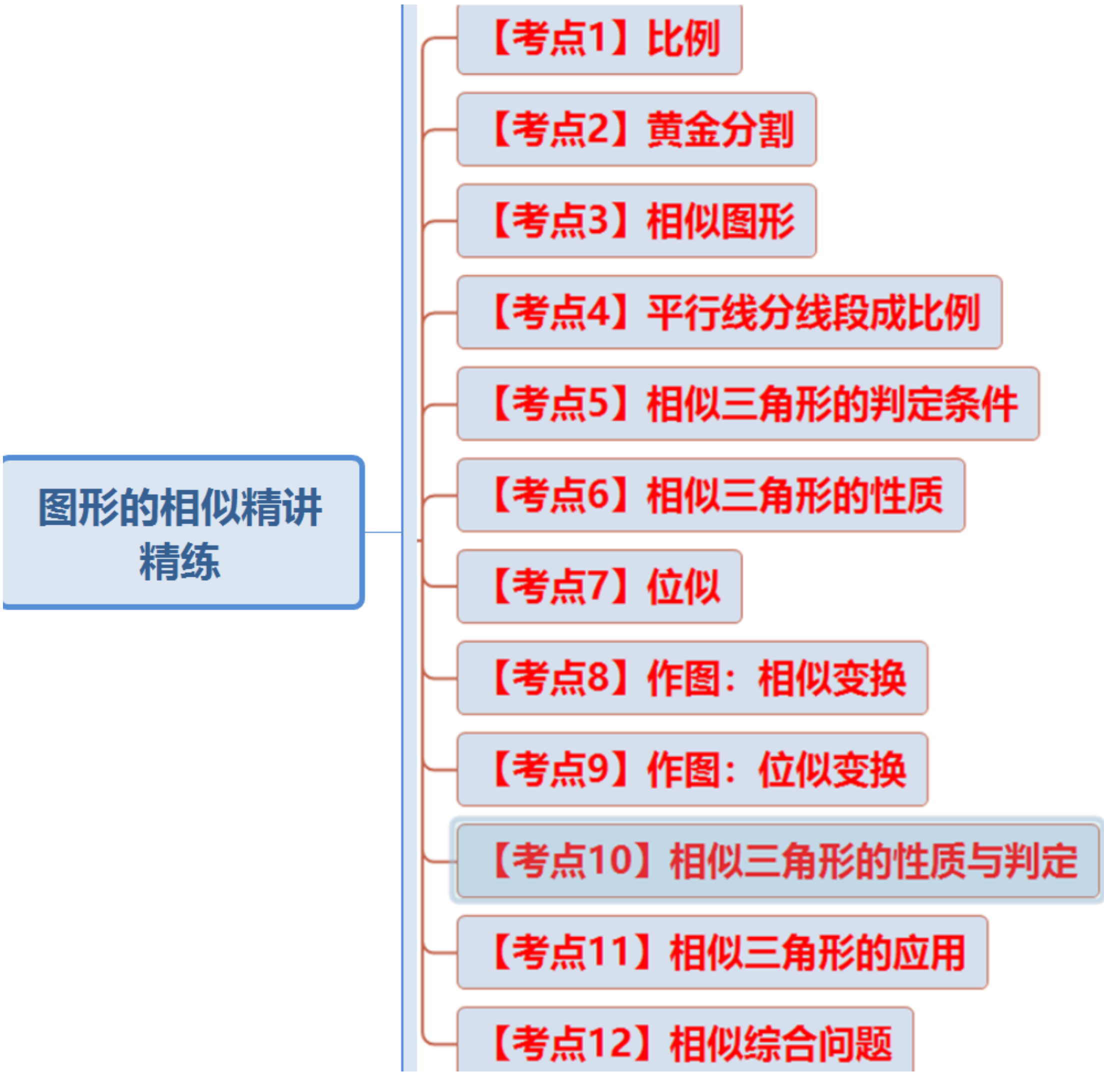
2025-2025 学年九班级数学上学期复习备考高分秘籍【苏科版】

专题 1.8 图形的相像精讲精练

【目标导航】



【学问梳理】

1. 比例的性质

（1）比例的基本性质：组成比例的四个数，叫做比例的项．两端的两项叫做比例的外项，中间的两项叫做比例的内项．

（2）常用的性质有：

①内项之积等于外项之积．若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则 ad=bc．

②合比性质．若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$．

③分比性质．若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,则$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

④合分比性质．若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,则$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$.

⑤等比性质．若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}$（b+d+⋯+n≠0），则$\frac{a+c+\cdots\cdots+m}{b+d+\cdots\cdots+n}=\frac{m}{n}$.

2.比例线段

（1）对于四条线段 a、b、c、d，假如其中两条线段的比（即它们的长度比）与另两条线段的比相等，如　ab=cd（即 ad=bc），我们就说这四条线段是成比例线段，简称比例线段．

（2）判定四条线段是否成比例，只要把四条线段按大小挨次排列好，推断前两条线段之比与后两条线段之比是否相等即可，求线段之比时，要先统一线段的长度单位，最终的结果与所选取的单位无关系．

3.平行线分线段成比例

（1）定理 1：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例．

推论：平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例．

（2）推论 1：假如一条直线截三角形的两边（或两边的延长线）所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边．

（3）推论 2：平行于三角形的一边，并且和其他两边（或两边的延长线）相交的直线，所截得的三角形的三边与原三角形的三边对应成比例．

4.相像图形

（1）相像图形

我们把外形相同的图形称为相像图形．

（2）相像图形在现实生活中应用格外广泛，对于相像图形，应留意：

①相像图形的外形必需完全相同；

②相像图形的大小不肯定相同；

③两个物体外形相同、大小相同时它们是全等的，全等是相像的一种特殊状况．

（3）相像三角形

对应角相等，对应边成比例的三角形，叫做相像三角形．

5.相像多边形的性质

（1）假如两个多边形的对应角相等，对应边的比相等，则这两个多边形是相像多边形．

（2）相像多边形对应边的比叫做相像比．

（3）全等多边形的相像比为 1 或相像比为 1 的相像多边形是全等形．

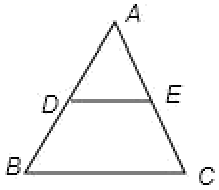
（4）相像多边形的性质为：

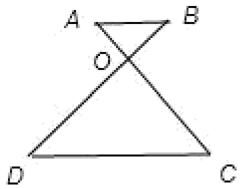
①对应角相等；

②对应边的比相等．

6. 相像三角形的判定

（1）平行线法：平行于三角形的一边的直线与其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相像；

这是判定三角形相像的一种基本方法．相像的基本图形可分别记为“A”型和“X”型，如图所示在应用时要擅长从简单的图形中抽象出这些基本图形．



（2）三边法：三组对应边的比相等的两个三角形相像；

（3）两边及其夹角法：两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相像；

（4）两角法：有两组角对应相等的两个三角形相像．

7.相像三角形的判定与性质

（1）相像三角形相像多边形的特殊情形，它沿袭相像多边形的定义，从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义；反过来，两个三角形相像也有对应角相等，对应边的比相等．

（2）三角形相像的判定始终是中考考查的热点之一，在判定两个三角形相像时，应留意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，查找相像三角形的一般方法是通过作平行线构造相像三角形；或依据基本图形对图形进行分解、组合；或作帮助线构造相像三角形，判定三角形相像的方法有事可单独使用，有时需要综合运用，无论是单独使用还是综合运用，都要具备应有的条件方可．

8.相像三角形的应用

（1）利用影长测量物体的高度．①测量原理：测量不能到达顶部的物体的高度，通常利用相像三角形的性质即相像三角形的对应边的比相等和“在同一时刻物高与影长的比相等”的原理解决．②测量方法:在同一时刻测量出参照物和被测量物体的影长来，再计算出被测量物的长度．

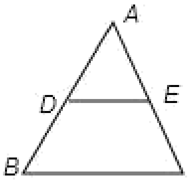
（2）利用相像测量河的宽度（测量距离）．①测量原理：测量不能直接到达的两点间的距离，经常构造“A”型或“X”型相像图，三点应在一条直线上．必需保证在一条直线上，为了使问题简便，尽量构造直角三角形．②测量方法:通过测量便于测量的线段，利用三角形相像，对应边成比例可求出河的宽度．

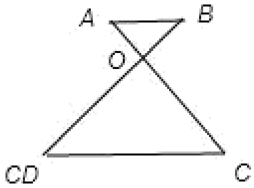
（3）借助标杆或直尺测量物体的高度．利用杆或直尺测量物体的高度就是利用杆或直尺的高（长）作为三角形的边，利用视点和盲区的学问构建相像三角形，用相像三角形对应边的比相等的性质求物体的高度．

9.作图—相像变换

（1）两个图形相像，其中一个图形可以看作由另一个图形放大或缩小得到.

（2）相像图形的作图在没有明确规定的状况下，我们可以利用相像的基本图形“A”型和“X”型进行简洁的相像变换作图．如图所示：





（3）假如题目有条件限制，可依据相像三角形的判定条件作为作图的依据．比较简洁的是把原三角形的三边对应的缩小或放大肯定的比例即可得到对应的相像图形.

10.相像三角形的性质

相像三角形的定义：假如两个三角形的对应边的比相等，对应角相等，那么这两个三角形相像.

（1）相像三角形的对应角相等，对应边的比相等.

（2）相像三角形（多边形）的周长的比等于相像比；

相像三角形的对应线段（对应中线、对应角平分线、对应边上的高）的比也等于相像比.

（3）相像三角形的面积的比等于相像比的平方.

由三角形的面积公式和相像三角形对应线段的比等于相像比可以推出相像三角形面积的比等于相像比的平方.

11.位似变换

（1）位似图形的定义：

假如两个图形不仅是相像图形，而且对应顶点的连线相交于一点，对应边相互平行，那么这样的两个图形叫做位似图形，这个点叫做位似中心.

留意：①两个图形必需是相像形；

②对应点的连线都经过同一点；

③对应边平行.

（2）位似图形与坐标

在平面直角坐标系中，假如位似变换是以原点为位似中心，相像比为 k，那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或-k.

12.作图-位似变换

（1）画位似图形的一般步骤为：

①确定位似中心；②分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点；③依据位似比，确定能代表所作的位似图形的关键点；④顺次连接上述各点，得到放大或缩小的图形.

借助橡皮筋、方格纸、格点图等简易工具可将图形放大或缩小，借助计算机也很好地将一个图形放大或缩小.

（2）留意：①画一个图形的位似图形时，位似中心的选择是任意的，这个点可以在图形的内部或外部或在图形上，对于具体问题要考虑画图便利且符合要求．②由于位似中心选择的任意性，因此作已知图形的位似图形的结果是不唯一的．

【典例剖析】

【考点 1】比例

【例 1】（2025 秋•邗江区月考）若$\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$，则下列式子正确的是（　　）

A．$\frac{x+y}{y}=7$　　B．$\frac{x+3}{y+4}=\frac{3}{4}$　　C．$\frac{y}{x-y}=4$　　D．$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$

【分析】依据比例的性质，进行计算逐一推断即可解答．

【解答】解：*A*、$\because\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$，

$\therefore\frac{x+y}{y}=\frac{x}{y}+1=\frac{7}{4}$，

故 *A* 不符合题意；

B、$\because\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$，

$\therefore\frac{x+3}{y+4}\neq\frac{3}{4}$，

故 *B* 不符合题意；

C、$\because\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$，

$\therefore\frac{x-y}{y}=\frac{x}{y}-1=-\frac{1}{4}$

$\therefore\frac{y}{x-y}=-4$，

故 *C* 不符合题意；

D、$\because\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$，

$\therefore\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$，

故 *D* 符合题意；

故选：*D*．

【变式 1.1】（2025 秋•崇川区校级月考）已知$\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$，则$\frac{a+b}{b-a}$的值为（　　）

A．2　　B．$\frac{5}{2}$　　C．4　　D．$\frac{4}{5}$

【分析】利用设 *k* 法，进行计算即可解答．

【解答】解：$\because \frac{a}{b}=\frac{3}{5}$，

∴设 $a=3k$，$b=5k$，

$\therefore \frac{a+b}{b-a}=\frac{3k+5k}{5k-3k}=\frac{8k}{2k}=4$，

故选：*C*.

【变式 1.2】（2025 秋•高邮市期中）已知三条线段长分别是 3，4，12，若再添加一条新线段，使这四条线段能成比例，则这条新线段长不行能是（　　）

A．1　　B．9　　C．20　　D．16

【分析】依据比例线段的概念：假如其中两条线段的乘积等于另外两条线段的乘积，则四条线段叫成比例线段.

【解答】解：*A*、∵$1\times12=3\times4$，∴这四条线段能成比例，故本选项不符合题意；

B、∵$3\times12=9\times4$，∴这四条线段能成比例，故本选项不符合题意；

C、∵$4\times12\neq3\times20$，∴这四条线段不能成比例，故本选项符合题意；

D、∵$4\times12=3\times16$，∴这四条线段能成比例，故本选项不符合题意.

故选：*C*.

【变式 1.3】（2025 秋•相城区校级月考）已知 *A*、*B* 两地相距 10*km*，在地图上相距 10*cm*，则这张地图的比例尺为（　　）

A．10000：1　　B．1000：1　　C．1：100000　　D．1：1000

【分析】依据比例尺＝图上距离：实际距离，直接求出即可.

【解答】解：∵10*km*＝100000 厘米，

∴比例尺＝10：1000000＝1：100000；

故选：*C*.

【考点 2】黄金分割

【例 2】（2025 秋•常州期中）大自然巧夺天工，一片树叶也蕴含着“黄金分割”．如图，*P* 为 *AB* 的黄金分割点（*AP*＞*PB*），假如 *AB* 的长度为 8*cm*，那么 *AP* 的长度是（　　）

A．$(12-4\sqrt{5})$cm　　B．$(4\sqrt{5}+4)$cm　　C．$(9-4\sqrt{5})$cm　　D．$(4\sqrt{5}-4)$cm

【分析】利用黄金分割的定义，进行计算即可解答.

【解答】解：∵P 为 AB 的黄金分割点（$AP>PB$），$AB=8cm$，

∴$AP=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 8=(4\sqrt{5}-4)cm$，

故选：D．

【变式 2.1】（2025 春•高新区校级期末）已知线段 $AB=2$，点 P 是线段 AB 的黄金分割点（$AP>BP$），则线段 AP 的长为（　　）

A．$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C．$3-\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{5}-1$

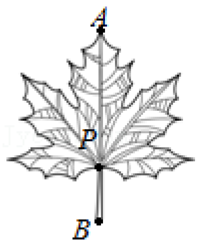
【分析】依据黄金比值为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$计算即可．

【解答】解：∵点 P 是线段 AB 的黄金分割点，$AP>BP$，

∴$AP=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 2=\sqrt{5}-1$，

故选：D．

【变式 2.2】（2025 秋•邗江区月考）P 是线段 AB 上一点（$AP>BP$），且满足$\frac{AP}{AB}=\frac{BP}{AP}$，则称点 P 是线段 AB 的黄金分割点．大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割点”．如图，一片树叶的叶脉 AB 长度为 $10cm$，P 为 AB 的黄金分割点（$AP>BP$），求叶柄 BP 的长度．设 $BP=xcm$，则符合题意的方程是（　　）



A．$(10-x)^2=10x$　　B．$x^2=10(10-x)$

C．$x(10-x)=10^2$　　D．$10(1-x)^2=10-x$

【分析】先利用黄金分割的定义即可得到 AP 是 AB 和 BP 的比例中项，再代入数据即可得到方程．

【解答】解：∵$AB=10cm$，$BP=xcm$，

∴$AP=(10-x)cm$，

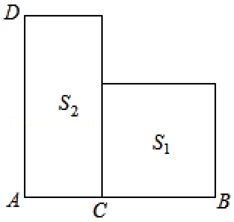
∵P 为 AB 的黄金分割点（$AP>PB$），

∴$AP^2=BP\times AB$，即 $(10-x)^2=10x$，

故选：A．

【变式 2.3】（2025 秋•宜兴市月考）如图，已知点 C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $BC>AC$．若 S_1 表示以 BC 为边的正方形的面积，S_2 表示长为 AD（$AD=AB$）、宽为 AC

的矩形的面积，则 S_1 与 S_2 的大小关系为（　　）



A．$S_1=S_2$　　　　B．$S_1>S_2$　　　　C．$S_1<S_2$　　　　D．无法确定

【分析】依据黄金分割的定义得到 $BC^2=AC\cdot AB$，再利用正方形和矩形的面积公式有 $S_1=BC^2$，$S_2=AC\cdot AB$，即可得到 $S_1=S_2$．

【解答】解：∵C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $BC>AC$，

∴$BC^2=AC\cdot AB$，

∵S_1 表示以 BC 为边的正方形面积，S_2 表示长为 AB、宽为 AC 的矩形面积，

∴$S_1=BC^2$，$S_2=AC\cdot AB$，

∴$S_1=S_2$．

故选：A．

【考点 3】相像图形

【例 3】（2025 秋•靖江市期中）下列图形中，不肯定是相像图形的是（　　）

A．两个等边三角形　　　　B．两个等腰直角三角形

C．两个长方形　　　　D．两个圆

【分析】利用相像图形的定义分别推断后即可确定正确的选项．

【解答】解：A、两个等边三角形肯定相像，不符合题意；

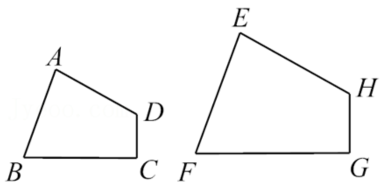
B、两个等腰直角三角形肯定相像，不符合题意；

C、两个长方形的对应角相等但对应边的比不肯定相等，故不肯定相像，符合题意；

D、两个圆肯定相像，不符合题意．

故选：C．

【变式 3.1】（2025 秋•溧水区期末）如图，四边形 $ABCD$∽四边形 $EFGH$，$\angle A=80^\circ$，$\angle C=90^\circ$，$\angle F=70^\circ$，则 $\angle H$ 等于（　　）



A．70°　　　　B．80°　　　　C．110°　　　　D．120°

【分析】利用相像多边形的对应角相等求得答案即可．

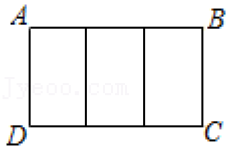
【解答】解：∵四边形 $ABCD$∽四边形 $EFGH$，$\angle A=80^\circ$，$\angle C=90^\circ$，$\angle F=70^\circ$，

∴$\angle E=\angle A=80^\circ$，$\angle G=\angle C=90^\circ$，

$\therefore \angle H=360^\circ-\angle E-\angle F-\angle G=360^\circ-80^\circ-70^\circ-90^\circ=120^\circ$，

故选：D．

【变式 3.2】（2020 秋•如皋市期末）如图，一块矩形 $ABCD$ 绸布的长 $AB=a$，宽 $AD=3$，依据图中的方式将它裁成相同的三面矩形彩旗，假如裁出的每面彩旗与矩形 $ABCD$ 绸布相像，则 a 的值等于（　　）



A．$3\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$3\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{3}$

【分析】由裁出的每面彩旗的宽与长的比与原绸布的宽与长的比相同，构建方程求解即可．

【解答】解：∵使裁出的每面彩旗的宽与长的比与原绸布的宽与长的比相同，

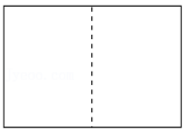
$\therefore \frac{3}{a}=\frac{\frac{1}{3}a}{3}$，

解得 $a=3\sqrt{3}$或 $-3\sqrt{3}$（舍弃），

$\therefore a=3\sqrt{3}$，

故选：C．

【变式 3.3】（2025 春•吴江区期末）如图，将一张矩形纸片沿两长边中点所在的直线对折，假如得到的两个矩形都与原矩形相像，则原矩形长与宽的比是（　　）



A．2：1　　B．1：2　　C．3：2　　D．$\sqrt{2}$：1

【分析】表示出对折后的矩形的长和宽，再依据相像矩形对应边成比例列出比例式，然后求解．

【解答】解：设原来矩形的长为 x，宽为 y，

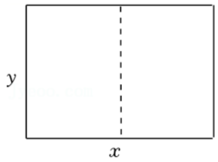
则对折后的矩形的长为 y，宽为$\frac{x}{2}$，

∵得到的两个矩形都和原矩形相像，

$\therefore x:y=y:\frac{x}{2}$，

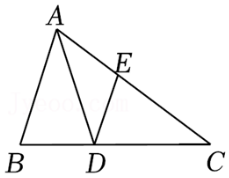
解得 $x:y=\sqrt{2}:1$．

故选：D．



【考点4】平行线分线段成比例

【例4】（2025秋•滨湖区校级期中）如图，已知AD为△ABC的角平分线，DE∥AB交AC于E，假如$\frac{AE}{EC}=\frac{3}{7}$，那么$\frac{AC}{AB}$等于（　　）



A. $\frac{3}{7}$　　B. $\frac{7}{3}$　　C. $\frac{10}{7}$　　D. $\frac{3}{4}$

【分析】由AD为△ABC的角平分线，DE∥AB，易得△ADE是等腰三角形，△CDE∽△CBA，又由$\frac{AE}{EC}=\frac{3}{5}$，依据相像三角形的对应边成比例，即可求得答案.

【解答】解：∵DE∥AB，

∴∠ADE=∠BAD，

∵AD为△ABC的角平分线，

∴∠BAD=∠EAD，

∴∠EAD=∠ADE，

∴$AE=DE$，

∵$\frac{AE}{EC}=\frac{3}{7}$，

∴$\frac{EC}{DE}=\frac{7}{3}$，

∵DE∥AB，

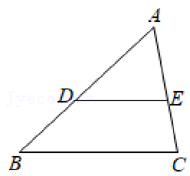
∴△CDE∽△CBA，

∴$\frac{DE}{AB}=\frac{EC}{AC}$，

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{EC}{DE}=\frac{7}{3}$.

故选：B.

【变式4.1】（2025秋•惠山区校级月考）如图，在△ABC中，DE∥BC，若AD：DB=3：2，AE=6cm，则AC的长为（　　）



A．$6cm$　　　B．$5cm$　　　C．$4cm$　　　D．$10cm$

【分析】依据平行线分线段成比例定理即可求出求解．

【解答】解：∵$DE\parallel BC$，

∴$\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB}$，

∵AD：$DB=3$：2，$AE=6cm$，

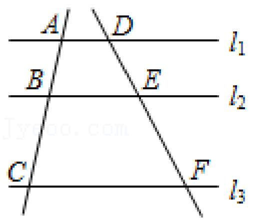
∴$\frac{6}{EC}=\frac{3}{2}$，

∴$EC=4cm$．

∴$AC=AE+CE=10$（cm），

故选：D．

【变式4.2】（2025秋•天宁区校级月考）如图，$l_1\parallel l_2\parallel l_3$，若$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$，$DF=15$，则$DE$等于（　　）



A．5　　　B．6　　　C．7　　　D．9

【分析】依据平行线分线段成比例定理，得到DE、EF的关系，依据$DF=15$，得到答案．

【解答】解：∵$l_1\parallel l_2\parallel l_3$，$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$，

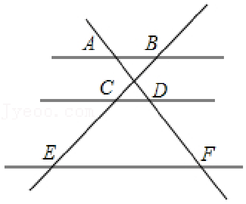
∴$\frac{DE}{EF}=\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$，

∴$\frac{DE}{15-DE}=\frac{2}{3}$，

∴$DE=6$，

故选：B．

【变式4.3】（2025秋•江阴市校级月考）如图，已知$AB\parallel CD\parallel EF$，那么下列结论正确的是（　　）



A．$\frac{CD}{CB}=\frac{AD}{DF}$　　B．$\frac{DF}{AD}=\frac{BC}{CE}$　　C．$\frac{AD}{AF}=\frac{BE}{BC}$　　D．$\frac{AD}{DF}=\frac{BC}{CE}$

【分析】依据平行线分线段成比例定理逐个推断即可．

【解答】解：*A*．∵$AB\parallel CD\parallel EF$，

∴$\frac{AD}{DF}=\frac{BC}{CE}\neq\frac{CD}{CB}$，故本选项不符合题意；

B．∵$AB\parallel CD\parallel EF$，

∴$\frac{DF}{AD}=\frac{CE}{BC}$，故本选项不符合题意；

C．∵$AB\parallel CD\parallel EF$，

∴$\frac{AD}{AF}=\frac{BC}{BE}$，故本选项不符合题意；

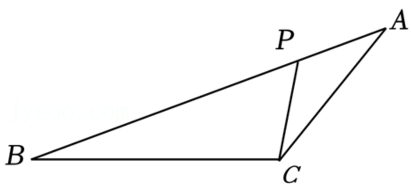
D．∵$AB\parallel CD\parallel EF$，

∴$\frac{AD}{DF}=\frac{BC}{CE}$，故本选项符合题意；

故选：*D*．

【考点 5】相像三角形的判定条件

【例 5】（2025 秋•海陵区校级期中）如图，在△*ABC* 中，*P* 为 *AB* 上一点，在下列四个条件中，不能判定△*APC* 和△*ACB* 相像的条件是（　　）



A．$\angle ACP=\angle B$　　B．$\angle APC=\angle ACB$

C．$AC^2=AP\cdot AB$　　D．$AC\cdot CP=AP\cdot CB$

【分析】依据三角形相像的判定方法逐一进行推断．

【解答】解：当$\angle ACP=\angle B$时，∵$\angle A=\angle A$，

∴$\triangle ACP\backsim\angle ABC$；

当$\angle APC=\angle ACB$时，∵$\angle A=\angle A$，

∴$\triangle ACP\backsim\angle ABC$；

当 $AC^2=AP\cdot AB$ 时，即$\frac{AC}{AP}=\frac{AB}{AC}$，

∵$A=\angle A$，

∴$\triangle ACP\backsim\angle ABC$；

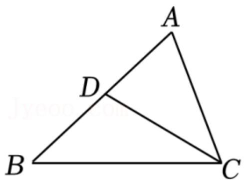
当$AB\bullet CP=AP\bullet CB$时，即$\frac{AB}{AP}=\frac{BC}{CP}$，

∵$A=\angle A$，

∴不能判定$\triangle APC$和$\triangle ACB$相像，

故选：D.

【变式5.1】（2025秋•锡山区期中）如图，不能说明$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$的一组条件是（　　）



A．$\angle B=\angle ACD$　　B．$\angle ADC=\angle ACB$　　C．$AC^2=AD\bullet AB$　　D．$\frac{AD}{AC}=\frac{DC}{BC}$

【分析】依据相像三角形的判定方法主要分析推断即可．

【解答】解：A、$\angle B=\angle ACD$，$\angle BAC=\angle CAD$，故$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$，故选项$A$不符合题意；

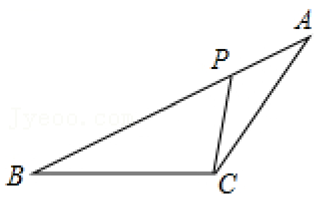
B、$\angle ADC=\angle ACB$，$\angle BAC=\angle CAD$，故$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$，故选项$B$不符合题意；

C、∵$AC^2=AD\bullet AB$，∴$\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}$，又∵$\angle BAC=\angle CAD$，故$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$，故选项$C$不符合题意；

D、∵依据两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相像，∴$\frac{AD}{AC}=\frac{DC}{BC}$不能推断$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$，故选项$D$符合题意．

故选：D.

【变式5.2】（2025秋•海陵区校级月考）如图，在$\triangle ABC$中，点P在边AB上，则在下列四个条件中：①$\angle ACP=\angle B$；②$\angle APC=\angle ACB$；③$AC^2=AP\bullet AB$；④$CP\bullet AB=AP\bullet CB$，能满足$\triangle APC$与$\triangle ABC$相像的条件是（　　）



A．①②④　　B．①③④　　C．②③④　　D．①②③

【分析】依据有两组角对应相等的两个三角形相像可对①②进行推断；依据两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相像可对③④进行推断．

【解答】解：当$\angle ACP=\angle B$，

∵ $\angle A=\angle A$，

∴$\triangle APC\backsim\triangle ACB$；

故①符合题意；

当$\angle APC=\angle ACB$，

∵ $\angle A=\angle A$，

∴$\triangle APC\backsim\triangle ACB$；

故②符合题意；

当 $AC^2=AP\bullet AB$，

即 AC：$AB=AP$：AC，

∵ $\angle A=\angle A$，

∴$\triangle APC\backsim\triangle ACB$；

故③符合题意；

当 $CP\bullet AB=AP\bullet CB$，即 PC：$BC=AP$：AB，

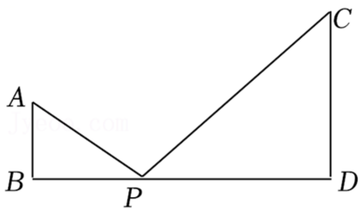
而$\angle PAC=\angle CAB$，

所以不能推断$\triangle APC$ 和$\triangle ACB$ 相像．

故④不符合题意；

故选：D．

【变式 5.3】（2025•宿豫区校级开学）已知 $AB=4$，$CD=9$，$BD=17$，$AB\perp BD$，$CD\perp BD$，在线段 BD 上有一点 P，使得$\triangle PAB$ 和$\triangle PCD$ 相像，则满足条件的点 P 的有（　　）个．



A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．很多

【分析】分两种状况争辩，由三角形的性质可列出等式，可求解．

【解答】解：设 $BP=x$，则 $PD=17-x$，

∵ $\angle B=\angle D=90°$，

∴当$\frac{AB}{CD}=\frac{BP}{PD}$或$\frac{AB}{PD}=\frac{BP}{CD}$时，$\triangle PAB$ 和$\triangle PCD$ 相像，

当$\frac{AB}{CD}=\frac{BP}{PD}$时，则$\frac{4}{9}=\frac{x}{17-x}$，解得：$x=\frac{68}{13}$，

当$\frac{AB}{PD}=\frac{BP}{CD}$时，则$\frac{4}{17-x}=\frac{x}{9}$，解得：$x=\frac{17\pm\sqrt{145}}{2}$，

∴BP 的值有三个，

故选：C.

【考点6】相像三角形的性质

【例6】（2025•连云港）$\triangle ABC$ 的三边长分别为2，3，4，另有一个与它相像的三角形 DEF，其最长边为12，则$\triangle DEF$ 的周长是（　　）

A．54　　B．36　　C．27　　D．21

【分析】（1）方法一：设2对应的边是 x，3对应的边是 y，依据相像三角形的对应边的比相等列等式，解出即可；

方式二：依据相像三角形的周长的比等于相像比，列出等式计算．

【解答】解：方法一：设2对应的边是 x，3对应的边是 y，

∵$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，

∴$\frac{2}{x}=\frac{3}{y}=\frac{4}{12}$，

∴$x=6$，$y=9$，

∴$\triangle DEF$ 的周长是27；

方式二：∵$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，

∴$\frac{C_{\triangle ABC}}{C_{\triangle DEF}}=\frac{4}{12}$，

∴$\frac{2+3+4}{C_{\triangle DEF}}=\frac{1}{3}$，

∴$C_{\triangle DEF}=27$；

故选：C.

【变式6.1】（2025•沈阳模拟）已知$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，$AD$ 和 $A'D'$是它们的对应角平分线，若 $AD=8$，$A'D'=12$，则$\triangle ABC$ 与$\triangle A'B'C'$的面积比是（　　）

A．2：3　　B．4：9　　C．3：2　　D．9；4

【分析】依据相像三角形的性质：对应角平分线的比等于相像比，面积的比等于相像比的平方求解即可．

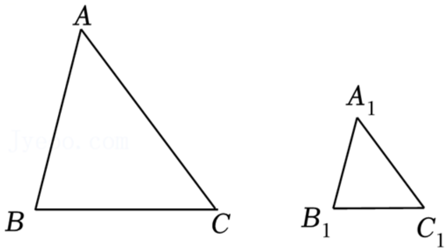
【解答】解：∵$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，$AD$ 和 $A'D'$是它们的对应角平分线，$AD=8$，$A'D'=12$，

∴两三角形的相像比为：8：12＝2：3，

则$\triangle ABC$ 与$\triangle A'B'C'$的面积比是：4：9．

故选：B.

【变式6.2】（2025秋•苏州期中）如图，$\triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$，若 $S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle A_1B_1C_1}$，$A_1B_1=4$，则 AB 的长度为（　　）



A．1　　　　　B．2　　　　　C．8　　　　　D．16

【分析】利用相像三角形的面积间的关系确定相像比，从而求得结论．

【解答】解：∵$\triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$，$S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle A_1B_1C_1}$，

∴面积比为4：1，

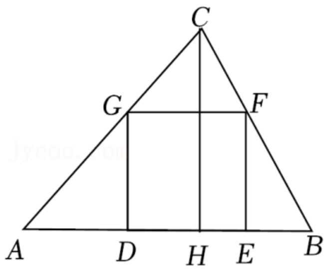
∴相像比为2：1，

∵$A_1B_1=4$，

∴$AB=2A_1B_1=8$，

故选：C．

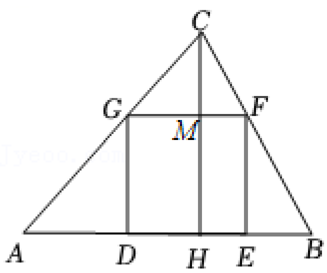
【变式6.3】（2025•泗阳县一模）如图，在△ABC中，$CH\perp AB$，$CH=h$，$AB=c$，若内接正方形DEFG的边长是x，则h、c、x的数量关系为（　　）



A．$x^2+h^2=c^2$　　　B．$\frac{1}{2}x+h=c$　　　C．$h^2=xc$　　　D．$\frac{1}{x}=\frac{1}{h}+\frac{1}{c}$

【分析】先依据正方形的性质得到GF∥DE，从而证明△CGF∽△CAB，依据相像三角形的性质可列出比例式，再通过证明四边形DHMG是矩形表示出CM的长度，即可求解．

【解答】解：如图，设CH与GF交于点M，



∵四边形DEFG是正方形，

∴GF∥DE，∠GDE=∠DGF=90°，

∴△CGF∽△CAB，

$\therefore \frac{GF}{AB}=\frac{CM}{CH}$,

∵ $CH \perp AB$,

∴ $\angle DHM=90°$ ，

∴四边形 $DHMG$ 是矩形，

∴ $DG=MH$，

∵ $CH=h$，$AB=c$，正方形 $DEFG$ 的边长是 x，

∴ $MH=x$，

∴ $CM=CH-MH=h-x$，

$\therefore \frac{x}{c}=\frac{h-x}{h}$,

$\therefore \frac{x}{c}=1-\frac{x}{h}$,

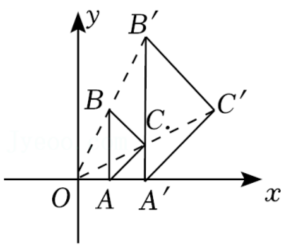
$\therefore \frac{1}{c}=\frac{1}{x}-\frac{1}{h}$,

$\therefore \frac{1}{x}=\frac{1}{h}+\frac{1}{c}$,

故选：D.

【考点 7】位似

【例 7】（2025 秋•丹阳市期末）如图，在平面直角坐标系中，等腰直角△$A'B'C'$是等腰直角△ABC 以原点 O 为位似中心的位似图形，且位似比为 2：1，点 A（1，0），B（1，2），C 在 $A'B'$上，则 C'点坐标为（　　）



A．（2，4）　　B．（2，2）　　C．（4，2）　　D．（4，4）

【分析】依据等腰直角三角形的性质求出点 C 的坐标，依据位似变换的性质计算即可．

【解答】解：∵点 A（1，0），B（1，2），

∴ $AB=2$，

∵△ABC 为等腰直角三角形，

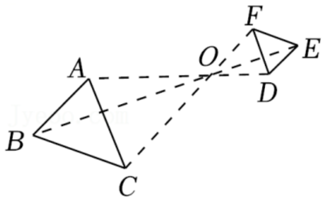
∴点 C 的坐标为（2，1），

∵△$A'B'C'$与△ABC 位似，位似比为 2：1，

∴ C'点坐标为（2×2，1×2），即 C'点坐标为（4，2），

故选：C.

【变式 7.1】（2025 春•工业园区期末）如图，△ABC 与△DEF 位似，点 O 是它们的位似中心，其中 OA：OD＝2：1，若 DE＝4，则 AB 的长为（　　）



A．1　　　　B．2　　　　C．8　　　　D．16

【分析】依据位似图形的概念得到 AB∥DE，得到△AOB∽△DOE，依据相像三角形的性质计算即可．

【解答】解：∵△ABC 与△DEF 位似，

∴AB∥DE，

∴△AOB∽△DOE，

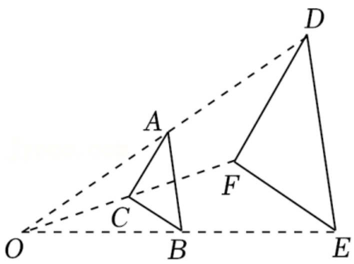
∴AB：DE＝OA：OD＝2：1，

∵DE＝4，

∴AB＝8，

故选：C．

【变式 7.2】（2025 秋•邗江区校级月考）如图，O 是位似中心，点 A，B 的对应点分别为点 D、E，相像比为 2：1，若 AB＝8，则 DE 的长为（　　）



A．8　　　　B．10　　　　C．12　　　　D．16

【分析】利用相像三角形的性质求解即可．

【解答】解：∵△ABC∽△DEF，相像比为 2：1，

∴$\frac{DE}{AB}$＝2，

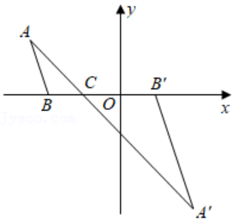
∵AB＝8，

∴DE＝16，

故选：D．

【变式 7.3】（2025 春•苏州期末）如图，在平面直角坐标系中，△ABC 的顶点 A 在其次象限，点 B 坐标为（－2，0），点 C 坐标为（－1，0），以点 C 为位似中心，在 x 轴的下方作△ABC 的位似图形△$A'B'C$．若点 A 的对应点 A' 的坐标为（2，－3），点 B 的对应点

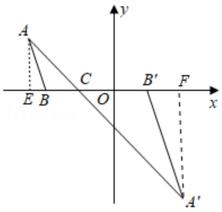
B' 的坐标为（1，0），则点 A 坐标为（　　）



A．$(-3,\ -2)$　　B．$(-2,\ \frac{3}{2})$　　C．$(-\frac{5}{2},\ \frac{3}{2})$　　D．$(-\frac{5}{2},\ 2)$

【分析】如图，过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于 E，过点 A' 作 $A'F\perp x$ 轴于 F．利用相像三角形的性质求出 AE，OE，可得结论．

【解答】解：如图，过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于 E，过点 A' 作 $A'F\perp x$ 轴于 F．



$\because B(-2,0)$，$C(-1,0)$，$B'(1,0)$，$A'(2,-3)$

$\therefore OB=2$，$OC=OB'=1$，$OF=2$，$A'F=3$，

$\therefore BC=1$，$CB'=2$，$CF=3$，

$\because \triangle ABC\backsim\triangle A'B'C$，

$\therefore \frac{AE}{A'F}=\frac{BC}{CB'}=\frac{1}{2}$，

$\therefore AE=\frac{3}{2}$，

$\because \angle ACE=\angle A'CF$，$\angle AEC=\angle A'FC=90^\circ$，

$\therefore \triangle AEC\backsim\triangle A'FC$，

$\therefore \frac{EC}{CF}=\frac{AE}{A'F}=\frac{1}{2}$，

$\therefore EC=\frac{3}{2}$，

$\therefore OE=EC+OC=\frac{5}{2}$，

$\therefore A(-\frac{5}{2},\ \frac{3}{2})$，

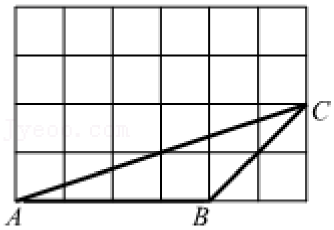
故选：C．

【考点8】作图：相像变换

【例8】（2025秋•江阴市校级月考）在4×6的网格中，格点△ABC 的顶点都在边长为1的小正方形的顶点上．

（1）填空：△ABC 的面积为 $\underline{\quad 4 \quad}$.

（2）请利用网格再画一个格点△DEF∽△ABC 且面积最小，并将此三角形涂上阴影.（注：标上字母）



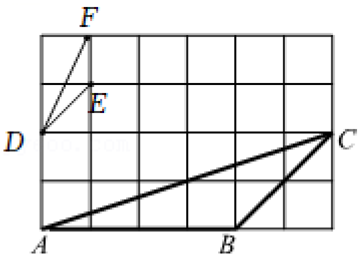
【分析】（1）利用三角形面积公式可得答案.

（2）依据相像三角形的性质即可画出△DEF.

【解答】解：（1）△ABC 的面积为$\frac{1}{2}\times4\times2=4$.

故答案为：4.

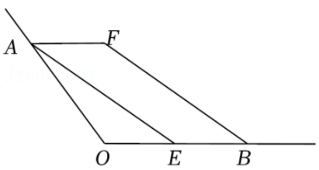
（2）如图，△DEF 即为所求.



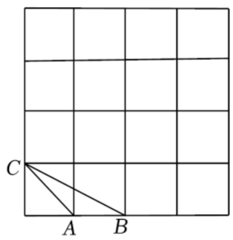
【变式 8.1】（2025 春•惠山区期末）按要求作图，无需写作法：

（1）如图①，已知∠AOB，$OA=OB$，点 E 在 OB 边上，四边形 $AEBF$ 是平行四边形，只用无刻度的直尺在图中画出∠AOB 的平分线.

（2）如图②，在边长为 1 个单位的方格纸上，有△ABC，请作一个格点△DEF，使它与△ABC 相像，但相像比不能为 1.



①



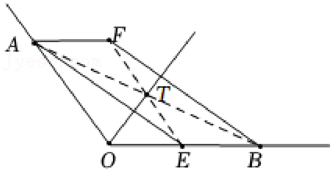
②

【分析】（1）连结 AB，EF 交于点 T，作射线 OC，所以 OC 即为所求.

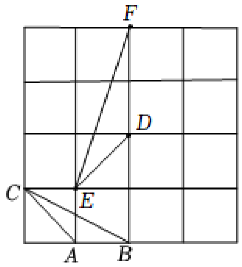
（2）依据相像比等于$\sqrt{2}$，画出图形即可.

【解答】解：（1）如图①中，射线 OT 即为所求；

（2）如图②中，△DEF 即为所求.



①



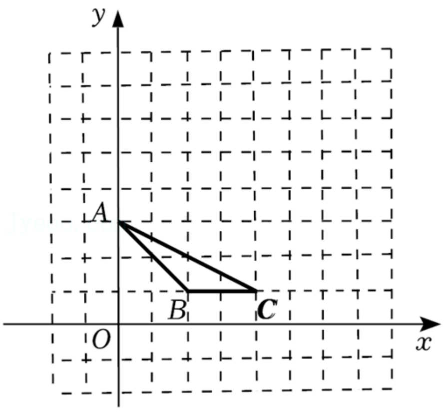
②

【变式 8.2】（2025 秋•常州期末）如图，在平面直角坐标系中，△*ABC* 的三个顶点 *A*、*B*、*C* 的坐标分别为（0，3）、（2，1）、（4，1）.

（1）以原点 *O* 为位似中心，在第一象限画出△*ABC* 的位似图形△*ABC*，使△$A_1B_1C_1$ 与△*ABC* 的相像比为 2：1；

（2）借助网格，在图中画出△*ABC* 的外接圆⊙*P*，并写出圆心 *P* 的坐标 ___（3，4）___；

（3）将△*ABC* 绕（2）中的点 *P*（3）将△*ABC* 绕点 *P* 顺时针旋转 90°，则点 *A* 运动的路线长是 ___$\frac{\sqrt{10}}{2}\pi$___.



【分析】（1）依据要求作出图形即可；

（2）三角形的外接圆的圆心是三角形各边的垂直平分线的交点；

（3）利用弧长公式求解.

【解答】解：（1）如图，△$A_1B_1C_1$ 即为所求；

（2）如图，点 *P* 即为所求，*P*（3，4），

故答案为：（3，4）；

（3）∵$PA=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

∴$\overset{\frown}{AA'}$ 的长$=\frac{90\pi\times\sqrt{10}}{180}=\frac{\sqrt{10}}{2}\pi$.

故答案为：$\frac{\sqrt{10}}{2}\pi$.