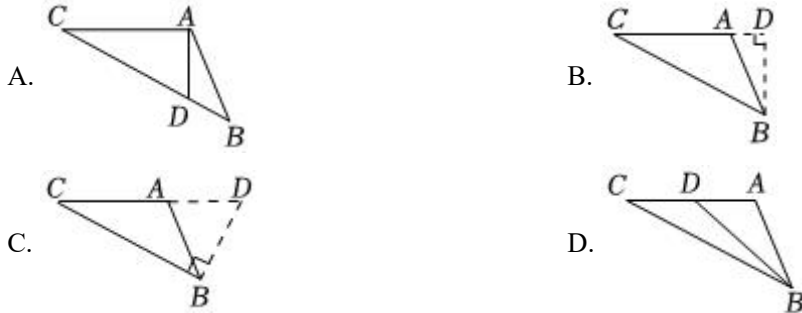


2023-2024 学年北京市朝阳外国语学校八年级（上）期中数学试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 各图的 $\triangle ABC$ 中，正确画出 AC 边上的高的图形是()



2. 下列计算正确的是()

- A. $a + 2a^2 = 3a^3$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ C. $(a^3)^2 = a^6$ D. $(-2a)^2 = -4a^2$

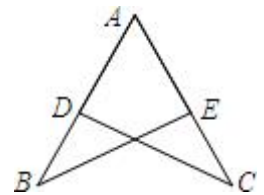
3. 数学中有许多精美的曲线，以下是“笛卡尔叶形线”“阿基米德螺线”“三叶玫瑰线”和“星形线”.其中一定不是轴对称图形的是()



4. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(3, 1)$ ，则点 A 关于 y 轴的对称点的坐标是()

- A. $(1, 3)$ B. $(-3, 1)$ C. $(3, -1)$ D. $(-3, -1)$

5. 已知：如图， D, E 分别在 AB, AC 上，若 $AB = AC, AD = AE, \angle A = 60^\circ, \angle B = 25^\circ$ 则 $\angle BDC$ 的度数是()

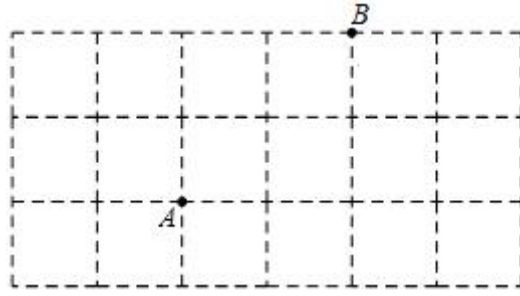


- A. 95° B. 90° C. 85° D. 80°

6. 如果等腰三角形的一个内角等于 40° ，那么它的底角是()

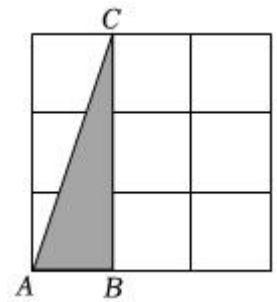
- A. 100° B. 70° C. 70° 或 100° D. 40° 或 70°

7. 如图所示的正方形网格中，网格线的交点称为格点. 已知 A, B 是两个格点，如果点 C 也是图形中的格点，且 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，所有符合条件的点 C 有()



- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

8. 如图，在 3×3 的正方形网格中，格线的交点称为格点，以格点为顶点的三角形称为格点三角形，图中的 $\triangle ABC$ 为格点三角形，在图中与 $\triangle ABC$ 成轴对称的格点三角形可以画出()

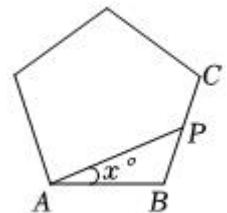


- A. 3个
B. 4个
C. 5个
D. 6个

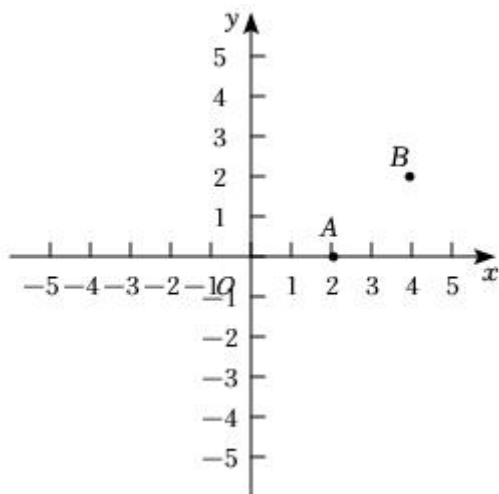
二、填空题：本题共 9 小题，共 30 分。

9. 若等腰三角形的两边长分别是 2cm 和 6cm ，则这个三角形的周长是_____ cm .

10. 如图，点 P 在正五边形的边 BC 上运动 (不与点 B, C 重合)，若 $\angle BAP = x^\circ$ ，则 x 的取值范围是_____.



11. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(2,0)$ ， $B(4,2)$ ，若点 P 在平面直角坐标系中，且以 O, A, P 为顶点的三角形与 $\triangle OAB$ 全等，则满足条件的 P 点的坐标是_____.



12. 已知 $x^a = 7$, $x^b = 3$, 则 $x^{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

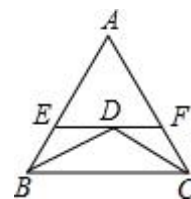
13. 甲乙两位同学进行一种数学游戏.游戏规则是:两人轮流对 $\triangle ABC$ 及 $\triangle A'B'C'$ 对应的边或角添加等量条件(点 A' , B' , C' 分别是点 A , B , C 的对应点).某轮添加条件后,若能判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 全等,则当轮添加条件者失败,另一人获胜.

轮次	行动者	添加条件
1	甲	$AB = A'B' = 2cm$
2	乙	$BC = B'C' = 4cm$
3	甲	?

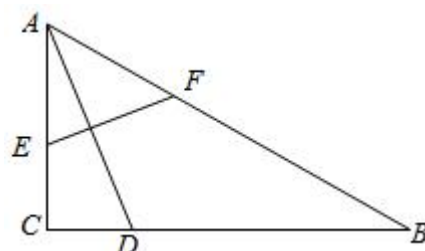
上表记录了两人游戏的部分过程,则下列说法正确的是_____ (填写所有正确结论的序号).

- ①若第3轮甲添加 $AC = A'C' = 5cm$, 则乙获胜;
- ②若甲想获胜, 第3轮可以添加条件 $\angle C = \angle C' = 30^\circ$;
- ③若乙想获胜, 可修改第2轮添加条件为 $\angle A = \angle A' = 90^\circ$.

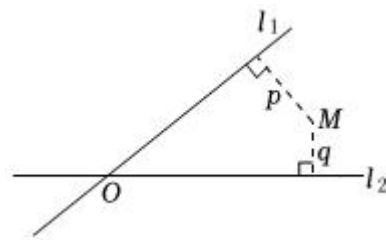
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 和 CD 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线, EF 过点 D , 且 $EF \parallel BC$, 若 $BE = 3$, $CF = 4$, 则 EF 的长为_____.



15. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 2$, D 为 BC 上一动点, EF 垂直平分 AD 分别交 AC 于点 E 、交 AB 于点 F , 则 BF 的最大值为_____.



16. 如图，平面中两条直线 l_1 和 l_2 相交于点 O ，对于平面上任意一点 M ，若点 M 到直线 l_1 、 l_2 的距离分别是 p cm、 q cm，则称有序实数对 (p, q) 是点 M 的“距离坐标”. 特别地，当点在直线上时，定义点到直线的距离为 0.



下列说法：

① “距离坐标”是 $(0, 0)$ 的点只有点 O ；

② “距离坐标”是 $(0, 1)$ 的点只有 1 个；

③ “距离坐标”是 $(2, 2)$ 的点共有 4 个；

正确的有_____ (填序号).

17. 定义一种新运算 (a, b) ，若 $a^c = b$ ，则 $(a, b) = c$ ，例 $(2, 8) = 3$ ， $(3, 81) = 4$. 已知 $(3, 5) + (3, 7) = (3, x)$ ，则 x 的值为_____.

三、解答题：本题共 9 小题，共 46 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

18. (本小题 5 分)

计算：

(1) $2x^2(x^2 - 3x - 2)$ ；

(2) $(3a + b - 2)(3a - b + 2)$.

19. (本小题 5 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD = CD$ ， $DE \perp AB$ 于点 E ， $DF \perp AC$ 于点 F ，若 $BE = CF$. 求证： AD 平分 $\angle BAC$.

请你补全下述证明过程：

证： $\because DE \perp AB, DF \perp AC$

$\therefore \angle BED = \angle CFD = 90^\circ$

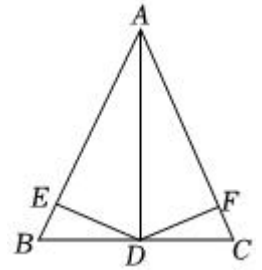
在 $\text{Rt}\triangle DBE$ 和 $\text{Rt}\triangle DCF$ 中， $\begin{cases} BD = CD \\ \text{①} = \text{②} \end{cases}$ ，①_____，②_____，

$\therefore \text{Rt}\triangle DBE \cong \text{Rt}\triangle DCF$ (_____)

$\therefore DE = DF$.

$\because DE = DF$ ，_____，_____

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$.

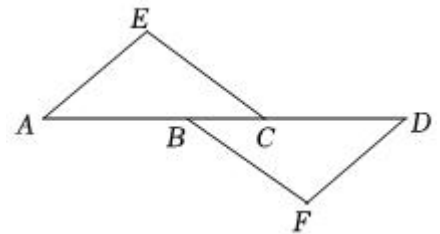


20. (本小题 5 分)

先化简，再求值： $(x - 2)^2 - (2x + 3)(2x - 3) + 3x(x + 2)$ ，其中 $x = 5$.

21. (本小题 5 分)

如图，点 A, B, C, D 在一条直线上， $AE \parallel DF$ ， $AE = DF$ ， $AB = CD$. 求证： $\triangle AEC \cong \triangle DFB$.



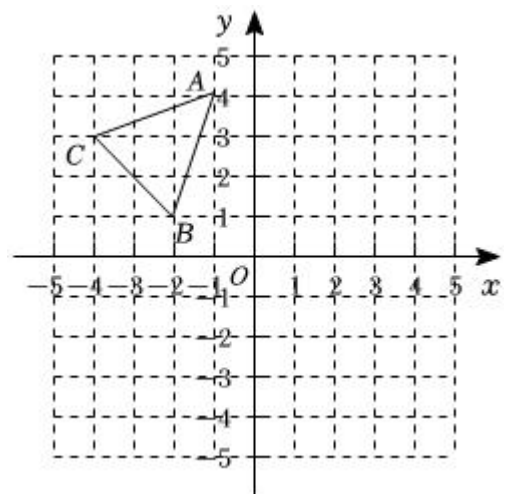
22. (本小题 5 分)

如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1, 4)$ ， $B(-2, 1)$ ， $C(-4, 3)$.

(1) $\triangle ABC$ 的面积是_____；

(2) 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称， $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于 x 轴对称，请在坐标系中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

(3) 在 y 轴有一点 P ，使得 $\triangle PA_1B_2$ 周长最短，请画出点 P 的位置 (保留画图的痕迹).



23. (本小题 5 分)

先阅读材料，再解决问题：

已知 $x^2 + bx + c = 0$ ，在求关于 x 的代数式的值时，可将 $x^2 + bx + c = 0$ 变形为 $x^2 = -bx - c$ ，就可以把 x^2 表示为关于 x 的一次多项式，从而达到“降次”的目的，我们称这样的方法为“降次代换法”，例如：已知 $x^2 + 2x - 4 = 0$ ，求代数式 $x^2(x + 4)$ 的值.

解：∵ $x^2 + 2x - 4 = 0$ ，

$$\therefore x^2 = -2x + 4,$$

$$\therefore \text{原式} = (-2x + 4)(x + 4) = -2x^2 - 4x + 16 = -2(-2x + 4) - 4x + 16 = 4x - 8 - 4x + 16 = 8,$$

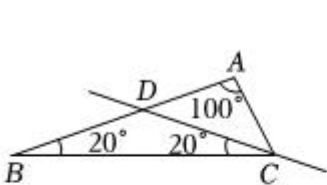
$$\therefore x^2(x + 4) = 8.$$

请运用“降次代换法”，解答下列问题：

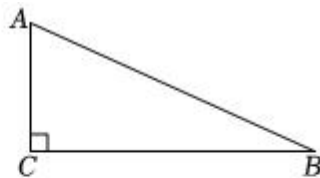
- (1) 若 $x^2 + x - 15 = 0$ ，则代数式 $(x + 4)(x - 3)$ 的值为_____；
- (2) 若 $x^2 + 5x + 1 = 0$ ，求代数式 $x(x^2 + 5x) + (x + 7)(x - 1)$ 的值；
- (3) 已知： $x^2 + 2x - 1 = 0$ ，求代数式 $2x^4 + 8x^3 + 12x^2 + 8x + 3$ 的值.

24. (本小题 5 分)

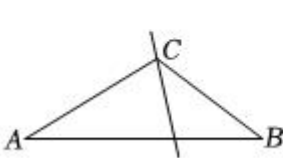
我们知道：过三角形的顶点引一条直线，可以将它分割成两个小三角形.如果每个小三角形都有两个相等的内角，则我们称这条直线为原三角形的“美丽线”.如图 1，直线 CD 为 $\triangle ABC$ 的“美丽线”.



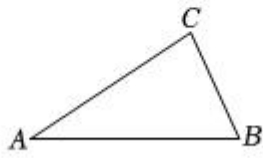
(图1)



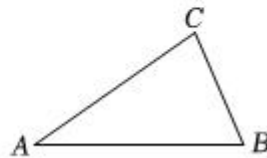
(图2)



(图3)



(图4)



(备用图)

(1) 通过画图，数学小组的同学发现，任意一个直角三角形都可以分割成两个等腰三角形.已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$.求作：直线 CD ，使得直线 CD 将 $\triangle ABC$ 分割成两个等腰三角形.使用直尺和圆规，补全图形(保留作图痕迹).

(2) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \alpha$ ， $\angle B = \beta$ ($\alpha \leq \beta$).若 $\triangle ABC$ 存在过点 C 的“美丽线”，试探究 α 与 β 的关系.下面是对这个问题的部分探究过程：设 CD 为 $\triangle ABC$ 的“美丽线”，点 D 在边 AB 上，则 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCD$ 中各有两个相等的内角.

【探究 1】

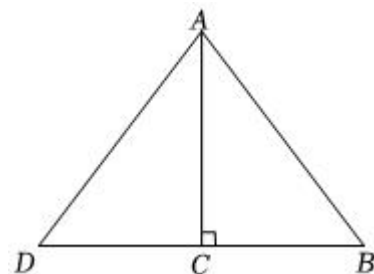
如图 3, 当 $\angle ACD = \angle ADC$ 时, 因为 $\angle A = \alpha$, 所以 $\angle ADC = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$, 且 $\angle ADC$ 为锐角, 则 $\angle CDB$ 为钝角, 所以在 $\triangle CDB$ 中, $\angle DCB = \angle B = \beta$. 由此可以得到 α 与 β 的关系为_____, 其中 α 的取值范围为_____.

【探究 2】

借助图 4, 请你继续完成本问题的探究, 直接写出 α 与 β 的关系为_____, 其中 α 的取值范围为_____.

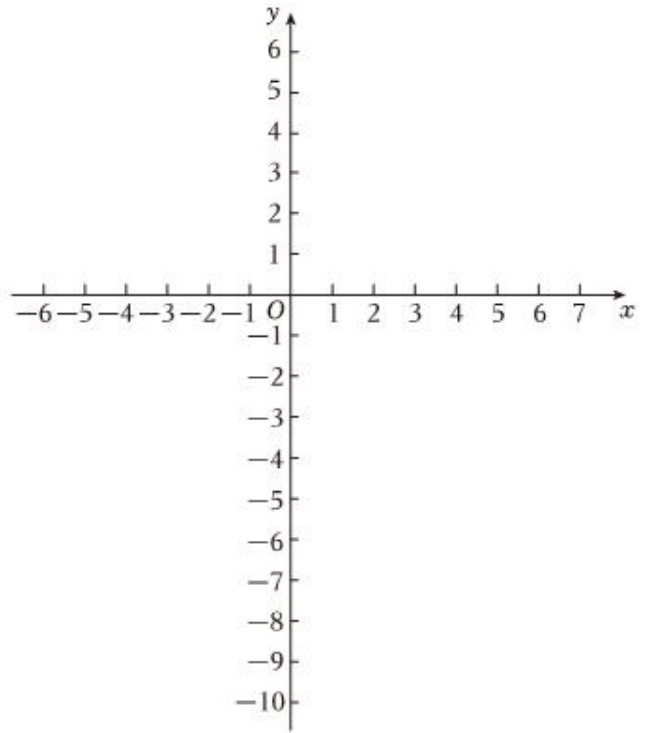
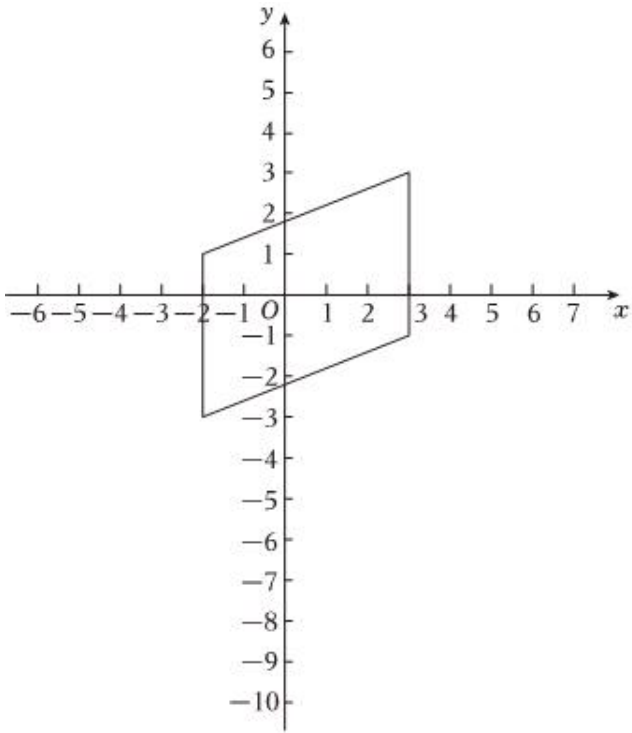
25. (本小题 5 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 延长 BC 至 D , 使 $DC = BC$, 在 AB 的右侧作线段 AE , $\angle BAE = 60^\circ$, 且 $AE = AB$, 连接 DE 交 AC 于点 P . 依题意补全图形, 用等式表示线段 PA , PD , PE 之间的数量关系, 并证明.



26. (本小题 6 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, $O(0,0)$, $A(-2,-1)$, $B(3,-1)$, $C(3,3)$, $D(-2,3)$, 若点 P 关于某直线的对称点落在长方形 $ABCD$ 内 (不包含边界). 则称点 P 是长方形 $ABCD$ 的“ l 封闭点”.



(1) 点 $P(1, 2)$ ，若点 P 是长方形 $ABCD$ 的“ l 封闭点”，则 l 可以是_____。(填序号)

① x 轴；② y 轴；③ 一三象限角平分线；④ 长方形 $ABCD$ 的对称轴

(2) 若点 Q 是长方形 $ABCD$ 的“ y 轴封闭点”，求点 Q 横坐标的取值范围；

(3) 点 $M(0, -9)$ ，点 N 是线段 OM 上的一点，若点 N 是长方形 $ABCD$ 的“直线 $y = -2$ 封闭点”，求点 N 的纵坐标的取值范围.

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解：A、图中 AD 不是 AC 边上的高，本选项不符合题意；

B、图中 BD 是 AC 边上的高，本选项符合题意；

C、图中 BD 不是 AC 边上的高，本选项不符合题意；

D、图中 BD 不是 AC 边上的高，本选项不符合题意；

故选：B.

根据三角形的高的概念判断即可.

本题考查的是三角形的高的概念，从三角形的一个顶点向对边作垂线，垂足与顶点之间的线段叫做三角形的高.

2. 【答案】C

【解析】解：A、 a 与 $2a^2$ 不属于同类项，不能合并，故 A 不符合题意；

B、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故 B 不符合题意；

C、 $(a^3)^2 = a^6$ ，故 C 符合题意；

D、 $(-2a)^2 = 4a^2$ ，故 D 不符合题意；

故选：C.

利用合并同类项的法则，同底数幂的乘法的法则，幂的乘方与积的乘方的法则对各项进行运算即可.

本题主要考查合并同类项，幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘法，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

3. 【答案】B

【解析】解：A，C，D 选项中的图形都能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形；

B 选项中的图形不能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形；

故选：B.

根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

4. 【答案】B

【解析】解：点 $A(3,1)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 $(-3,1)$ ，

故选：B.

根据关于 y 轴对称点的坐标特点：横坐标互为相反数，纵坐标相等，可得答案.

此题主要考查了关于 y 轴对称点的坐标特点，关键是掌握点的坐标的变化规律.

5. 【答案】C

【解析】解：在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AE = AD \\ \angle A = \angle A \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD(SAS)$ ，

$\therefore \angle C = \angle B$ ，

$\because \angle B = 25^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 25^\circ$ ，

$\because \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle C = 85^\circ$ ，

故选：C.

根据 SAS 证 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，推出 $\angle C = \angle B$ ，求出 $\angle C$ 的度数，根据三角形的外角性质得出

$\angle BDC = \angle A + \angle C$ ，代入求出即可.

本题考查了全等三角形的性质和判定和三角形的外角性质的应用，解此题的关键是求出 $\angle C$ 的度数和得出

$\angle BDC = \angle A + \angle C$.

6. 【答案】D

【解析】解：当 40° 为顶角时，底角为 $(180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$ ，

另外底角也可以为 40° ，

则它的底角是 40° 或 70° ，

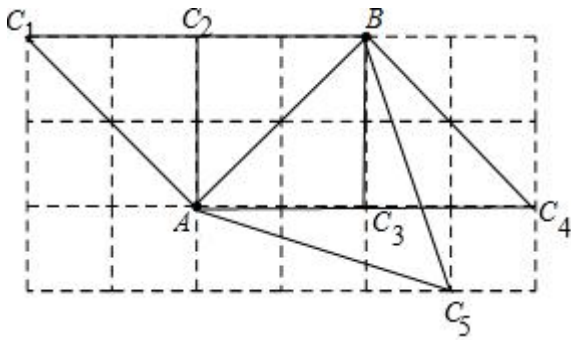
故选：D.

=由于不明确 40° 的角是等腰三角形的底角还是顶角，故应分 40° 的角是顶角和底角两种情况讨论.

此题主要考查等腰三角形的性质，解题的关键是学会用分类讨论的思想解决问题.

7. 【答案】C

【解析】解：如图，点 C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 即为所求。



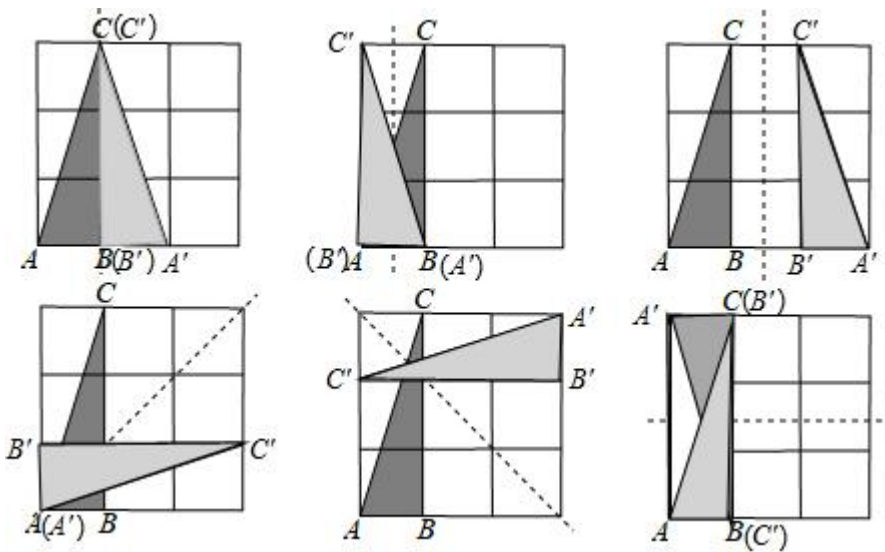
故选：C.

先利用勾股定理求出线段的长，再结合等腰三角形的定义，在网格中画出图形即可。

本题主要考查等腰三角形的定义及网格中利用勾股定理求线段的长，解题的关键是利用勾股定理求出线段的长，要求学会利用数形结合的思想解决问题，属于中考常考题型。

8. 【答案】D

【解析】解：如图，最多能画出 6 个格点三角形与 $\triangle ABC$ 成轴对称。



所以在图中与 $\triangle ABC$ 成轴对称的格点三角形可以画出 6 个。

故选：D.

根据网格结构分别确定出不同的对称轴，然后作出轴对称三角形即可得解。

本题考查了利用轴对称变换作图，熟练掌握网格结构并准确找出对应点的位置是解题的关键，本题难点在于确定出不同的对称轴。

9. 【答案】14

【解析】解：当腰长是 2cm 时，因为 $2 + 2 < 6$ ，不符合三角形的三边关系，应排除；

当腰长是 6cm 时，因为 $6 + 6 > 2$ ，符合三角形三边关系，此时周长是 14cm ；

故答案为：14.

题目给出等腰三角形有两条边长为 2cm 和 6cm ，而没有明确腰、底分别是多少，所以要进行讨论，还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.

10. 【答案】 $0 < x < 36$

【解析】解：当点 P 与点 B 重合时，此时 $x = 0^\circ$ ，

当点 P 与 C 重合时，此时

$$\begin{aligned}x &= \frac{180^\circ - \angle B}{2} \\&= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B \\&= 90^\circ - \frac{1}{2} \times \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} \\&= 36^\circ,\end{aligned}$$

\therefore 点 P 在正五边形的边 BC 上运动 (不与点 B, C 重合)， $\angle BAP = x^\circ$ ，则 x 的取值范围为 $0 < x < 36$ ，

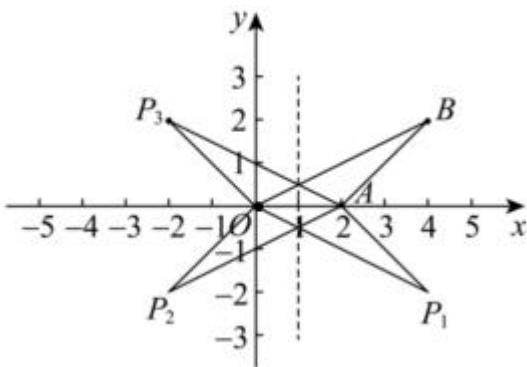
故答案为： $0 < x < 36$.

根据正多边形与圆的性质进行计算即可.

本题考查正多边形与圆，掌握正多边形与圆的有关计算是正确解答的前提.

11. 【答案】 $(4, -2)$ 或 $(-2, -2)$ 或 $(-2, 2)$

【解析】解：如图，



①作 B 关于 x 的对称的点 P_1 ，连接 OP_1 ， AP_1 ，

$$\therefore OB = OP_1, AB = AP_1,$$

$$\therefore OA = OA,$$

$$\therefore \triangle OAP_1 \cong \triangle OAB (SSS),$$

$$\therefore B(4, 2),$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/638013060013007001>