

湖南省岳阳市岳阳县 2024 年高考数学必刷题卷

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

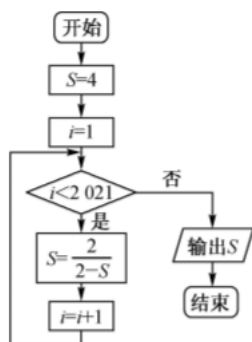
1. 命题 $P: \forall x \in (-1, 2], x^2 - 2x + a \geq 0 (a \in \mathbf{R})$ 的否定为

- A. $\exists x_0 \in (-1, 2], x_0^2 - 2x_0 + a \geq 0 (a \in \mathbf{R})$ B. $\forall x \in (-1, 2], x^2 - 2x + a < 0 (a \in \mathbf{R})$
C. $\exists x_0 \in (-1, 2], x_0^2 - 2x_0 + a < 0 (a \in \mathbf{R})$ D. $\forall x \notin (-1, 2], x^2 - 2x + a < 0 (a \in \mathbf{R})$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 的中点, $AM = 1$, 点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PM}$, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC})$ 等于 ()

- A. $\frac{4}{9}$ B. $-\frac{4}{9}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$

3. 若执行如图所示的程序框图, 则输出 S 的值是 ()

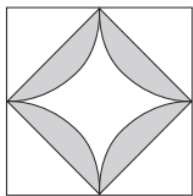


- A. -1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 4

4. 设 $y = f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 单调递增, $a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_2 0.3$, 则 ()

- A. $f(a+b) > f(ab) > f(0)$ B. $f(a+b) > f(0) > f(ab)$
C. $f(ab) > f(a+b) > f(0)$ D. $f(ab) > f(0) > f(a+b)$

5. 蒙特卡洛算法是以概率和统计的理论、方法为基础的一种计算方法, 将所求解的问题同一定的概率模型相联系, 用均匀投点实现统计模拟和抽样, 以获得问题的近似解, 故又称统计模拟法或统计实验法. 现向一边长为 $2a$ 的正方形模型内均匀投点, 落入阴影部分的概率为 P , 则圆周率 $\pi \approx$ ()



A. $4p+2$

B. $4p+1$

C. $6-4p$

D. $4p+3$

6. 一只蚂蚁在边长为4的正三角形区域内随机爬行,则在离三个顶点距离都大于2的区域内的概率为()

A. $1-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

D. $\frac{1}{4}$

7. 一小商贩准备用50元钱在一批发市场购买甲、乙两种小商品,甲每件进价4元,乙每件进价7元,甲商品每卖出去1件可赚1元,乙商品每卖出去1件可赚1.8元.该商贩若想获取最大收益,则购买甲、乙两种商品的件数应分别为()

A. 甲7件,乙3件 B. 甲9件,乙2件 C. 甲4件,乙5件 D. 甲2件,乙6件

8. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点,过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的切线,与双曲线的左、右两支分别交于点 P, Q ,若 $|QF_2| = |PQ|$,则双曲线渐近线的斜率为()

A. ± 1

B. $\pm(\sqrt{3}-1)$

C. $\pm(\sqrt{3}+1)$

D. $\pm\sqrt{5}$

9. 设 $a, b \in (1, +\infty)$,则“ $a > b$ ”是“ $\log_a b < 1$ ”的()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 若函数 $f(x) = (x^2 - mx + 2)e^x$ ($e = 2.71828...$ 为自然对数的底数)在区间 $[1, 2]$ 上不是单调函数,则实数 m 的取值范围是()

A. $\left[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right]$

B. $\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right)$

C. $\left[2, \frac{10}{3}\right]$

D. $\left(2, \frac{10}{3}\right)$

11. 定义: $N\{f(x) \otimes g(x)\}$ 表示不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集中的整数解之和.若 $f(x) = |\log_2 x|$, $g(x) = a(x-1)^2 + 2$,

$N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$,则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty, -1]$

B. $(\log_2 3 - 2, 0)$

C. $(2 - \log_2 6, 0]$

D. $(\frac{\log_2 3 - 2}{4}, 0]$

12. 若函数 $f(x) = e^x$ 的图象上两点 M, N 关于直线 $y = x$ 的对称点在 $g(x) = ax - 2$ 的图象上,则 a 的取值范围是()

- A. $\left(-\infty, \frac{e}{2}\right)$ B. $(-\infty, e)$ C. $\left(0, \frac{e}{2}\right)$ D. $(0, e)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 60° ，在其内部取点 A ，在半平面 α, β 内分别取点 B, C 。若点 A 到棱 l 的距离为 1，则 $\triangle ABC$ 的周长的最小值为_____。

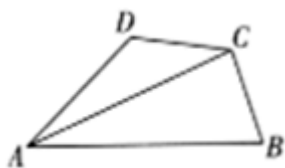
14. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x \geq 1 \\ x+y \leq 4 \\ ax+by+c \leq 0 \end{cases}$ 且目标函数 $z=2x+y$ 的最大值为 7，最小值为 1，则 $\frac{a+b+c}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 有 2 名老师和 3 名同学，将他们随机地排成一行，用 ξ 表示两名老师之间的学生人数，则 $\xi=1$ 对应的排法有_____种； $E(\xi) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

16. 已知函数 $f(x) = ax + 3 + |2x^2 + (4-a)x - 1|$ 的最小值为 2，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

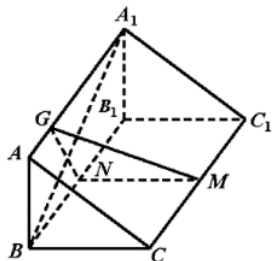
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle D = 2\angle B$ ， $AD = 2DC = 4$ ， $\sin \angle B = \frac{3}{4}$ 。



- (1) 求 AC 的长；
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6，求 $\sin \angle CAB \cdot \sin \angle ACB$ 的值。

18. (12 分) 如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面 ABC 为等腰直角三角形， $AB \perp BC$ ， $AA_1 = 2AB = 4$ ， M, N 分别为 CC_1, BB_1 的中点， G 为棱 AA_1 上一点，若 $A_1B \perp$ 平面 MNG 。



- (1) 求线段 AG 的长；
(2) 求二面角 $B-MG-N$ 的余弦值。

19. (12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数， $0 \leq \alpha < 2\pi$)。以坐标原点

O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \in \mathbf{R})$, 曲线 C 与直线 l 其中的一个交点为 A , 且点 A 极径 $\rho_0 \neq 0$, 极角 $0 \leq \theta_\rho < \frac{\pi}{2}$

(1) 求曲线 C 的极坐标方程与点 A 的极坐标;

(2) 已知直线 m 的直角坐标方程为 $x - \sqrt{3}y = 0$, 直线 m 与曲线 C 相交于点 B (异于原点 O), 求 $\triangle AOB$ 的面积.

20. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\sqrt{3}a \sin C = c \cos A$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 若 $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, $b + c = 2 + 2\sqrt{3}$, 求 a 的值.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = -x^2 + a - \frac{1}{4x} (a \in \mathbf{R})$, $g(x) = \frac{\ln x}{x}$.

(1) 当 a 为何值时, x 轴为曲线 $y = f(x)$ 的切线;

(2) 用 $\max\{m, n\}$ 表示 m 、 n 中的最大值, 设函数 $h(x) = \max\{xf(x), xg(x)\} (x > 0)$, 当 $0 < a < 3$ 时, 讨论 $h(x)$ 零点的个数.

22. (10 分) 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 1)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆 E 上两动点 P, Q 使得四边形 PF_1QF_2 为平行四边形, 且平行四边形 PF_1QF_2 的周长和最大面积分别为 8 和 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 设直线 PF_2 与椭圆 E 的另一交点为 M , 当点 F_1 在以线段 PM 为直径的圆上时, 求直线 PF_2 的方程.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

命题 P 为全称命题, 它的否定为特称命题, 将全称量词改为存在量词, 并将结论否定, 可知命题 P 的否定为

$\exists x_0 \in (-1, 2], x_0^2 - 2x_0 + a < 0 (a \in \mathbf{R})$, 故选 C.

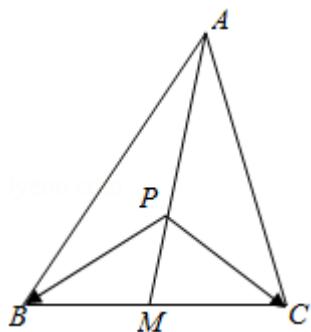
2、B

【解析】

由 M 是 BC 的中点，知 AM 是 BC 边上的中线，又由点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PM}$ 可得 P 是三角形 ABC 的重心，根据重心的性质，即可求解。

【详解】

解：∵ M 是 BC 的中点，知 AM 是 BC 边上的中线，



又由点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PM}$

∴ P 是三角形 ABC 的重心

$$\begin{aligned} \therefore \overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) \\ = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{AP} = -|\overrightarrow{PA}|^2 \end{aligned}$$

又∵ $AM = 1$

$$\begin{aligned} \therefore |\overrightarrow{PA}| &= \frac{2}{3} \\ \therefore \overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) &= -\frac{4}{9} \end{aligned}$$

故选 B 。

【点睛】

判断 P 点是否是三角形的重心有如下几种办法：①定义：三条中线的交点。②性质： $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$ 或

$\overrightarrow{AP}^2 + \overrightarrow{BP}^2 + \overrightarrow{CP}^2$ 取得最小值③坐标法： P 点坐标是三个顶点坐标的平均数。

3、D

【解析】

模拟程序运行，观察变量值的变化，得出 S 的变化以 4 为周期出现，由此可得结论。

【详解】

$S = 4, i = 1; S = -1, i = 2; S = \frac{2}{3}, i = 3; S = \frac{3}{2}, i = 4; S = 4, i = 5$ ；如此循环下去，当 $i = 2020$ 时，

$S = \frac{3}{2}; S = 4, i = 2021$, 此时不满足 $i < 2021$, 循环结束, 输出 S 的值是 4.

故选: D.

【点睛】

本题考查程序框图, 考查循环结构. 解题时模拟程序运行, 观察变量值的变化, 确定程序功能, 可得结论.

4、C

【解析】

根据偶函数的性质, 比较 $|a+b|, |ab|$ 即可.

【详解】

$$\text{解: } |a+b| = |\log_{0.2} 0.3 + \log_2 0.3| = \left| \frac{\lg 0.3}{\lg 0.2} + \frac{\lg 0.3}{\lg 2} \right|$$

$$= \left| \frac{\lg 0.3 \times \lg \frac{5}{2}}{-\lg 5 \times \lg 2} \right| = -\frac{\lg 0.3 \times \lg \frac{5}{2}}{\lg 5 \times \lg 2}$$

$$|ab| = |\log_{0.2} 0.3 \times \log_2 0.3| = \left| \frac{\lg 0.3}{\lg 0.2} \times \frac{\lg 0.3}{\lg 2} \right|$$

$$= \left| \frac{-\lg 0.3 \times \lg 0.3}{\lg 5 \times \lg 2} \right| = \frac{\lg 0.3 \times \lg 0.3}{\lg 5 \times \lg 2}$$

$$= \frac{-\lg 0.3 \times (-\lg 0.3)}{\lg 5 \times \lg 2}$$

$$= -\frac{\lg 0.3 \times \lg \frac{10}{3}}{\lg 5 \times \lg 2}$$

显然 $\lg \frac{5}{2} < \lg \frac{10}{3}$, 所以 $|a+b| < |ab|$

$y = f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 单调递增,

所以 $f(ab) > f(a+b) > f(0)$

故选: C

【点睛】

本题考查对数的运算及偶函数的性质, 是基础题.

5、A

【解析】

计算出黑色部分的面积与总面积的比, 即可得解.

【详解】

$$\text{由 } p = \frac{S_{\text{阴}}}{S_{\text{正}}} = \frac{\pi a^2 - 2a^2}{4a^2} = \frac{\pi - 2}{4}, \therefore \pi = 4p + 2.$$

故选：A

【点睛】

本题考查了面积型几何概型的概率的计算，属于基础题.

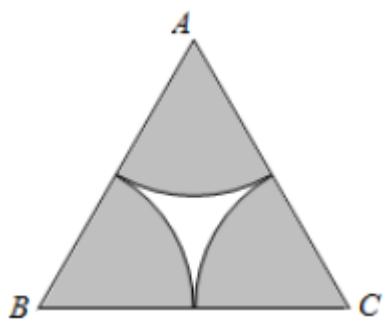
6、A

【解析】

求出满足条件的正 $\triangle ABC$ 的面积，再求出满足条件的正 $\triangle ABC$ 内的点到顶点 A 、 B 、 C 的距离均不小于 2 的图形的面积，然后代入几何概型的概率公式即可得到答案.

【详解】

满足条件的正 $\triangle ABC$ 如下图所示：



其中正 $\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$,

满足到正 $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 的距离均不小于 2 的图形平面区域如图中阴影部分所示，

阴影部分区域的面积为 $S = \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 = 2\pi$.

则使取到的点到三个顶点 A 、 B 、 C 的距离都大于 2 的概率是 $P = 1 - \frac{2\pi}{4\sqrt{3}} = 1 - \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查几何概型概率公式、三角形的面积公式、扇形的面积公式的应用，考查计算能力，属于中等题.

7、D

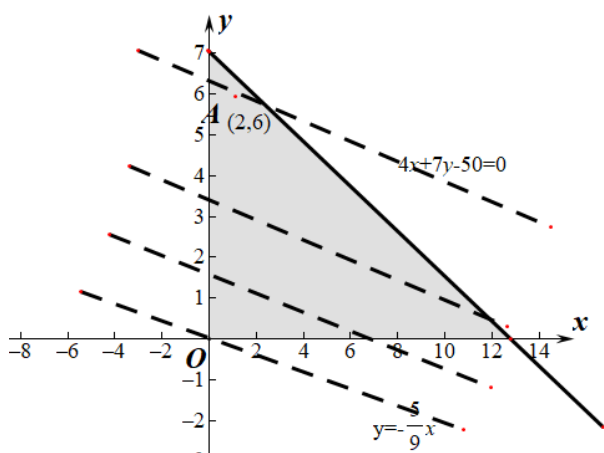
【解析】

由题意列出约束条件和目标函数，数形结合即可解决.

【详解】

设购买甲、乙两种商品的件数应分别 x ， y 利润为 z 元，由题意 $\begin{cases} 4x+7y \leq 50, \\ x, y \in N^*, \end{cases} z = x + 1.8y$,

画出可行域如图所示，



显然当 $y = -\frac{5}{9}x + \frac{5}{9}z$ 经过 $A(2,6)$ 时， z 最大。

故选：D.

【点睛】

本题考查线性目标函数的线性规划问题，解决此类问题要注意判断 x ， y 是否是整数，是否是非负数，并准确的画出可行域，本题是一道基础题。

8、C

【解析】

如图所示：切点为 M ，连接 OM ，作 $PN \perp x$ 轴于 N ，计算 $|PF_1| = 2a$ ， $|PF_2| = 4a$ ， $|PN| = \frac{2a^2}{c}$ ， $|F_1N| = \frac{2ab}{c}$ ，

根据勾股定理计算得到答案。

【详解】

如图所示：切点为 M ，连接 OM ，作 $PN \perp x$ 轴于 N ，

$|QF_1| - |QF_2| = |QP| + |PF_1| - |QF_2| = |PF_1| = 2a$ ，故 $|PF_2| = 4a$ ，

在 $Rt\triangle MOF_1$ 中， $\sin \angle MF_1O = \frac{a}{c}$ ，故 $\cos \angle MF_1O = \frac{b}{c}$ ，故 $|PN| = \frac{2a^2}{c}$ ， $|F_1N| = \frac{2ab}{c}$ ，

根据勾股定理： $16a^2 = \frac{4a^4}{c^2} + \left(2c - \frac{2ab}{c}\right)^2$ ，解得 $\frac{b}{a} = \sqrt{3} + 1$ 。

故选：C.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/645022004043011200>