2024 届北京市怀柔区高三下学期第五次调研考试数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_6=8$则$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=$（　）

A．10　　B．16　　C．20　　D．24

2．设 i 为虚数单位，则复数$z=\dfrac{2}{1-i}$在复平面内对应的点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．关于函数$f(x)=-\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$在区间$\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$的单调性，下列叙述正确的是（　　）

A．单调递增　　B．单调递减　　C．先递减后递增　　D．先递增后递减

4．设抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为 *F*,抛物线 *C* 与圆$C':x^2+(y-\sqrt{3})^2=3$交于 *M*,*N* 两点,若$|MN|=\sqrt{6}$,则$\triangle MNF$的面积为(　　)

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{8}$　　B．$\dfrac{3}{8}$　　C．$\dfrac{3\sqrt{2}}{8}$　　D．$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

5．已知抛物线$C:y^2=4x$和点$D(2,0)$，直线$x=ty-2$与抛物线C交于不同两点A，B，直线BD与抛物线C交于另一点E．给出以下判断：

①直线OB与直线OE的斜率乘积为-2；

②$AE//y$轴；

③以BE为直径的圆与抛物线准线相切.

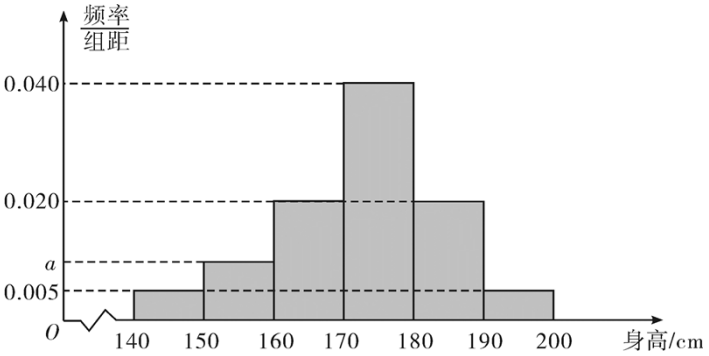
其中，所有正确判断的序号是（　　）

A．①②③　　B．①②　　C．①③　　D．②③

6．已知非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=\lambda|\vec{b}|$，若$\vec{a},\vec{b}$夹角的余弦值为$\dfrac{19}{30}$，且$(\vec{a}-2\vec{b})\perp(3\vec{a}+\vec{b})$，则实数$\lambda$的值为（　　）

A．$-\dfrac{4}{9}$　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$\dfrac{3}{2}$或$-\dfrac{4}{9}$　　D．$\dfrac{3}{2}$

7．从某市的中学生中随机调查了部分男生，获得了他们的身高数据，整理得到如下频率分布直方图：



根据频率分布直方图，可知这部分男生的身高的中位数的估计值为

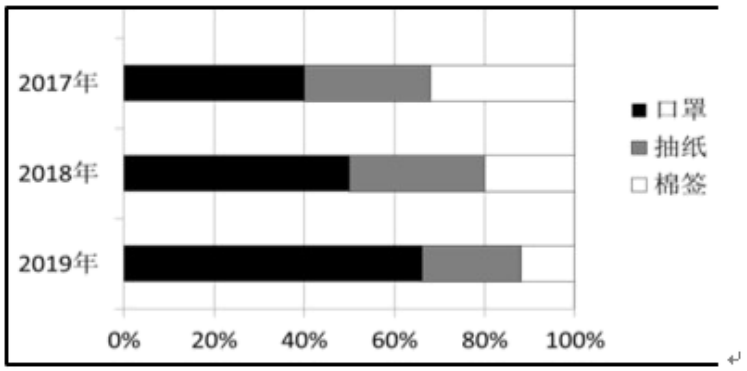
A． 171.25cm　　**B．** 172.75cm

C． 173.75cm　　**D．** 175cm

8．甲、乙、丙、丁四位同学高考之后计划去 A、B、C 三个不同社区进行帮扶活动，每人只能去一个社区，每个社区至少一人.其中甲必须去 A 社区，乙不去 B 社区，则不同的安排方法种数为 （　　）

A．8　　**B．7**　　**C．6**　　**D．5**

9．某工厂只生产口罩、抽纸和棉签，如图是该工厂 2017 年至 2019 年各产量的百分比堆积图（例如：2017 年该工厂口罩、抽纸、棉签产量分别占 40%、27%、33%），根据该图，以下结论一定正确的是（　　）



A． 2019 年该工厂的棉签产量最少

B． 这三年中每年抽纸的产量相差不明显

C． 三年累计下来产量最多的是口罩

D． 口罩的产量逐年增加

10．已知集合 $A=\{x\,|\,\log_2(x-1)<2\}, B=N,$ 则 $A\cap B=$（　　）

A． $\{2,3,4,5\}$　　**B．** $\{2,3,4\}$　　**C．** $\{1,2,3,4\}$　　**D．** $\{0,1,2,3,4\}$

11．已知向量 $\vec{a}=(2,-4)$，$\vec{b}=(k,3)$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 135°，则 $k=$（　　）

A． -9　　**B．** **1**　　**C．** -9 或 **1**　　**D．** -1 或 **9**

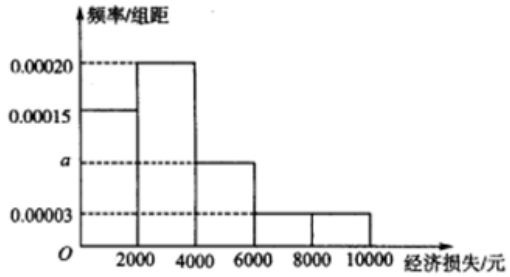
12．已知 α 为锐角，且 $\sqrt{3}\sin 2\alpha=2\sin\alpha$，则 $\cos 2\alpha$ 等于（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{2}{9}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{4}{9}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

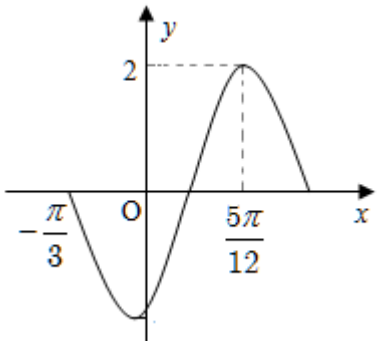
13．某班星期一共八节课（上午、下午各四节，其中下午最后两节为社团活动），排课要求为：语文、数学、外语、物理、化学各排一节，从生物、历史、地理、政治四科中选排一节.若数学必须安排在上午且与外语不相邻（上午第四节和下午第一节不算相邻），则不同的排法有_____种.

14．由于受到网络电商的冲击，某品牌的洗衣机在线下的销售受到影响，承受了一定的经济损失，现将 A 地区 200 家实体店该品牌洗衣机的月经济损失统计如图所示，估算月经济损失的平均数为 m，中位数为 n，则 $m-n=$_____.



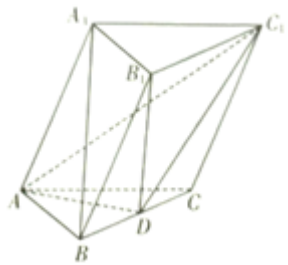
15．函数 $f(x)=4\cos\omega x\sin(\omega x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{2}(\omega>0)$ 的最大值与最小正周期相同，则 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的单调递增区间为_____.

16．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f(0)$ 的值为_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均相等，B_1 在底面 ABC 上的投影 D 在棱 BC 上，且 $A_1B\parallel$平面 ADC_1



（Ⅰ）证明：平面 $ADC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1；

（Ⅱ）求直线 AB 与平面 ADC_1 所成角的余弦值.

18.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，圆 **C** 的参数方程 $\begin{cases} x=1+\cos\varphi \\ y=\sin\varphi \end{cases}$（$\varphi$ 为参数），以 **O** 为极点，**x** 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求圆 **C** 的极坐标方程；

（2）直线 **l** 的极坐标方程是 $2\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=3\sqrt{3}$，射线 $OM:\theta=\frac{\pi}{3}$ 与圆 **C** 的交点为 **O**、**P**，与直线 **l** 的交点为 **Q**，求线段 PQ 的长.

19.（12 分）设函数 $f(x)=|x+2|-|2x-2|$.

（1）解不等式 $f(x)\geq 2x-1$；

（2）记 $f(x)$ 的最大值为 M，若实数 a、b、c 满足 $a+b+c=M$，求证：

$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}\geq 3\sqrt{2}$.

20.（12 分）已知椭圆 $C\ \frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的长轴长为 4，离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设 A,B 分别为椭圆与 x 轴正半轴和 y 轴正半轴的交点，P 是椭圆 C 上在第一象限的一点，直线 PA 与 y 轴交于点 M，直线 PB 与 x 轴交于点 N，问 ΔPMN 与 ΔPAB 面积之差是否为定值？说明理由.

21.（12 分）在 $\angle ABC$ 中，内角 **A**，**B**，**C** 的对边分别为 **a**，**b**，**c**，且满足 $\sqrt{3}a=\sqrt{3}b\cos C-c\sin B$.

（1）求 **B**；

（2）若 $b=2\sqrt{3}$，**AD** 为 **BC** 边上的中线，当 $\vee ABC$ 的面积取得最大值时，求 **AD** 的长.

22.（10 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，A 为椭圆上一动点（异于左右顶点），ΔAF_1F_2 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若直线 $l:y=x+m$ 与椭圆 C 相交于点 A,B 两点，问 y 轴上是否存在点 M，使得 ΔABM 是以 M 为直角顶点的等腰直角三角形？若存在，求点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据等差数列性质得到$a_4+a_6=8=2a_5$，再计算得到答案.

【详解】

已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_6=8=2a_5\Rightarrow a_5=4$

$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=5a_5=20$

故答案选 C

【点睛】

本题考查了等差数列的性质，是数列的常考题型.

2、A

【解析】

利用复数的除法运算化简z，求得z对应的坐标，由此判断对应点所在象限.

【详解】

Q $z=\dfrac{2}{1-i}=\dfrac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+i$，$\therefore$对应的点的坐标为$(1,1)$，位于第一象限.

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点所在象限，属于基础题.

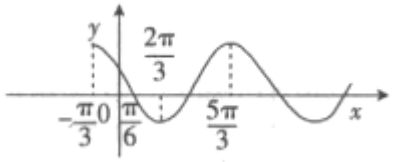
3、C

【解析】

先用诱导公式得$f(x)=-\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$,再根据函数图像平移的方法求解即可.

【详解】

函数 $f(x)=-\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象可由 $y=\cos x$ 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到,如图所示, $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 上先递减后递增.



故选：C

【点睛】

本题考查三角函数的平移与单调性的求解.属于基础题.

4、B

【解析】

由圆 C' 过原点，知 M,N 中有一点 M 与原点重合，作出图形，由 $|C'M|=|C'N|=\sqrt{3}$ ， $|MN|=\sqrt{6}$ ，得 $C'M\perp C'N$ ，从而直线 MN 倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ ，写出 N 点坐标，代入抛物线方程求出参数 p ，可得 F 点坐标，从而得三角形面积.

【详解】

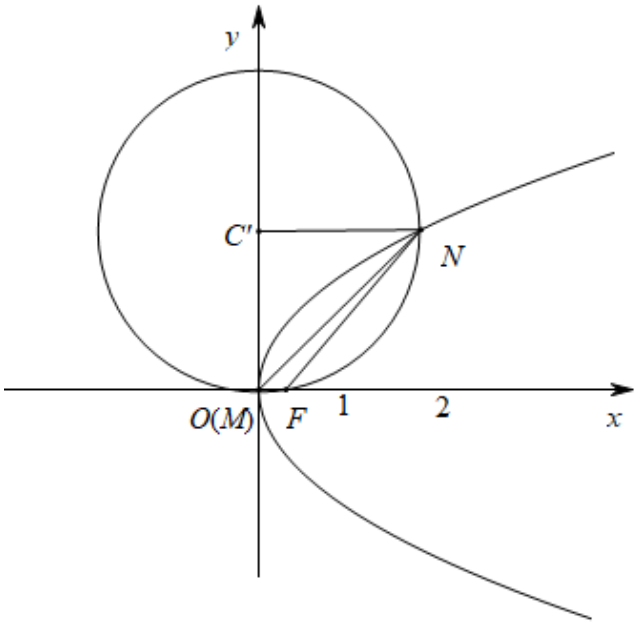
由题意圆 C' 过原点，所以原点是圆与抛物线的一个交点，不妨设为 M ，如图，

由于 $|C'M|=|C'N|=\sqrt{3}$ ， $|MN|=\sqrt{6}$ ，∴ $C'M\perp C'N$ ，∴ $\angle C'MN=\frac{\pi}{4}$ ， $\angle NOx=\frac{\pi}{4}$ ，

∴点 N 坐标为 $(\sqrt{3},\sqrt{3})$ ，代入抛物线方程得 $(\sqrt{3})^2=2p\times\sqrt{3}$ ， $p=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

∴ $F(\frac{\sqrt{3}}{4},0)$ ， $S_{\Delta FMN}=\frac{1}{2}|MF|\times y_N=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{3}=\frac{3}{8}$.

故选：B.



【点睛】

本题考查抛物线与圆相交问题，解题关键是发现原点O是其中一个交点，从而$\Delta MNC'$是等腰直角三角形，于是可得N点坐标，问题可解，如果仅从方程组角度研究两曲线交点，恐怕难度会大大增加，甚至没法求解.

5、B

【解析】

由题意，可设直线DE的方程为$x=my+2$，利用韦达定理判断第一个结论；将$x=ty-2$代入抛物线C的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，进而判断第二个结论；设F为抛物线C的焦点，以线段BE为直径的圆为M，则圆心M为线段BE的中点．设B，E到准线的距离分别为d_1，d_2，eM的半径为R，点M到准线的距离为d，显然B，E，F三点不共线，进而判断第三个结论.

【详解】

解：由题意，可设直线DE的方程为$x=my+2$，

代入抛物线C的方程，有$y^2-4my-8=0$.

设点B，E的坐标分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

则$y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-8$.

所$x_1x_2=(my_1+2)(my_2+2)=m^2y_1y_2+2m(y_1+y_2)+4=4$.

则直线OB与直线OE的斜率乘积为$\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=-2$．所以①正确.

将$x=ty-2$代入抛物线C的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，

根据抛物线的对称性可知，A，E两点关于x轴对称，

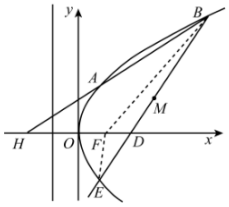
所以直线$AE//y$轴．所以②正确．

如图，设F为抛物线C的焦点，以线段BE为直径的圆为M，

则圆心M为线段BE的中点．设B，E到准线的距离分别为d_1，d_2，eM的半径为R，点M到准线的距离为d，

显然B，E，F三点不共线，

则$d=\frac{d_1+d_2}{2}=\frac{|BF|+|EF|}{2}>\frac{|BE|}{2}=R$．所以③不正确．



故选：B.

【点睛】

本题主要考查抛物线的定义与几何性质、直线与抛物线的位置关系等基础知识，考查运算求解能力、推理论证能力和创新意识，考查数形结合思想、化归与转化思想,属于难题．

6、D

【解析】

根据向量垂直则数量积为零，结合$|\vec{a}|=\lambda|\vec{b}|$以及夹角的余弦值，即可求得参数值.

【详解】

依题意，得$(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(3\vec{a}+\vec{b})=0$，即$3|\vec{a}|^2-5\vec{a}\cdot\vec{b}-2|\vec{b}|^2=0$.

将$|\vec{a}|=\lambda|\vec{b}|$代入可得，$18\lambda^2-19\lambda-12=0$，

解得$\lambda=\frac{3}{2}$（$\lambda=-\frac{4}{9}$舍去）.

故选：D.

【点睛】

本题考查向量数量积的应用，涉及由向量垂直求参数值，属基础题.

7、C

【解析】

由题可得$(0.005\times2+a+0.020\times2+0.040)\times10=1$，解得$a=0.010$，

则$(0.005+0.010+0.020)\times 10=0.35$，$0.35+0.040\times 10=0.75>0.5$，

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为$170+\frac{0.5-0.35}{10\times 0.040}\times 10=173.75(\text{cm})$，故选 C.

8、B

【解析】

根据题意满足条件的安排为：A（甲，乙）B（丙）C（丁）；A（甲，乙）B（丁）C（丙）；A（甲，丙）B（丁）C（乙）； A（甲，丁）B（丙）C（乙）； A（甲）B（丙，丁）C（乙）；A（甲）B（丁）C（乙，丙）；A（甲）B（丙）C（丁，乙）；共 7 种，选 B.

9、C

【解析】

根据该厂每年产量未知可判断 A、B、D 选项的正误，根据每年口罩在该厂的产量中所占的比重最大可判断 C 选项的正误.综合可得出结论.

【详解】

由于该工厂 2017 年至 2019 年的产量未知，所以，从 2017 年至 2019 年棉签产量、抽纸产量以及口罩产量的变化无法比较，故 A、B、D 选项错误；

由堆积图可知，从 2017 年至 2019 年，该工厂生产的口罩占该工厂的总产量的比重是最大的，则三年累计下来产量最多的是口罩，C 选项正确.

故选：C.

【点睛】

本题考查堆积图的应用，考查数据处理能力，属于基础题.

10、B

【解析】

解对数不等式可得集合 A，由交集运算即可求解.

【详解】

集合$A=\{x|\log_2(x-1)<2\}$,解得$A=\{x|1<x<5\}$,

$B=N$,

由集合交集运算可得$A\cap B=\{x|1<x<5\}\cap N=\{2,3,4\}$，

故选：B.

【点睛】

本题考查了集合交集的简单运算，对数不等式解法，属于基础题.

11、C

【解析】

由题意利用两个向量的数量积的定义和公式，求 k 的值.

【详解】

解：由题意可得 $\cos 135^{\circ}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|a|\cdot|b|}=\frac{2k-12}{\sqrt{4+16}\cdot\sqrt{k^2+9}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

求得 $k=-9$，或 $k=1$，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查两个向量的数量积的定义和公式，属于基础题.

12、C

【解析】

由 $\sqrt{3}\sin 2\alpha=2\sin\alpha$ 可得 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，再利用 $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ 计算即可.

【详解】

因为 $2\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha=2\sin\alpha$，$\sin\alpha\neq 0$，所以 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

所以 $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查二倍角公式的应用，考查学生对三角函数式化简求值公式的灵活运用的能力，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、1344

【解析】

分四种情况讨论即可

【详解】

解：数学排在第一节时有：$C_4^1\times A_4^4\times C_4^1=384$

数学排在第二节时有：$C_3^1\times A_4^4\times C_4^1=288$

数学排在第三节时有：$C_3^1\times A_4^4\times C_4^1=288$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/646005003112010110