

专题 02 整式与因式分解

考情聚焦

课标要求	考点	考向
1. 会把具体数代入代数式进行计算。 2. 了解整数指数幂的意义和基本性质。 3. 理解整式的概念，掌握合并同类项和去括号的法则。 4. 能进行简单的整式加减运算，能进行简单的整式乘法运算。 5. 理解乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ， $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ ，了解公式的几何背景，能利用公式进行简单的计算和推理。 6. 能用提公因式法、公式法进行因式分解。	整式	考向一 单项式与多项式
		考向二 同类项
		考向三 整式的加减
		考向四 整式的乘除
		考向五 整式的混合运算
	因式分解	考向一 提公因式法因式分解
		考向二 公式法因式分解

真题透视

考点一 整式

► 考向一 单项式与多项式

1. (2024·吉林长春·中考真题) 单项式 $-2a^2b$ 的次数是_____.

【答案】 3

【分析】 此题考查单项式有关概念，根据单项式次数的定义来求解，解题的关键是需灵活掌握单项式的系数和次数的定义，单项式中数字因数叫做单项式的系数，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数.

【详解】 单项式 $-2a^2b$ 的次数是： $2+1=3$.

故答案为：3.

2. (2024·江西·中考真题) 观察 $a \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 \cdot \dots$ ，根据这些式子的变化规律，可得第 100 个式子为_____.

【答案】 a^{100}

【分析】此题考查了单项式规律探究，分别找出系数和次数的规律，据此判断出第 n 个式子是多少即可。

【详解】解： $\because a \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 \cdot \dots$

\therefore 第 n 个单项式的系数是 1；

\therefore 第 1 个、第 2 个、第 3 个、第 4 个单项式的次数分别是 1、2、3、4、 \dots ，

\therefore 第 n 个式子是 a^n 。

\therefore 第 100 个式子是 a^{100} 。

故答案为： a^{100} 。

3. (2024·重庆·中考真题) 已知整式 $M : a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ，其中 n, a_{n-1}, \dots, a_0 为自然数， a_n 为正整数，且 $n + a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 5$ 。下列说法：

- ① 满足条件的整式 M 中有 5 个单项式；
- ② 不存在任何一个 n ，使得满足条件的整式 M 有且只有 3 个；
- ③ 满足条件的整式 M 共有 16 个。

其中正确的个数是 ()

- A · 0 B · 1 C · 2 D · 3

【答案】D

【分析】本题考查的是整式的规律探究，分类讨论思想的应用，由条件可得 $0 \leq n \leq 4$ ，再分类讨论得到答案即可。

【详解】解： $\because n, a_{n-1}, \dots, a_0$ 为自然数， a_n 为正整数，且 $n + a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 5$ ，

$\therefore 0 \leq n \leq 4$ 。

当 $n = 4$ 时，则 $4 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 5$ ，

$\therefore a_4 = 1, a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 0$ ，

满足条件的整式有 x^4 。

当 $n = 3$ 时，则 $3 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 5$ ，

$\therefore (a_3, a_2, a_1, a_0) = (2, 0, 0, 0), (1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1)$ ，

满足条件的整式有： $2x^3, x^3 + x^2, x^3 + x, x^3 + 1$ 。

当 $n = 2$ 时，则 $2 + a_2 + a_1 + a_0 = 5$ 。

$$\therefore (a_2, a_1, a_0) = (3, 0, 0) \cdot (2, 1, 0) \cdot (2, 0, 1) \cdot (1, 2, 0) \cdot (1, 0, 2) \cdot (1, 1, 1) \cdot$$

满足条件的整式有： $3x^2 \cdot 2x^2 + x \cdot 2x^2 + 1 \cdot x^2 + 2x \cdot x^2 + 2 \cdot x^2 + x + 1$ ；

当 $n=1$ 时，则 $1+a_1+a_0=5$ ；

$$\therefore (a_1, a_0) = (4, 0) \cdot (3, 1) \cdot (1, 3) \cdot (2, 2) \cdot$$

满足条件的整式有： $4x \cdot 3x + 1 \cdot x + 3 \cdot 2x + 2$ ；

当 $n=0$ 时， $0+a_0=5$ ；

满足条件的整式有： 5 ；

\therefore 满足条件的单项式有： $x^4 \cdot 2x^3 \cdot 3x^2 \cdot 4x \cdot 5$ ，故①符合题意；

不存在任何一个 n ，使得满足条件的整式 M 有且只有 3 个；故②符合题意；

满足条件的整式 M 共有 $1+4+6+4+1=16$ 个，故③符合题意；

故选 D

► 考向二 同类项

易错易混提醒

1. 判断同类项

标准：所含字母相同，且相同字母的指数也分别相等。

注意事项：同类项与系数的大小无关，与它们所含的字母顺序无关，所有常数项都是同类项。

2. 合并同类项

要点：字母和字母的指数不变，只把系数相加减。

考查角度 1 同类项的定义

4 · (2024·河南·中考真题) 请写出 $2m$ 的一个同类项：_____。

【答案】 m (答案不唯一)

【分析】 本题考查的是同类项的含义，根据同类项的定义直接可得答案。

【详解】 解： $2m$ 的一个同类项为 m 。

故答案为： m

考查角度 2 合并同类项

5 · (2024·西藏·中考真题) 下列运算正确的是 ()

A · $x - 2x = x$

B · $x(x+3) = x^2 + 3$

$$C \cdot (-2x^2)^3 = -8x^6$$

$$D \cdot 3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^2$$

【答案】C

【分析】根据合并同类项、单项式乘以多项式、幂的乘方与积的乘方、单项式乘以单项式的运算法则逐项判断即可得出答案。

【详解】解：A、 $x - 2x = -x$ ，故原选项计算错误，不符合题意；

B、 $x(x+3) = x^2 + 3x$ ，故原选项计算错误，不符合题意；

C、 $(-2x^2)^3 = -8x^6$ ，故原选项计算正确，符合题意；

D、 $3x^2 \cdot 4x^2 = 12x^4$ ，故原选项计算错误，不符合题意；

故选：C。

【点睛】本题考查了合并同类项、单项式乘以多项式、幂的乘方与积的乘方、单项式乘以单项式，熟练掌握运算法则是解此题的关键。

► 考向三 整式的加减

6. (2024·四川德阳·中考真题) 若一个多项式加上 $y^2 + 3xy - 4$ ，结果是 $3xy + 2y^2 - 5$ ，则这个多项式为_____。

【答案】 $y^2 - 1$

【分析】本题考查整式的加减运算，根据题意“一个多项式加上 $y^2 + 3xy - 4$ ，结果是 $3xy + 2y^2 - 5$ ”，进行列出式子： $(3xy + 2y^2 - 5) - (y^2 + 3xy - 4)$ ，再去括号合并同类项即可。

【详解】解：依题意这个多项式为

$$\begin{aligned} & (3xy + 2y^2 - 5) - (y^2 + 3xy - 4) \\ &= 3xy + 2y^2 - 5 - y^2 - 3xy + 4 \\ &= y^2 - 1. \end{aligned}$$

故答案为： $y^2 - 1$

7. (2024·重庆·中考真题) 一个各数位均不为0的四位自然数 $M = \overline{abcd}$ ，若满足 $a + d = b + c = 9$ ，则称这个四位数为“友谊数”。例如：四位数1278， $\because 1 + 8 = 2 + 7 = 9$ ， $\therefore 1278$ 是“友谊数”。若 \overline{abcd} 是一个“友谊数”，

且 $b - a = c - b = 1$ ，则这个数为_____；若 $M = \overline{abcd}$ 是一个“友谊数”，设 $F(M) = \frac{M}{9}$ ，且 $\frac{F(M) + \overline{ab} + \overline{cd}}{13}$

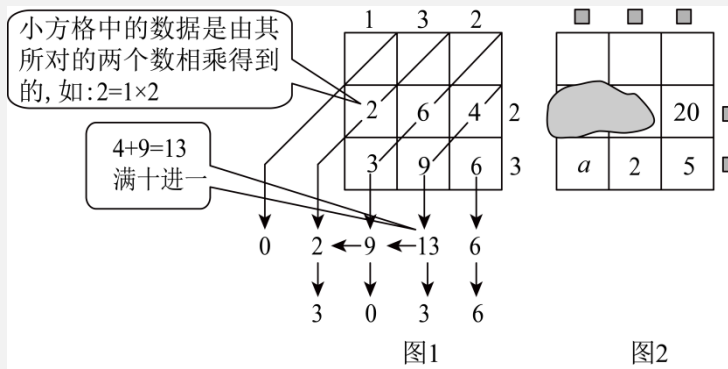
是整数，则满足条件的 M 的最大值是_____。

【答案】 3456 6273

【分析】 本题主要考查了新定义，根据新定义得到 $a+d=b+c=9$ ，再由 $b-a=c-b=1$ 可求出 $a、b、c、d$ 的值，进而可得答案；先求出 $M=999a+90b+99$ ，进而得到 $\frac{F(M)+\overline{ab}+\overline{cd}}{13}=9a+8+\frac{3a+b+6}{13}$ ，根据 $\frac{F(M)+\overline{ab}+\overline{cd}}{13}$ 是整数，得到 $9a+8+\frac{3a+b+6}{13}$ 是整数，即 $\frac{3a+b+6}{13}$ 是整数，则 $3a+b+6$ 是 13 的倍数，求出 $a \leq 8$ ，再按照 a 从大到小的范围讨论求解即可。

【详解】 解： $\because \overline{abcd}$ 是一个“友谊数”，

$\therefore a+d=b+c=9$.



又 $\because b-a=c-b=1$.

$\therefore b=4, c=5$.

$\therefore a=3, d=6$.

\therefore 这个数为 3456 ；

$\because M = \overline{abcd}$ 是一个“友谊数”，

$$\begin{aligned} \therefore M &= 1000a + 100b + 10c + d \\ &= 1000a + 100b + 10(9-b) + 9 - a \\ &= 999a + 90b + 99 . \end{aligned}$$

$$\therefore F(M) = \frac{M}{9} = 111a + 10b + 11 .$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{F(M) + \overline{ab} + \overline{cd}}{13} &= \frac{111a + 10b + 11 + 10a + b + 10c + d}{13} \end{aligned}$$

$$= \frac{11a+10b+11+10a+b+10(9-b)+9-a}{13}$$

$$= \frac{120a+b+110}{13}$$

$$= \frac{117a+3a+b+104+6}{13}$$

$$= 9a+8+\frac{3a+b+6}{13}$$

$$\therefore \frac{F(M)+\overline{ab}+\overline{cd}}{13} \text{ 是整数,}$$

$$\therefore 9a+8+\frac{3a+b+6}{13} \text{ 是整数, 即 } \frac{3a+b+6}{13} \text{ 是整数,}$$

$\therefore 3a+b+6$ 是 13 的倍数,

$\therefore a, b, c, d$ 都是不为 0 的正整数, 且 $a+d=b+c=9$,

$\therefore a \leq 8$,

当 $a=8$ 时, $31 \leq 3a+b+6 \leq 38$, 此时不满足 $3a+b+6$ 是 13 的倍数, 不符合题意;

当 $a=7$ 时, $28 \leq 3a+b+6 \leq 35$, 此时不满足 $3a+b+6$ 是 13 的倍数, 不符合题意;

当 $a=6$ 时, $25 \leq 3a+b+6 \leq 32$, 此时可以满足 $3a+b+6$ 是 13 的倍数, 即此时 $b=2$, 则此时 $d=3, c=7$,

\therefore 要使 M 最大, 则一定要满足 a 最大,

\therefore 满足题意的 M 的最大值即为 6273;

故答案为: 3456; 6273.

► 考向四 整式的乘除

解题技巧/易错易混

1. 单项式与单项式相乘法则: 将系数相乘作为积的系数, 相同字母的幂相乘, 单独在一个单项式里的字母连同它的指数作为积的一个因式。
2. 单项式与多项式相乘法则: 用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加。
3. 多项式与多项式相乘法则: 先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加。
4. 单项式除以单项式法则: 把系数、同底数幂分别相除后, 作为商的因式; 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数一起作为商的一个因式。
5. 多项式除以单项式法则: 用多项式的每一项分别除以单项式, 再把所得的商相加。

考查角度 1 幂的运算

8 · (2024·广东·中考真题) 下列计算正确的是 ()

A · $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$ B · $a^8 \div a^2 = a^4$ C · $-2a + 5a = 7a$ D · $(a^2)^5 = a^{10}$

【答案】D

【分析】本题主要考查了同底数幂乘法计算，幂的乘方计算，合并同类项，熟知相关计算法则是解题的关键。

【详解】解：A、 $a^2 \cdot a^5 = a^7$ ，原式计算错误，不符合题意；

B、 $a^8 \div a^2 = a^6$ ，原式计算错误，不符合题意；

C、 $-2a + 5a = 3a$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 $(a^2)^5 = a^{10}$ ，原式计算正确，符合题意；

故选：D。

9 · (2024·河北·中考真题) 若 a, b 是正整数，且满足 $\underbrace{2^a \cdot 2^a \cdot 2^a \cdot 2^a \cdot 2^a}_{8 \text{ 个 } 2^a \text{ 相加}} = \underbrace{2^b \cdot 2^b \cdot 2^b \cdot 2^b \cdot 2^b}_{8 \text{ 个 } 2^b \text{ 相乘}}$ ，则 a 与 b 的关系正确的是 ()

A · $a + 3 = 8b$ B · $3a = 8b$ C · $a + 3 = b^8$ D · $3a = 8 + b$

【答案】A

【分析】本题考查了同底数幂的乘法，幂的乘方的运算的应用，熟练掌握知识点是解题的关键。

由题意得： $8 \times 2^a = (2^b)^8$ ，利用同底数幂的乘法，幂的乘方化简即可。

【详解】解：由题意得： $8 \times 2^a = (2^b)^8$ ，

$\therefore 2^3 \times 2^a = 2^{8b}$ ，

$\therefore 3 + a = 8b$ 。

故选：A。

10 · (2024·天津·中考真题) 计算 $x^8 \div x^6$ 的结果为_____。

【答案】 x^2

【分析】本题考查同底数幂的除法，掌握同底数幂的除法，底数不变，指数相减是解题的关键。

【详解】解： $x^8 \div x^6 = x^2$ 。

故答案为： x^2 。

考查角度 2 单项式乘单项式

11 · (2024·湖北·中考真题) $2x \cdot 3x^2$ 的值是 ()

A · $5x^2$

B · $5x^3$

C · $6x^2$

D · $6x^3$

【答案】D

【分析】本题主要考查单项式与单项式的乘法，运用单项式乘单项式运算法则求出结果即可判断。

【详解】解： $2x \cdot 3x^2 = 6x^3$ 。

故选：D。

考查角度 3 单项式乘多项式

12 · (2024·甘肃兰州·中考真题) 计算： $2a(a-1)-2a^2 = ()$

A · a

B · $-a$

C · $2a$

D · $-2a$

【答案】D

【分析】本题主要考查了整式的混合运算，先计算单项式乘以多项式，再合并同类项即可。

【详解】解： $2a(a-1)-2a^2$

$$= 2a^2 - 2a - 2a^2$$

$$= -2a$$

故选：D。

考查角度 4 多项式乘多项式

13 · (2024·山东威海·中考真题) 因式分解： $(x+2)(x+4)+1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $(x+3)^2$

【分析】本题主要考查了用完全平方公式分解因式，先按照多项式乘以多项式展开，然后利用完全平方公式分解因式即可。

【详解】解： $(x+2)(x+4)+1$

$$= x^2 + 4x + 2x + 8 + 1$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$= (x+3)^2$$

故答案为： $(x+3)^2$ 。

考查角度 5 平方差公式

14 · (2024·上海·中考真题) 计算 $(a+b)(b-a) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $b^2 - a^2$

【分析】 根据平方差公式进行计算即可 .

【详解】 解 : $(a+b)(b-a)$

$$= (b+a)(b-a)$$

$$= b^2 - a^2 .$$

故答案为 : $b^2 - a^2$.

【点睛】 本题考查平方差公式 , 此为基础且重要知识点 , 必须熟练掌握 .

考查角度 5 完全平方公式

15 · (2024·黑龙江大庆·中考真题) 已知 $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$, 则 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 3

【分析】 根据 $a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$, 通过平方变形可以求得所求式子的值 .

【详解】 解 : $\because a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$.

$$\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 5 .$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 5 .$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 3 .$$

故答案为 : 3 .

【点睛】 本题考查分式的化简求值 , 解答本题的关键是熟练掌握完全平方公式 .

► 考向五 整式的混合运算

16 · (2024·湖南长沙·中考真题) 先化简 , 再求值 : $2m - m(m-2) + (m+3)(m-3)$, 其中 $m = \frac{5}{2}$.

【答案】 $4m - 9$; 1

【分析】 本题考查整式的混合运算及其求值 , 先根据整式的混合运算法则化简原式 , 再代值求解即可 .

【详解】 解 : $2m - m(m-2) + (m+3)(m-3)$

$$= 2m - m^2 + 2m + m^2 - 9$$

$$= 4m - 9 .$$

$$\text{当 } m = \frac{5}{2} \text{ 时, 原式} = 4 \times \frac{5}{2} - 9 = 10 - 9 = 1 .$$

考点二 因式分解

► 考向一 提公因式法因式分解

17 · (2024·浙江·中考真题) 因式分解： $a^2 - 7a =$ _____

【答案】 $a(a-7)$

【分析】 本题考查了提公因式法因式分解，先提公因式 a 是解题的关键。

【详解】 解： $a^2 - 7a = a(a-7)$.

故答案为： $a(a-7)$.

18 · (2024·江苏徐州·中考真题) 若 $mn = 2$ ， $m - n = 1$ ，则代数式 $m^2n - mn^2$ 的值是 _____ .

【答案】 2

【分析】 本题考查代数式求值，先将代数式进行因式分解，然后将条件代入即可求值。

【详解】 解： $\because mn = 2$ ， $m - n = 1$.

$$\therefore m^2n - mn^2 = mn(m - n) = 2 \times 1 = 2 .$$

故答案为：2 .

► 考向二 公式法因式分解

19 · (2024·西藏·中考真题) 分解因式： $x^2 - 4x + 4 =$ _____ .

【答案】 $(x-2)^2 / (2-x)^2$

【分析】 本题考查了分解因式，利用完全平方公式分解即可，熟练掌握完全平方公式是解此题的关键。

【详解】 解： $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$.

故答案为： $(x-2)^2$.

20 · (2024·四川凉山·中考真题) 已知 $a^2 - b^2 = 12$ ，且 $a - b = -2$ ，则 $a + b =$ _____ .

【答案】 -6

【分析】 本题考查了因式分解的应用，先把 $a^2 - b^2 = 12$ 的左边分解因式，再把 $a - b = -2$ 代入即可求出 $a + b$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/646013030045010243>