

# 山西省太原市小店区山西大学附属中学 2023-2024 学年高三暑假末结业考试物理试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知三棱锥  $P-ABC$  的四个顶点都在球  $O$  的球面上， $PA \perp$  平面  $ABC$ ， $\triangle ABC$  是边长为  $2\sqrt{3}$  的等边三角形，若球  $O$  的表面积为  $20\pi$ ，则直线  $PC$  与平面  $PAB$  所成角的正切值为( )

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{\sqrt{7}}{3}$                       C.  $\frac{3}{7}\sqrt{7}$                       D.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$

2.  $\frac{2+i}{1-i} = ( \quad )$

- A.  $\frac{1+3i}{2}$                       B.  $\frac{3+i}{2}$                       C.  $\frac{3-i}{2}$                       D.  $\frac{-1+3i}{2}$

3. 已知条件  $p: a = -1$ ，条件  $q: \text{直线 } x - ay + 1 = 0 \text{ 与直线 } x + a^2y - 1 = 0 \text{ 平行}$ ，则  $p$  是  $q$  的( )

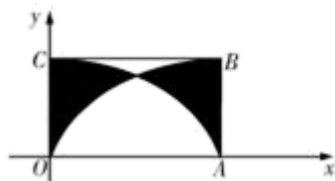
- A. 充要条件                      B. 必要不充分条件                      C. 充分不必要条件                      D. 既不充分也不必要条件

4. 已知  $x, y$  满足  $\begin{cases} y \geq x \\ x + y \leq 2 \\ x \geq a \end{cases}$ ，且  $z = 2x + y$  的最大值是最小值的 4 倍，则  $a$  的值是( )

- A. 4                      B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{2}{11}$                       D.  $\frac{1}{4}$

5. 如图，在矩形  $OABC$  中的曲线分别是  $y = \sin x$ ， $y = \cos x$  的一部分， $A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ， $C(0, 1)$ ，在矩形  $OABC$  内随机

取一点，若此点取自阴影部分的概率为  $P_1$ ，取自非阴影部分的概率为  $P_2$ ，则( )

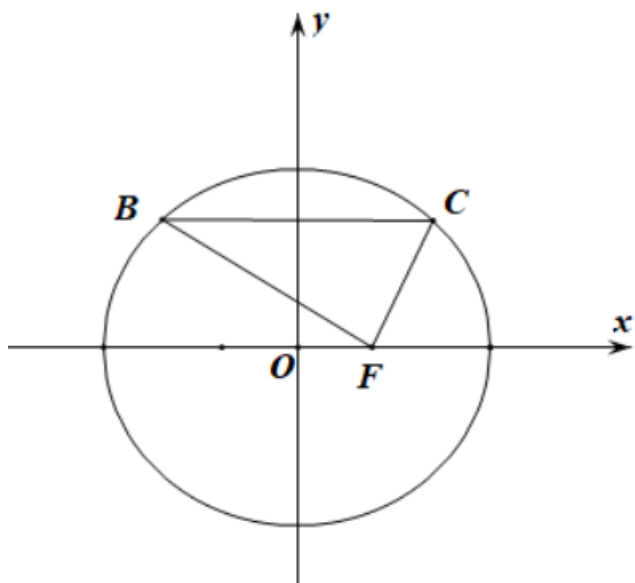


- A.  $P_1 < P_2$                       B.  $P_1 > P_2$                       C.  $P_1 = P_2$                       D. 大小关系不能确定

6. 设  $a = \log_{0.08} 0.04$ ， $b = \log_{0.3} 0.2$ ， $c = 0.3^{0.04}$ ，则  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小关系为( )

- A.  $c > b > a$                       B.  $a > b > c$                       C.  $b > c > a$                       D.  $b > a > c$

7. 如图所示，在平面直角坐标系  $xOy$  中， $F$  是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点，直线  $y = \frac{b}{2}$  与椭圆交于  $B, C$  两点，且  $\angle BFC = 90^\circ$ ，则该椭圆的离心率是（ ）



- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
8. 将函数  $y = 2\cos^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) - 1$  的图像向左平移  $m (m > 0)$  个单位长度后，得到的图像关于坐标原点对称，则  $m$  的最小值为（ ）

- A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\pi}{2}$       D.  $\pi$

9. 公比为 2 的等比数列  $\{a_n\}$  中存在两项  $a_m, a_n$ ，满足  $a_m a_n = 32a_1^2$ ，则  $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$  的最小值为（ ）

- A.  $\frac{9}{7}$       B.  $\frac{5}{3}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{13}{10}$

10. 已知  $f(x)$  是定义在  $R$  上的奇函数，满足  $f\left(-\frac{3}{2} + x\right) = f\left(\frac{3}{2} + x\right)$ ，当  $x \in \left(0, \frac{3}{2}\right)$  时， $f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$ ，

则函数  $f(x)$  在区间  $[0, 6]$  上的零点个数是（ ）

- A. 3      B. 5      C. 7      D. 9

11. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ ，对称轴与准线的交点为  $T$ ， $P$  为  $C$  上任意一点，若  $|PT| = 2|PF|$ ，则  $\angle PTF =$ （ ）

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $75^\circ$

12. 设  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$  均为非零的平面向量, 则“存在负数  $\lambda$ , 使得  $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ”的

A. 充要条件

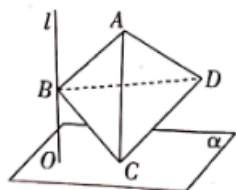
B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如图, 直线  $l \perp$  平面  $\alpha$ , 垂足为  $O$ , 三棱锥  $A-BCD$  的底面边长和侧棱长都为 4,  $C$  在平面  $\alpha$  内,  $B$  是直线  $l$  上的动点, 则点  $B$  到平面  $ACD$  的距离为\_\_\_\_\_, 点  $O$  到直线  $AD$  的距离的最大值为\_\_\_\_\_.



14.  $(x+1)^4$  的展开式中  $x^2$  的系数为\_\_\_\_\_.

15. 过  $M(-2, 0)$  且斜率为  $\frac{2}{3}$  的直线  $l$  交抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  于  $A, B$  两点,  $F$  为  $C$  的焦点若  $S_{\triangle MFB}$  的面积等于  $S_{\triangle MFA}$  的面积的 2 倍, 则  $p$  的值为\_\_\_\_\_.

16. 已知点  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  上一点, 过点  $P$  的一条直线与圆  $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$  相交于  $A, B$  两点, 若存

在点  $P$ , 使得  $|PA| \cdot |PB| = a^2 - b^2$ , 则椭圆的离心率取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

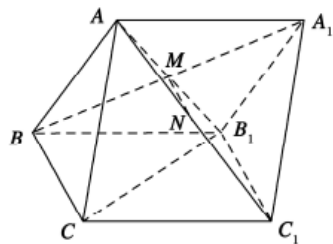
17. (12 分) 设函数  $f(x) = (a-x)e^x + bx - c \ln x$ .

(1) 若  $a = 3, c = 0$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 求  $b$  的取值范围;

(2) 若  $a = 2, b = 4, c = 4$ , 求证: 当  $x > 1$  时,  $f(x) < 16 - 8 \ln 2$ .

18. (12 分) 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 四边形  $A_1B_1BA$  是菱形,  $AB = 4, \angle ABB_1 = 60^\circ, B_1C_1 = 3, BC \perp AB$ ,

点  $M, N$  分别是  $A_1B, AC_1$  的中点, 且  $MN \perp AB_1$ .



(1) 求证: 平面  $BCC_1B_1 \perp$  平面  $A_1B_1BA$ ;

(2) 求四棱锥  $A-BCC_1B_1$  的体积.

19. (12分) 已知  $A(-2,0)$ ,  $B(2,0)$ , 动点  $P$  满足直线  $PA$  与直线  $PB$  的斜率之积为  $-\frac{3}{4}$ , 设点  $P$  的轨迹为曲线  $C$ .

(1) 求曲线  $C$  的方程;

(2) 若过点  $F(1,0)$  的直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $M, N$  两点, 过点  $F$  且与直线  $l$  垂直的直线与  $x=4$  相交于点  $T$ , 求

$\frac{|TF|}{|MN|}$  的最小值及此时直线  $l$  的方程.

20. (12分) 某景点上山共有 999 级台阶, 寓意长长久久. 甲上台阶时, 可以一步走一个台阶, 也可以一步走两个台阶, 若甲每步上一个台阶的概率为  $\frac{1}{3}$ , 每步上两个台阶的概率为  $\frac{2}{3}$ . 为了简便描述问题, 我们约定, 甲从 0 级台阶开始向

上走, 一步走一个台阶记 1 分, 一步走两个台阶记 2 分, 记甲登上第  $n$  个台阶的概率为  $P_n$ , 其中  $n \in N^*$ , 且

$n \leq 998$ .

(1) 若甲走 3 步时所得分数为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望;

(2) 证明: 数列  $\{P_{n+1} - P_n\}$  是等比数列;

(3) 求甲在登山过程中, 恰好登上第 99 级台阶的概率.

21. (12分) 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标

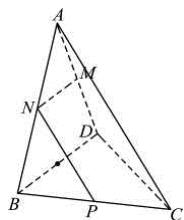
系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 2 \cos \theta$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程和曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设点  $P(\frac{1}{2}, 0)$ , 直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 求  $|PA| + |PB|$  的值.

22. (10分) 已知三棱锥  $A-BCD$  中侧面  $ABD$  与底面  $BCD$  都是边长为 2 的等边三角形, 且面  $ABD \perp$  面  $BCD$ ,

$M, N$  分别为线段  $AD, AB$  的中点.  $P$  为线段  $BC$  上的点, 且  $MN \perp NP$ .



(1) 证明:  $P$  为线段  $BC$  的中点;

(2) 求二面角  $A-NP-M$  的余弦值.

## 参考答案

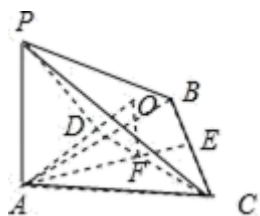
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

## 1、C

**【解析】**

设  $D$  为  $AB$  中点,先证明  $CD \perp$  平面  $PAB$ , 得出  $\angle CPD$  为所求角,利用勾股定理计算  $PA, PD, CD$ , 得出结论.

**【详解】**



设  $D, E$  分别是  $AB, BC$  的中点  $AE \parallel CD = F$

$$\because PA \perp \text{平面 } ABC \quad \therefore PA \perp CD$$

$\because \triangle ABC$  是等边三角形  $\therefore CD \perp AB$

$$\text{又 } PA \perp AB = A$$

\ CD ^ 平面 PAB \therefore \angle CPD 为 PC 与平面 PAB 所成的角

$\triangle ABC$  是边长为  $2\sqrt{3}$  的等边三角形

$\therefore CD = AE = 3$ ,  $AF = \frac{2}{3}AE = 2$  且  $F$  为  $\triangle ABC$  所在截面圆的圆心

Q 球  $O$  的表面积为  $20\pi$   $\therefore$  球  $O$  的半径  $OA = \sqrt{5}$

$$\therefore OF = \sqrt{OA^2 - AF^2} = 1$$
$$Q \quad PA \perp \text{平面 } ABC \quad \therefore PA = 2OF = 2$$
$$\therefore PD = \sqrt{PA^2 + AD^2} = \sqrt{7}$$
$$\therefore \tan \angle CPD = \frac{CD}{PD} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

本题正确选项: C

### 【点睛】

本题考查了棱锥与外接球的位置关系问题，关键是能够通过垂直关系得到直线与平面所求角，再利用球心位置来求解出线段长，属于中档题.



2、A

【解析】

直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案.

【详解】

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+3i+i^2}{2} = \frac{1+3i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

本题正确选项：A

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，是基础的计算题.

3、C

【解析】

先根据直线  $x-ay+1=0$  与直线  $x+a^2y-1=0$  平行确定  $a$  的值，进而即可确定结果.

【详解】

因为直线  $x-ay+1=0$  与直线  $x+a^2y-1=0$  平行，

所以  $a^2+a=0$ ，解得  $a=0$  或  $a=-1$ ；即  $q$ ：  $a=0$  或  $a=-1$ ；

所以由  $p$  能推出  $q$ ；  $q$  不能推出  $p$ ；

即  $p$  是  $q$  的充分不必要条件.

故选 C

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判定，熟记概念即可，属于基础题型.

4、D

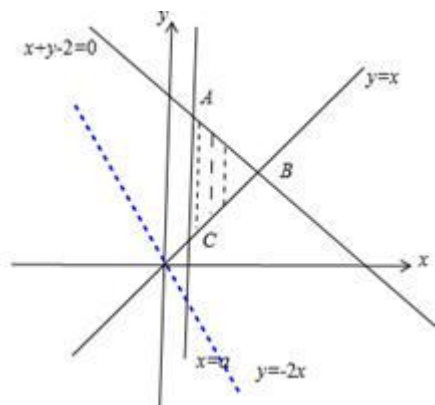
【解析】

试题分析：先画出可行域如图：由  $\begin{cases} y=x \\ x+y=2 \end{cases}$ ，得  $B(1,1)$ ，由  $\begin{cases} x=a \\ y=x \end{cases}$ ，得  $C(a,a)$ ，当直线  $z=2x+y$  过点  $B(1,1)$  时，

目标函数  $z=2x+y$  取得最大值，最大值为 3；当直线  $z=2x+y$  过点  $C(a,a)$  时，目标函数  $z=2x+y$  取得最小值，

最小值为  $3a$ ；由条件得  $3=4 \times 3a$ ，所以  $a=\frac{1}{4}$ ，故选 D.





考点：线性规划.

5、B

【解析】

先用定积分求得阴影部分一半的面积，再根据几何概型概率公式可求得.

【详解】

根据题意，阴影部分的面积的一半为： $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx = \sqrt{2} - 1$ ,

于是此点取自阴影部分的概率为  $P_1 = 2 \times \frac{\sqrt{2}-1}{2} = \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\pi} > \frac{4(1.4-1)}{3.2} = \frac{1}{2}$ .

又  $P_2 = 1 - P_1 < \frac{1}{2}$ , 故  $P_1 > P_2$ .

故选 B.

【点睛】

本题考查了几何概型，定积分的计算以及几何意义，属于中档题.

6、D

【解析】

因为  $a = \log_{0.08} 0.04 = 2 \log_{0.08} 0.2 = \log_{\sqrt{0.08}} 0.2 > \log_{\sqrt{0.08}} 1 = 0$ ,  $b = \log_{0.3} 0.2 > \log_{0.3} 1 = 0$ ,

所以  $\frac{1}{a} = \log_{0.2} \sqrt{0.08}$ ,  $\frac{1}{b} = \log_{0.2} 0.3$  且  $y = \log_{0.2} x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 且  $\sqrt{0.08} < 0.3$

所以  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 所以  $b > a$ ,

又因为  $a = \log_{\sqrt{0.08}} 0.2 > \log_{\sqrt{0.08}} \sqrt{0.08} = 1$ ,  $c = 0.3^{0.04} < 0.3^0 = 1$ , 所以  $a > c$ ,

所以  $b > a > c$ .

故选：D.

【点睛】

本题考查利用指数对数函数的单调性比较指数对数的大小，难度一般.除了可以直接利用单调性比较大小，还可以根据中间值“0,1”比较大小.

7、A

【解析】

联立直线方程与椭圆方程，解得  $B$  和  $C$  的坐标，然后利用向量垂直的坐标表示可得  $3c^2 = 2a^2$ ，由离心率定义可得结果.

【详解】

$$\text{由} \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = \frac{b}{2} \end{cases}, \text{得} \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ y = \frac{b}{2} \end{cases}, \text{所以} B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{b}{2}\right), C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{b}{2}\right).$$

$$\text{由题意知 } F(c, 0), \text{ 所以 } \overrightarrow{BF} = \left(c + \frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{b}{2}\right), \overrightarrow{CF} = \left(c - \frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{b}{2}\right).$$

因为  $\angle BFC = 90^\circ$ , 所以  $BF \perp CF$ , 所以

$$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{CF} = \left(c + \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)\left(c - \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) + \frac{b^2}{4} = c^2 - \frac{3}{4}a^2 + \frac{a^2 - c^2}{4} = \frac{3}{4}c^2 - \frac{1}{2}a^2 = 0.$$

$$\text{所以 } 3c^2 = 2a^2, \text{ 所以 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

故选: A.

【点睛】

本题考查了直线与椭圆的交点，考查了向量垂直的坐标表示，考查了椭圆的离心率公式，属于基础题.

8、B

【解析】

由余弦的二倍角公式化简函数为  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ，要想在括号内构造  $\frac{\pi}{2}$  变为正弦函数，至少需要向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度，即为答案.

【详解】

$$\text{由题可知, } y = 2\cos^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) - 1 = \cos\left[2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\right] = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \text{ 对其向左平移 } \frac{\pi}{4} \text{ 个单位长度后,}$$

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x, \text{ 其图像关于坐标原点对称}$$

故  $m$  的最小值为  $\frac{\pi}{4}$

故选: B

【点睛】

本题考查三角函数图象性质与平移变换, 还考查了余弦的二倍角公式逆运用, 属于简单题.

9、D

【解析】

根据已知条件和等比数列的通项公式, 求出  $m, n$  关系, 即可求解.

【详解】

$$a_m a_n = a_1^2 2^{m+n-2} = 32a_1^2, \therefore m+n=7,$$

$$\text{当 } m=1, n=6 \text{ 时, } \frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{5}{3}, \text{ 当 } m=2, n=5 \text{ 时, } \frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{13}{10},$$

$$\text{当 } m=3, n=4 \text{ 时, } \frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{4}{3}, \text{ 当 } m=4, n=3 \text{ 时, } \frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{19}{12},$$

$$\text{当 } m=5, n=2 \text{ 时, } \frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{11}{5}, \text{ 当 } m=6, n=1 \text{ 时, } \frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{25}{6},$$

$$\frac{1}{m} + \frac{4}{n} \text{ 最小值为 } \frac{13}{10}.$$

故选:D.

【点睛】

本题考查等比数列通项公式, 注意  $m, n$  为正整数, 如用基本不等式要注意能否取到等号, 属于基础题.

10、D

【解析】

根据  $f(x)$  是定义是  $R$  上的奇函数, 满足  $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$ , 可得函数  $f(x)$  的周期为 3, 再由奇函数的性质结

合已知可得  $f\left(-\frac{3}{2}\right)=f(-1)=f(0)=f(1)=f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ , 利用周期性可得函数  $f(x)$  在区间  $[0, 6]$  上的零点个数.

【详解】

$\because f(x)$  是定义是  $R$  上的奇函数, 满足  $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$ ,  $\therefore f\left(-\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2}\right)$ , 可得

$$f(x+3)=f(x),$$

函数  $f(x)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/638134071041007002>