

北京市航空航天大学附属中学 2025 年高三第三次模拟考试数学试题

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

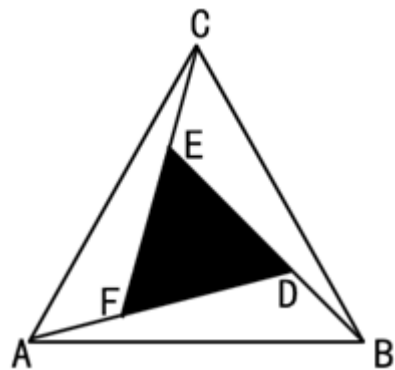
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 把满足条件 (1) $\forall x \in R, f(-x) = f(x)$, (2) $\forall x_1 \in R, \exists x_2 \in R$, 使得 $f(x_1) = -f(x_2)$ 的函数称为“D 函数”，下列函数是“D 函数”的个数为 ()

- ① $y = x^2 + |x|$ ② $y = x^3$ ③ $y = e^x + e^{-x}$ ④ $y = \cos x$ ⑤ $y = x \sin x$

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 赵爽是我国古代数学家、天文学家，大约在公元 222 年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了“勾股圆方图”，亦称“赵爽弦图”（以弦为边长得到的正方形是由 4 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成的）。类比“赵爽弦图”，可类似地构造如下图所示的图形，它是由 3 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成一个大等边三角形。设 $DF = 2AF = 2$ ，若在大等边三角形中随机取一点，则此点取自小等边三角形（阴影部分）的概率是 ()



- A. $\frac{4}{13}$ B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{9}{26}$ D. $\frac{3\sqrt{13}}{26}$

3. 若非零实数 a 、 b 满足 $2^a = 3^b$ ，则下列式子一定正确的是 ()

- A. $b > a$ B. $b < a$
C. $|b| < |a|$ D. $|b| > |a|$

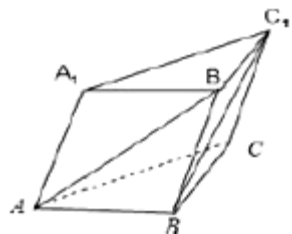
4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_5 = 10$ ， $a_4 = 7$ ，则数列 $\{a_n\}$ 前 6 项和 S_6 为 ()

- A. 18 B. 24 C. 36 D. 72

5. 已知 $x = 0$ 是函数 $f(x) = x(ax - \tan x)$ 的极大值点，则 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1]$
C. $[0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

6. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面边长和侧棱长都相等, $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

7. 函数 $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 内有且只有一个零点, 则 a 的值为 ()

- A. 3 B. -3 C. 2 D. -2

8. 已知函数 $f(x) = a \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的图像的一条对称轴为直线 $x = \frac{5\pi}{6}$, 且 $f(x_1) \cdot f(x_2) = -4$, 则 $|x_1 + x_2|$ 的最小值为 ()

- A. $-\frac{\pi}{3}$ B. 0 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

9. 已知集合 $A = \{x | y = \lg(4 - x^2)\}$, $B = \{y | y = 3^x, x > 0\}$ 时, $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | x > -2\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ D. $\emptyset$

10. 已知函数 $f(x) = \ln x + \ln(3 - x)$, 则 ()

- A. 函数 $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 上单调递增 B. 函数 $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 上单调递减
C. 函数 $f(x)$ 图像关于 $x = \frac{3}{2}$ 对称 D. 函数 $f(x)$ 图像关于 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 对称

11. 已知函数 $f(x) = \frac{x^3 + \sin x}{(1+x)(m-x) + e^x + e^{-x}}$ 为奇函数, 则 $m =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

12. 已知实数 x, y 满足 $\frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1$, 则 $|x^2 + y^2 - 2| + |x^2 + y^2 - 6x + 7|$ 的最小值等于 ()

- A. $6\sqrt{2} - 5$ B. $6\sqrt{2} - 7$ C. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ D. $9 - 6\sqrt{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = \frac{e \ln x}{2x}$, $g(x) = \frac{2x^2}{x-m}$, 若函数 $h(x) = g(f(x)) + m$ 有 3 个不同的零点 $x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$, 则

$2f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)$ 的取值范围是_____.

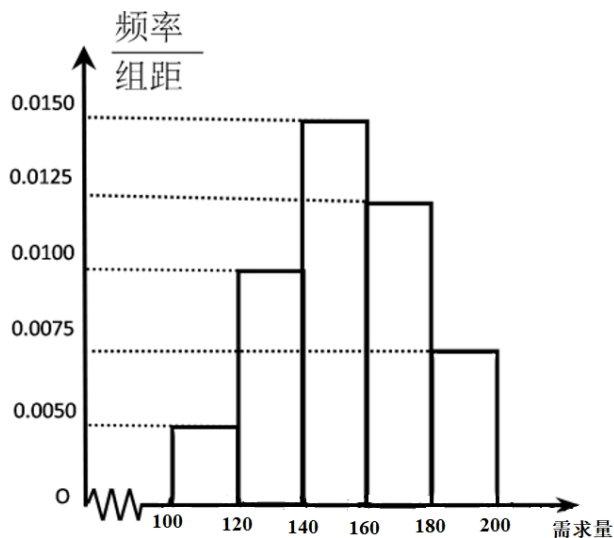
14. 若一个正四面体的棱长为 1, 四个顶点在同一个球面上, 则此球的表面积为_____.

15. 已知 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, a = 2\sqrt{3}, b = 4, \triangle ABC$ 外接圆的面积为 4π , 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 1, \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f(f(2)) =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某大学生在开学季准备销售一种文具套盒进行试创业, 在一个开学季内, 每售出 1 盒该产品获利 50 元, 未售出的产品, 每盒亏损 30 元. 根据历史资料, 得到开学季市场需求量的频率分布直方图, 如图所示. 该同学为这个开学季进了 160 盒该产品, 以 x (单位: 盒, $100 \leq x \leq 200$) 表示这个开学季内的市场需求量, y (单位: 元) 表示这个开学季内经销该产品的利润.



(1) 根据直方图估计这个开学季内市场需求量 x 的平均数和众数;

(2) 将 y 表示为 x 的函数;

(3) 以需求量的频率作为各需求量的概率, 求开学季利润不少于 4800 元的概率.

18. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 点 A 是 C 的左顶点, 点 $P(2, 3)$ 为 C 上一点, 离心率 $e = \frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设过点 A 的直线 l 与 C 的另一个交点为 B (异于点 P), 是否存在直线 l , 使得以 AB 为直径的圆经过点 P

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/637152006013006150>