

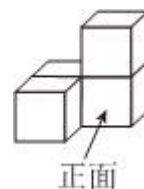
## 2024 年广东省广州市越秀区华侨外国语学校中考数学二模试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.  $-2$  的倒数是( )

- A.  $-2$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $2$

2. 四个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，从正面得到的视图是( )



- A.
- B.
- C.
- D.

3. 不等式  $x + 1 \geq 2$  的解集在数轴上表示为( )

- A.
- B.
- C.
- D.

4. 2024 年体育中考男生引体向上 15 个就能得到 100 分.为了力争优秀成绩,七年级的学生就已经开始努力训练,现葵城中学七(1)班的 6 位同学在一节体育课上进行引体向上训练时,统计数据分别为 7, 12, 10, 6, 9, 6 则这组数据的中位数是( )

- A. 6                      B. 7                      C. 8                      D. 9

5. 下列运算正确的是( )

- A.  $2(a - 1) = 2a - 2$                       B.  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
- C.  $3a + 2a = 5a^2$                       D.  $(ab)^2 = ab^2$

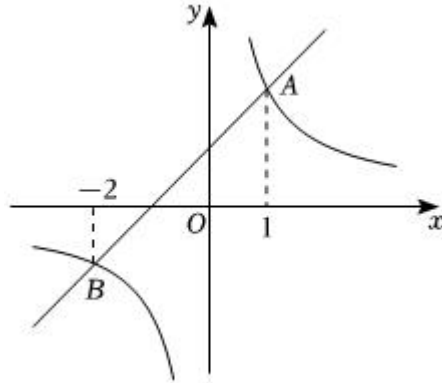
6. 有两辆车按 1, 2 编号,张、李两位老师可任意选坐一辆车,则两位老师同坐 1 号车的概率是( )

- A. 1                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{6}$

7. 一次函数  $y = kx + b$  中,  $y$  随  $x$  的增大而减小,  $b < 0$ , 则这个函数的图象不经过( )

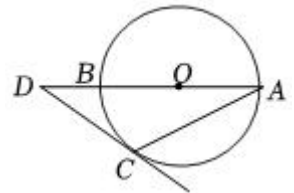
- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

8. 如图，一次函数  $y_1 = k_1x + b (k_1 \neq 0)$  的图象与反比例函数  $y_2 = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$  的图象相交于  $A, B$  两点，点  $A$  的横坐标为 1，点  $B$  的横坐标为 -2，当  $y_1 \geq y_2$  时， $x$  的取值范围是( )



- A.  $x \leq -2$  或  $x \geq 1$                       B.  $x \leq -2$  或  $0 < x \leq 1$   
 C.  $-2 \leq x < 0$  或  $x \geq 1$                       D.  $-2 \leq x < 0$  或  $0 < x \leq 1$

9. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $D$  在  $AB$  的延长线上， $DC$  切  $\odot O$  于点  $C$ ，若  $\angle D = 30^\circ$ ， $OD = 4$ ，则  $AC$  等于( )



- A. 6  
 B. 4  
 C.  $2\sqrt{3}$   
 D. 3

10. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a, b, c$  是常数， $a \neq 0)$  经过点  $(-1, -1)$ ， $(0, 1)$ ，当  $x = -2$  时，与其对应的函数值  $y > 1$ . 有下列结论：

- ①  $abc > 0$ ；  
 ② 关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c - 3 = 0$  有两个不等的实数根；  
 ③  $a + b + c > 7$ .

其中，正确结论的个数是( )

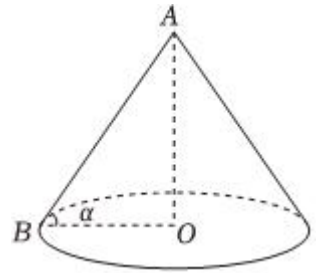
- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

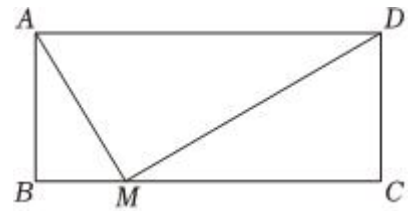
11. 4 的算术平方根是\_\_\_\_\_。  
 12. 分解因式：  $5x^2 - 5y^2 =$ \_\_\_\_\_。  
 13. 同圆中，已知弧  $AB$  所对的圆心角是  $100^\circ$ ，则弧  $AB$  所对的圆周角是\_\_\_\_\_。

14. 若  $m, n$  是一元二次方程  $x^2 + 2x - 1 = 0$  的两个实数根, 则  $m^2 + 4m + 2n$  的值是\_\_\_\_\_.

15. 如图, 圆锥的母线  $AB$  与底面半径  $OB$  的夹角为  $\alpha$ ,  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ , 则圆锥侧面展开扇形的圆心角是\_\_\_\_\_°.



16. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 6$ ,  $BC = 16$ , 点  $M$  在直线  $BC$  上, 连接  $MA, MD$ .



(1) 当  $MC = 3MB$ , 则  $\frac{MA}{MD} =$ \_\_\_\_\_;

(2) 当  $\frac{MA}{MD}$  最大时,  $BM =$ \_\_\_\_\_.

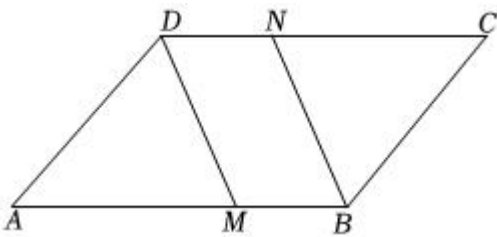
三、解答题: 本题共 9 小题, 共 72 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题 4 分)

计算:  $2 \sin 30^\circ - \sqrt[3]{8} + (2 - \pi)^0 + (-1)^{2024}$ .

18. (本小题 4 分)

如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $M, N$  分别在边  $AB, CD$  上, 且  $AM = CN$ . 求证:  $DM = BN$ .



19. (本小题 6 分)

已知  $T = \left(\frac{a^2 + 4}{a} - 4\right) \div \frac{a^2 - 4}{a + 2}$ .

(1) 化简  $T$ .

(2) 若  $a$  为二次函数  $y = 2x^2 - 4x + 5$  的最小值, 求此时的  $T$  值.

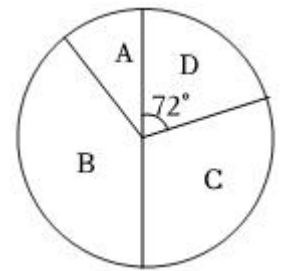
20. (本小题 6 分)

某年级随机选出一个班的初赛成绩进行统计, 得到如下统计图表, 已知在扇形统计图中  $D$  段对应扇形圆心角为  $72^\circ$ .

分段	成绩范围	频数	频率
A	90 ~ 100	$a$	$m$
B	80 ~ 89	20	$b$
C	70 ~ 79	$c$	0.3
D	70 分以下	10	$n$

(1) 在统计表中,  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 若统计表 A 段的男生比女生少 1 人, 从 A 段中任选 2 人参加复赛, 用列举法求恰好选到 1 名男生和 1 名女生的概率.

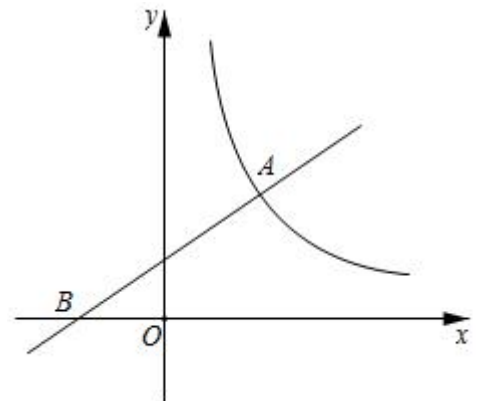


21. (本小题 8 分)

如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$  的图象与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象相交于点  $A(a, 3)$ , 与  $x$  轴相交于点  $B$ .

(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 过点  $A$  的直线交反比例函数的图象于另一点  $C$ , 交  $x$  轴正半轴于点  $D$ , 当  $\triangle ABD$  是以  $BD$  为底的等腰三角形时, 求直线  $AD$  的函数表达式及点  $C$  的坐标.



22. (本小题 10 分)

某玩具商店计划购进“汽车”玩具模型和“飞机”玩具模型, 同样花费 320 元, “汽车”模型的数量比“飞机”模型多 4 个且每个“汽车”模型成本比每个“飞机”模型成本少 20%.

(1) “汽车”和“飞机”模型的成本各多少元？

(2) 该航模店计划购买两种模型共 100 个，且每个“飞机”模型的售价为 35 元，“汽车”模型的售价为 25 元. 设购买“飞机”模型  $a$  个，售卖这两种模型可获得的利润为  $w$  元，

①求  $w$  与  $a$  的函数关系式(不要求写出  $a$  的取值范围)；

②若购进“飞机”模型的数量不超过“汽车”模型数量的一半，则购进“飞机”模型多少个时，销售这批模型可以获得最大利润？最大利润是多少？

23. (本小题 10 分)

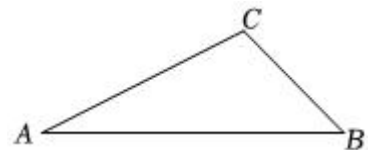
如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C$  是钝角.

(1) 尺规作图：在  $AB$  上取一点  $O$ ，以  $O$  为圆心，作出圆  $O$ ，使其过  $A$ 、 $C$  两点，交  $AB$  于点  $D$ ，连接  $CD$ ；(不写作法，保留作图痕迹)

(2) 在(1)所作的图中，若  $\angle BCD = \angle A$ ， $\tan A = \frac{1}{3}$ ， $BC = 9$ .

①求证： $BC$  是圆  $O$  的切线；

②求圆  $O$  的半径长.



24. (本小题 12 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = x^2 + ax - 3a$  ( $a$  是常数) 的顶点为  $P$ .

(1) 直接写出点  $P$  的坐标：\_\_\_\_\_ (用含  $a$  的式子表示)；

(2) 若过点  $Q(0, b)$  作平行  $x$  轴的直线交抛物线于点  $A$ ， $B$  ( $A$  在  $Q$  的左边， $B$  在  $Q$  的右边)， $AQ = 4BQ$ ，求  $b$  的最小值；

(3) 在第(2)问的条件下，将直线  $AB$  向上平移与抛物线分别交于  $A_1$ 、 $B_1$ ，与  $y$  轴交于  $Q_1$ ，( $A_1$  在  $Q_1$  的左边， $B_1$  在  $Q_1$  的右边)，且  $A_1Q_1 = nB_1Q_1$ ，当点  $P$  关于直线  $AB$  的对称点在直线  $A_1B_1$  的上方时，求  $n$  的取值范围.

25. (本小题 12 分)

如图，在等腰直角三角形  $ABC$  中， $AB = AC = 4$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $D$ 、 $E$  分别是  $BC$ 、 $AC$  上一点，且

$$BD = \frac{\sqrt{2}}{2}CE.$$

(1) 如图 1，当  $\angle BAD = 30^\circ$  时，求  $CE$  的长度.

(2) 如图 2, 过点  $E$  作  $EF \perp BC$ , 交  $BC$  于点  $F$ , 作  $FG \perp AD$ , 交  $AB$  于点  $G$ , 求证:  $BG + CE = \frac{\sqrt{2}}{2}BC$ .

(3) 连接  $DE$ , 当  $DE$  的长度最小时, 求  $\triangle ADE$  的面积.

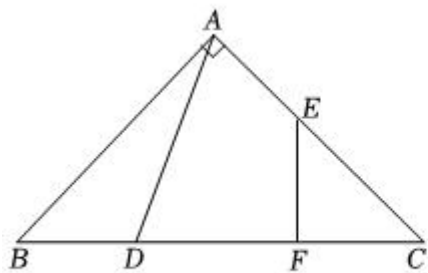


图1

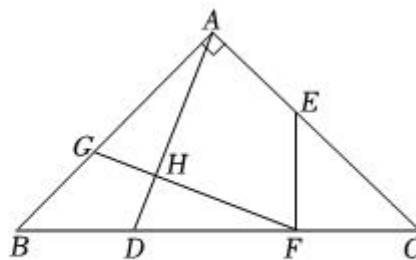


图2

## 答案和解析

1. 【答案】B

【解析】 【分析】

根据倒数的定义：乘积是1的两个数互为倒数.

本题主要考查倒数的定义，解决本题的关键是熟记乘积是1的两个数互为倒数.

【解答】

解：因为  $-2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$ .

所以  $-2$  的倒数是  $-\frac{1}{2}$ ,

故选：B.

2. 【答案】D

【解析】解：从正面看，底层是两个小正方形，上层的右边是一个小正方形，

故选：D.

根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

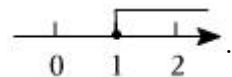
本题考查了简单组合体的三视图. 解题的关键是理解简单组合体的三视图的定义，明确从正面看得到的图形是主视图.

3. 【答案】B

【解析】解：  $x + 1 \geq 2$ ,

解得：  $x \geq 1$ ,

在数轴上表示，如图所示：



故选：B.

直接解一元一次不等式，再将解集在数轴上表示即可.

此题主要考查了解一元一次不等式，正确解不等式是解题关键.

4. 【答案】D

【解析】解：将该组数据按从小到大依次排列为6，7，9，10，12，

则这组数据的中位数是9.

故选：D.

根据中位数的定义直接求解即可.

本题中位数的意义, 中位数是将一组数据从小到大(或从大到小)重新排列后, 最中间的那个数(最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数.

5. 【答案】A

【解析】解:  $A. 2(a-1)$

$$= 2a - 2 \times 1$$

$$= 2a - 2,$$

则 A 符合题意;

$$B. (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

则 B 不符合题意;

$$C. 3a + 2a$$

$$= (3+2)a$$

$$= 5a,$$

则 C 不符合题意;

$$D. (ab)^2 = a^2b^2,$$

则 D 不符合题意;

故选: A.

根据去括号法则, 完全平方公式, 合并同类项法则, 积的乘方法则将各项计算后进行判断即可.

本题考查整式的运算, 其相关运算法则是基础且重要知识点, 必须熟练掌握.

6. 【答案】C

【解析】解: 画树状图为:



由树状图可得, 共有 4 种等可能的结果, 其中两位老师同坐 1 号车的结果数为 1,

$\therefore$  两位老师同坐 1 号车的概率是  $\frac{1}{4}$ ,

故选: C.

画出树状图, 求出总的结果数和两位老师同坐 1 号车的结果数, 利用概率公式计算即可求解.

本题考查了用列表法或树状图法求概率, 掌握列表法或树状图法是解题的关键.

7. 【答案】A

【解析】 【分析】

本题考查的是一次函数的性质，熟知一次函数的增减性是解答此题的关键.

先根据一次函数的增减性判断出  $k$  的符号，再由一次函数的图象与系数的关系即可得出结论.

【解答】

解：∵一次函数  $y = kx + b$  中， $y$  随  $x$  的增大而减小，

$$\therefore k < 0.$$

$$\therefore b < 0,$$

∴此函数的图象经过第二、三、四象限，不经过第一象限.

故选 A.

8. 【答案】C

【解析】解：由所给函数图象可知，

当  $-2 \leq x < 0$  或  $x \geq 1$  时，一次函数的图象不在反比例函数图象的下方，即  $y_1 \geq y_2$ ，

所以当  $y_1 \geq y_2$  时， $x$  的取值范围是：  $-2 \leq x < 0$  或  $x \geq 1$ .

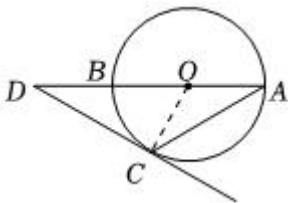
故选：C.

利用数形结合的数学思想即可解决问题.

本题考查反比例函数与一次函数的交点问题，巧用数形结合的数学思想是解题的关键.

9. 【答案】C

【解析】解：如图，连接  $OC$ ，



∵  $DC$  切  $\odot O$  于点  $C$ ，

$$\therefore OC \perp DC,$$

$$\therefore OD = 4, \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}OD = 2, \angle DOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle OCA = 30^\circ, CD = \sqrt{OD^2 - OC^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle D = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AC = CD = 2\sqrt{3},$$

故选：C.

连接  $OC$ ，证明  $OC \perp DC$ ，结合  $OD = 4$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，可得  $OC = 2$ ， $\angle COD = 60^\circ$ ， $CD = 2\sqrt{3}$ ， $\angle D = \angle A = 30^\circ$ ，据此可得答案.

本题考查的是切线的性质，含  $30^\circ$  的直角三角形的性质，勾股定理的应用，解题的关键是掌握相关知识的灵活运用.

#### 10. 【答案】D

【解析】解：①  $\because$  抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数， $a \neq 0$ ) 经过点  $(-1, -1)$ ， $(0, 1)$ ，

$$\therefore c = 1, a - b + c = -1,$$

$$\therefore a = b - 2,$$

$\therefore$  当  $x = -2$  时，与其对应的函数值  $y > 1$ .

$$\therefore 4a - 2b + 1 > 1,$$

$$\therefore 4(b - 2) - 2b + 1 > 1, \text{ 解得: } b > 4,$$

$$\therefore a = b - 2 > 0,$$

$\therefore abc > 0$ ，故①正确；

$$\text{②} \because a = b - 2, c = 1,$$

$$\therefore (b - 2)x^2 + bx + 1 - 3 = 0, \text{ 即 } (b - 2)x^2 + bx - 2 = 0,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4 \times (-2) \times (b - 2) = b^2 + 8b - 16 = (b + 4)^2 - 32,$$

$$\therefore b > 4,$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

$\therefore$  关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c - 3 = 0$  有两个不等的实数根，故②正确；

$$\text{③} \because a = b - 2, c = 1,$$

$$\therefore a + b + c = b - 2 + b + 1 = 2b - 1,$$

$$\therefore b > 4,$$

$$\therefore 2b - 1 > 7,$$

$$\therefore a + b + c > 7.$$

故③正确；

故选：D.

① 当  $x = 0$  时， $c = 1$ ，由点  $(-1, -1)$  得  $a = b - 2$ ，由  $x = -2$  时，与其对应的函数值  $y > 1$  可得  $b > 4$ ，进而得出  $abc > 0$ ；

②将  $a = b - 2$ ,  $c = 1$  代入方程, 根据根的判别式即可判断;

③将  $a = b - 2$ ,  $c = 1$  代入  $a + b + c$ , 求解后即可判断.

本题考查二次函数图象上点的特征, 一元二次方程根的判别式; 熟练掌握二次函数图象上点的特征, 逐一分析三条结论的正误是解题的关键.

11. 【答案】 2

【解析】解: 4 的算术平方根是 2,

故答案为: 2.

根据算术平方根的定义即可求得答案.

本题考查算术平方根, 熟练掌握其定义是解题的关键.

12. 【答案】  $5(x + y)(x - y)$

【解析】解: 原式  $= 5(x^2 - y^2) = 5(x + y)(x - y)$ ,

故答案为:  $5(x + y)(x - y)$ .

提公因式后再利用平方差公式即可.

本题考查提公因式法、公式法分解因式, 掌握平方差公式的结构特征是正确应用的前提.

13. 【答案】  $40^\circ$

【解析】解:  $\because$  弧  $AB$  所对的圆心角的度数  $80^\circ$ ,

$\therefore$  弧  $AB$  所对的圆周角  $= \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$ ,

故答案为:  $40^\circ$ .

由弧  $AB$  所对的圆心角的度数  $80^\circ$ , 根据圆周角定理即可求出弧  $AB$  所对的圆周角.

本题考查了圆周角定理, 熟练掌握一条弧所对的圆周角的度数是它所对的圆心角的度数的一半是解题的关键.

14. 【答案】 -3

【解析】 【分析】

本题考查了根与系数的关系: 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两根时,  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,

$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ , 也考查了一元二次方程的解.

先根据一元二次方程的解的定义得到  $m^2 + 2m - 1 = 0$ , 则  $m^2 + 2m = 1$ , 根据根与系数的关系得出  $m + n = -2$ , 再将其代入整理后的代数式计算即可.

【解答】

解:  $\because m$  是一元二次方程  $x^2 + 2x - 1 = 0$  的根,

$$\therefore m^2 + 2m - 1 = 0,$$

$$\therefore m^2 + 2m = 1,$$

$\therefore m$ 、 $n$  是一元二次方程  $x^2 + 2x - 1 = 0$  的两个实数根，

$$\therefore m + n = -2,$$

$$\therefore m^2 + 4m + 2n = m^2 + 2m + 2m + 2n = 1 + 2 \times (-2) = -3,$$

故答案为：-3.

### 15. 【答案】 216

【解析】解：在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中，

$$\tan \alpha = \frac{AO}{BO} = \frac{4}{3},$$

则令  $AO = 4m$ ， $BO = 3m$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = 5m.$$

令圆锥侧面展开扇形的圆心角度数为  $n$ ，

$$\text{则 } 2 \cdot \pi \cdot 3m = \frac{n \cdot \pi \cdot 5m}{180},$$

解得  $n = 216$ ，

所以圆锥侧面展开扇形的圆心角是  $216^\circ$ .

故答案为：216.

根据  $\alpha$  的正切，设出  $OA$  及  $OB$  的长，再根据圆锥底面圆的周长与侧面展开扇形的弧长相等即可解决问题.

本题主要考查了圆锥的计算及解直角三角形，熟知圆锥底面圆的周长与侧面展开扇形的弧长相等及正切的定义是解题的关键.

### 16. 【答案】 $\frac{\sqrt{65}}{15}$ 3

【解析】解：①  $\because MC = 3MB$ ， $BC = 16$ ，

$$\therefore BM = 4$$
， $MC = 12$ ，

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形，

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ$$
， $AB = CD = 6$ ，

$$\therefore \text{由勾股定理得：} AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = 2\sqrt{13}$$
， $DM = \sqrt{CD^2 + MC^2} = 6\sqrt{5}$ ，

$$\therefore \frac{MA}{MD} = \frac{2\sqrt{13}}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{65}}{15}$$
，

故答案为： $\frac{\sqrt{65}}{15}$ ；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/638126070133006120>