]$

C．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}-1\right]$　　　　D．$\left(0,\sqrt{3}-1\right]$

7．若双曲线E：$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{n}=1\,(mn>0)$绕其对称中心旋转$\frac{\pi}{3}$后可得某一函数的图象，则$E$的离心率等于（　　）

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　　　B．$\sqrt{3}$　　　　C．2 或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　　　D．2 或$\sqrt{3}$

8．在三角形ABC中，$a=1$，$\frac{b+c}{\sin A}=\frac{a+b}{\sin A+\sin B-\sin C}$，求$b\sin A=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　　　C．$\frac{1}{2}$　　　　D．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

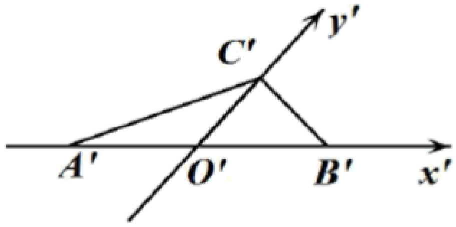
9．已知 **i** 是虚数单位，则$\frac{1+\square}{\square}+\frac{\square}{1+\square}=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\square$　　B．$\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\square$　　C．$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\square$　　D．$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\square$

10. 已知四棱锥$E-ABCD$，底面 ***ABCD*** 是边长为 **1** 的正方形，$ED=1$，平面$ECD\perp$平面 ***ABCD***，当点 ***C*** 到平面 ***ABE*** 的距离最大时，该四棱锥的体积为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{6}$　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　　　D．1

11．水平放置的$\vee ABC$，用斜二测画法作出的直观图是如图所示的$\vee A'B'C'$，其中$O'A'=O'B'=2$，$O'C'=\sqrt{3}$，则$\vee ABC$绕 ***AB*** 所在直线旋转一周后形成的几何体的表面积为（　　）



A．$8\sqrt{3}\pi$　　　　B．$16\sqrt{3}\pi$　　　　C．$(8\sqrt{3}+3)\pi$　　　　D．$(16\sqrt{3}+12)\pi$

12．已知m，n是两条不重合的直线，α，β是两个不重合的平面，则下列命题中错误的是（　　）

A．若$m // \alpha$，$\alpha // \beta$，则$m // \beta$或$m \subset \beta$

B．若$m // n$，$m // \alpha$，$n \not\subset \alpha$，则$n // \alpha$

C．若$m \perp n$，$m \perp \alpha$，$n \perp \beta$，则$\alpha \perp \beta$

D．若$m \perp n$，$m \perp \alpha$，则$n // \alpha$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，$\vec{a}=(\sqrt{3},1)$，且$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3}$，则$|\vec{b}|=$____

14．设实数x，y满足$\begin{cases} x+y\geq 0 \\ x-y+2\geq 0 \\ 5x-y-6\leq 0 \end{cases}$，则$z=2x-y$的最大值是______.

15．某地区连续 5 天的最低气温（单位：℃）依次为 8，-4，-1，0，2，则该组数据的标准差为_______.

16．已知函数$f(x)=e^x+ax-1$，若$x\geq 0, f(x)\geq 0$恒成立，则a的取值范围是___________.

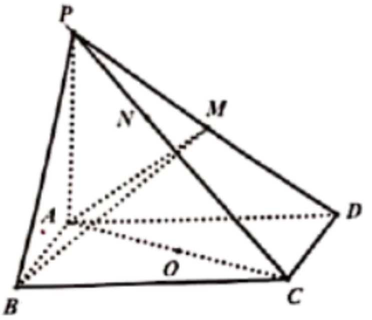
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知F是抛物线$C:y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点，点$P$在$x$轴上，$O$为坐标原点，且满足$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OF}$，经过点$P$且垂直于$x$轴的直线与抛物线$C$交于$A$、$B$两点，且$\left|AB\right|=8$.

（1）求抛物线C的方程；

（2）直线l与抛物线C交于M、N两点，若$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=-64$，求点$F$到直线$l$的最大距离.

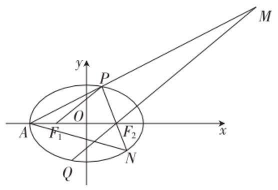
18．（12 分）中国古代数学经典《数书九章》中，将底面为矩形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称为“阳马”，将四个面都为直角三角形的四面体称之为“鳖臑”.在如图所示的阳马$P-ABCD$中，底面 **ABCD** 是矩形.$PA\perp$平面$ABCD$，$PA=AD=2$，$AB=\sqrt{2}$，以AC的中点 **O** 为球心，**AC** 为直径的球面交 **PD** 于 **M**（异于点 **D**），交 **PC** 于 **N**（异于点 **C**）.



（1）证明：$AM\perp$平面PCD，并判断四面体$\boldsymbol{MCDA}$是否是鳖臑，若是，写出它每个面的直角（只需写出结论）；若不是，请说明理由；

（2）求直线ON与平面ACM所成角的正弦值.

19.（12 分）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点为$A$，左、右焦点分别为$F_1,F_2$，离心率为$\dfrac{1}{2}$，$P$是椭圆上的一个动点（不与左、右顶点重合），且$\triangle PF_1F_2$的周长为 6，点$P$关于原点的对称点为$Q$，直线$AP,QF_2$交于点$M$.



（1）求椭圆方程；

（2）若直线PF_2与椭圆交于另一点N，且$S_{\triangle AF_2M}=4S_{\triangle AF_2N}$，求点$P$的坐标.

20.（12 分）已知数列$\{a_n\}$，其前n项和为S_n，满足$a_1=2$，$S_n=\lambda na_n+\mu a_{n-1}$，其中$n\ldots 2$，$n\in\mathbf{N}^*$，$\lambda$，$\mu\in R$.

⑴若$\lambda=0$，$\mu=4$，$b_n=a_{n+1}-2a_n$（$n\in\mathbf{N}^*$），求证：数列$\{b_n\}$是等比数列；

⑵若数列$\{a_n\}$是等比数列，求λ，μ的值；

⑶若$a_2=3$，且$\lambda+\mu=\dfrac{3}{2}$，求证：数列$\{a_n\}$是等差数列.

21.（12 分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间[20，25)，需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶．为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

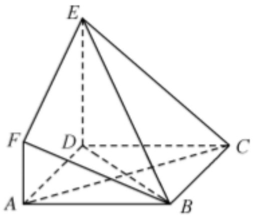
最高气温	[10，15）	[15，20）	[20，25）	[25，30）	[30，35）	[35，40）
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率.

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时，写出 Y 的所有可能值，并估计 Y 大于零的概率．

22．（10 分）如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 3 的菱形，$DE\perp$ 平面 $ABCD, AB\perp AD, AF//DE, DE=3AF$．



（1）求证：$AC\perp$ 平面 BDE；

（2）若 BE 与平面 $ABCD$ 所成角为 $60°$，求二面角 $F-BE-D$ 的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

先利用最高点纵坐标求出 A，再根据 $\frac{3T}{4}=\frac{\pi}{12}-\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ 求出周期，再将 $\left(\frac{\pi}{12},1\right)$ 代入求出 φ 的值.最后将 $\frac{3\pi}{8}$ 代入解析式即可.

【详解】

由图象可知 $A=1$，

$\because \frac{3T}{4}=\frac{\pi}{12}-\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$，所以 $T=\pi$，$\therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

$\therefore f(x)=\sin(2x+\varphi)$，将 $\left(\frac{\pi}{12},1\right)$ 代入得 $sin(\frac{\pi}{6}+\varphi)=1$，

$\therefore \frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，结合 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{3}$.

$\therefore f\left(x\right)=sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

$\therefore f\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=sin\left(\dfrac{3\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3}\right)=sin\left(\pi+\dfrac{\pi}{12}\right)=-\mathbf{sin}\dfrac{\pi}{12}=-sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}\right)$

$=-\left(sin\dfrac{\pi}{3}cos\dfrac{\pi}{4}-cos\dfrac{\pi}{3}sin\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

故选：*A*.

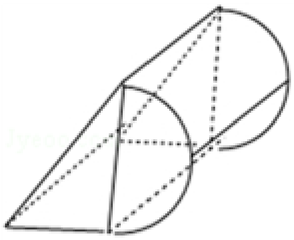
【点睛】

本题考查三角函数的据图求式问题以及三角函数的公式变换.据图求式问题要注意结合五点法作图求解.属于中档题.

2、D

【解析】

解：根据几何体的三视图知，该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，



结合图中数据，计算它的体积为：

$V=V_{三棱柱}+V_{半圆柱}=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times1+\dfrac{1}{2}\cdot\pi\cdot1^2\times1=(6+1.5\pi)\ cm^1$.

故答案为 6+1.5π.

点睛：根据几何体的三视图知该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，结合图中数据计算它的体积即可.

3、D

【解析】

由已知可得$\left(\vec{a}+\lambda\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，结合向量数量积的运算律，建立$\lambda$方程，求解即可.

【详解】

依题意得$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times1\times cos\dfrac{2\pi}{3}=-1$

由$\left(\vec{a}+\lambda\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，得$2\vec{a}^2-\lambda\vec{b}^2+(2\lambda-1)\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

即$-3\lambda+9=0$，解得$\lambda=3$.

故选：D.

【点睛】

本题考查向量的数量积运算，向量垂直的应用，考查计算求解能力，属于基础题.

4、C

【解析】

先计算出总的基本事件的个数，再计算出两张都没获奖的个数，根据古典概型的概率，求出两张都没有奖的概率，由对立事件的概率关系，即可求解.

【详解】

从 5 张“刮刮卡”中随机取出 2 张，共有 $C_5^2=10$ 种情况，

2 张均没有奖的情况有 $C_3^2=3$（种），故所求概率为 $1-\dfrac{3}{10}=\dfrac{7}{10}$.

故选:C.

【点睛】

本题考查古典概型的概率、对立事件的概率关系，意在考查数学建模、数学计算能力，属于基础题.

5、C

【解析】

$3x+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}{}^{n}\left(n\in N^*\right)$ 展开式的通项为

$T_{r+1}=C_n^r\left(3x\right)^{n-r}\left(\dfrac{1}{x\sqrt{x}}\right)^r=3^{n-r}C_n^rx^{n-\frac{5}{2}r},r=0,1,\mathrm{L}\ \ ,n$，因为展开式中含有常数项，所以 $n-\dfrac{5}{2}r=0$，即 $r=\dfrac{2}{5}n$ 为整数，故 n 的最小值为 1.

所以 $\int_a^{-a}\sqrt{a^2-x^2}dx=\int_5^{-5}\sqrt{5^2-x^2}dx=\dfrac{25\pi}{2}$.故选 C

点睛：求二项展开式有关问题的常见类型及解题策略

(1)求展开式中的特定项.可依据条件写出第 $r+1$ 项，再由特定项的特点求出 r 值即可.

(2)已知展开式的某项，求特定项的系数.可由某项得出参数项，再由通项写出第 $r+1$ 项，由特定项得出 r 值，最后求出其参数.

6、C

【解析】

根据 $\left|PQ\right|=2\left|OF_2\right|$ 可得四边形 PF_1QF_2 为矩形，设 $PF_1=n$, $PF_2=m$,根据椭圆的定义以及勾股定理可得

$\dfrac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)}=\dfrac{m}{n}+\dfrac{n}{m}$,再分析 $t=\dfrac{m}{n}+\dfrac{n}{m}$ 的取值范围,进而求得 $2<\dfrac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)}\le\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ 再求离心率的范围即可.

【详解】

设 $PF_1=n$, $PF_2=m$,由 $x_1>0$, $y_1>0$,知 $m<n$,

因为$P\left(x_1, y_1\right), Q\left(-x_1,-y_1\right)$在椭圆$C$上,$|PQ|=2|OP|=2\left|OF_2\right|$,

所以四边形PF_1QF_2为矩形,$QF_1 = PF_2$；

由$\frac{|QF_1|}{|PF_1|} \ge \frac{\sqrt{3}}{3}$,可得$\frac{\sqrt{3}}{3} \le \frac{m}{n} < 1$,

由椭圆的定义可得$m+n=2a$,$m^2+n^2=4c^2$①,

平方相减可得$mn=2\left(a^2-c^2\right)$②,

由①②得$\frac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)}=\frac{m^2+n^2}{mn}=\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$；

令$t=\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$,

令$v=\frac{m}{n} \in \left[\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$,

所以$t=v+\frac{1}{v} \in \left(2,\frac{4\sqrt{3}}{3}\right]$,

即$2<\frac{4c^2}{2\left(a^2-c^2\right)} \le \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

所以$a^2-c^2<c^2 \le \frac{2\sqrt{3}}{3}\left(a^2-c^2\right)$,

所以$1-e^2<e^2 \le \frac{2\sqrt{3}}{3}\left(1-e^2\right)$,

所以$\frac{1}{2}<e^2 \le 4-2\sqrt{3}$,

解得$\frac{\sqrt{2}}{2}<e \le \sqrt{3}-1$.

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义运用以及构造齐次式求椭圆的离心率的问题,属于中档题.

7、**C**

【解析】

由双曲线的几何性质与函数的概念可知，此双曲线的两条渐近线的夹角为60°，所以$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$，由离心率公式

$e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}$ 即可算出结果.

【详解】

由双曲线的几何性质与函数的概念可知，此双曲线的两条渐近线的夹角为60°，又双曲线的焦点既可在x轴，又可在y轴上，所以$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=2$或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，函数的概念，考查了分类讨论的数学思想.

8、**A**

【解析】

利用正弦定理边角互化思想结合余弦定理可求得角B的值，再利用正弦定理可求得$b\sin A$的值.

【详解】

$\because \frac{b+c}{\sin A}=\frac{a+b}{\sin A+\sin B-\sin C}$，由正弦定理得$\frac{b+c}{a}=\frac{a+b}{a+b-c}$，整理得$a^2+c^2-b^2=ac$，

由余弦定理得$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，$\because 0<B<\pi$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$.

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$b\sin A=a\sin B=1\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查利用正弦定理求值，涉及正弦定理边角互化思想以及余弦定理的应用，考查计算能力，属于中等题.

9、**D**

【解析】

利用复数的运算法则即可化简得出结果

【详解】

$$\frac{1+\square}{\square}+\frac{\square}{1+\square}=\frac{-\square(1+\square)}{-\square^2}+\frac{\square(1-\square)}{(1+\square)(1-\square)}=-\square-\square^2+\frac{\square-\square^2}{2}$$

$$=-\square+1+\frac{\square}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\square$$

故选□

【点睛】

本题考查了复数代数形式的乘除运算，属于基础题。

10、**B**

【解析】

过点 ***E*** 作 $EH\perp CD$，垂足为 ***H***，过 ***H*** 作 $HF\perp AB$，垂足为 ***F***，连接 ***EF***.因为 $CD//$ 平面 ***ABE***，所以点 ***C*** 到平面 ***ABE*** 的距离等于点 ***H*** 到平面 ***ABE*** 的距离 h.设 $\angle CDE=\theta(0<\theta\le\frac{\pi}{2})$，将 h 表示成关于 θ 的函数，再求函数的最值，即可得答案.

【详解】

过点 ***E*** 作 $EH\perp CD$，垂足为 ***H***，过 ***H*** 作 $HF\perp AB$，垂足为 ***F***，连接 ***EF***.

因为平面 $ECD\perp$ 平面 ***ABCD***，所以 $EH\perp$ 平面 ***ABCD***，

所以 $EH\perp HF$.

因为底面 ***ABCD*** 是边长为 **1** 的正方形，$HF//AD$，所以 $HF=AD=1$.

因为 $CD//$ 平面 ***ABE***，所以点 ***C*** 到平面 ***ABE*** 的距离等于点 ***H*** 到平面 ***ABE*** 的距离.

易证平面 $EFH\perp$ 平面 ***ABE***，

所以点 ***H*** 到平面 ***ABE*** 的距离，即为 ***H*** 到 ***EF*** 的距离 h.

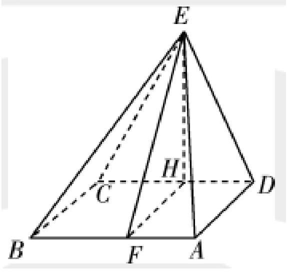
不妨设 $\angle CDE=\theta(0<\theta\le\frac{\pi}{2})$，则 $EH=\sin\theta$，$EF=\sqrt{1+\sin^2\theta}$.

因为 $S_{\triangle EHF}=\frac{1}{2}\cdot EF\cdot h=\frac{1}{2}\cdot EH\cdot FH$，所以 $h\cdot\sqrt{1+\sin^2\theta}=\sin\theta$，

所以 $h=\frac{\sin\theta}{\sqrt{1+\sin^2\theta}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2\theta}+1}}\le\frac{\sqrt{2}}{2}$，当 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 时，等号成立.

此时 ***EH*** 与 ***ED*** 重合，所以 $EH=1$，$V_{E-ABCD}=\frac{1}{3}\times1^2\times1=\frac{1}{3}$.

故选：**B.**



【点睛】