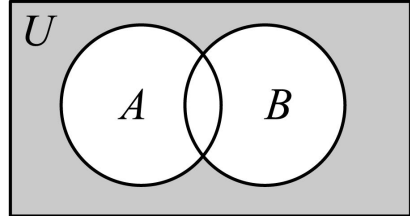


2023-2024 学年广东省广州市高考数学押题模拟试题 (二模)

题

$$2 \quad 0 \quad 2 \quad | \quad \sqrt{2} \quad | \quad 2 \quad 0$$

()



$$2 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad \quad \quad \quad 2 \quad 0$$

数 =

题

$$2 \quad \quad \quad 2$$

$$2 \quad 0$$

2 0 2 数 数

$$\sqrt{3} \quad \quad \quad \sqrt{\quad} \quad \quad \quad 3$$

数 模

$$\sqrt{2} \quad 0 \quad 2 \quad 2$$

$$\sqrt{\quad}$$

3 高 () (4) 高 (2) (30)

0 学 高 () 题 数

高 (2) 题 数 0 3 0 题 ()

$$0 \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad 0 \quad 4 \quad \quad \quad 0$$

【正确答案】

【分析】先根据分层抽样求各层的人数，再根据平均数、方差的公式运算求解

【详解】由分层抽样可得高三（ ）班抽取的人数为——，高三（ ）班抽取的人数为——，

设高三（ ）班（ 人）答对题目数依次为——，高三（ ）班（ 人）答对题目数依次为——，

由题意可得：

—— ———— ———— ———— ———— ———— ————

，

可得——，

则这——人答对题目的平均数——，

这——人答对题目的方差——

故选：

· 已知——，若——与——的夹角为——，则——在——上的投影向量为（ ）

· —— · —— · —— · —— · ——

【正确答案】

【分析】根据投影向量的定义，结合向量数量积的运算律求——在——上的投影向量

【详解】——在——上的投影向量为—— $\langle \quad \rangle$ ——，

$\langle \quad \rangle$ ————，

所以，——在——上的投影向量为——————

故选：

已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列， $f(x)$ 是函数 $y = a^x - 1$ 的极值

点，设等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_3 = 0$ ，则 (\quad)

$a = 1$ 或 $a = -1$ \cdot $a = 2$ \cdot $a = -2$ \cdot

【正确答案】

【分析】根据极值点的定义可得 $\ln a$ 是 $\ln a$ 的两个实数根，进而由等比以及等差数列的性质，结合求和公式即可求解

【详解】由 $f(x) = a^x - 1$ 得 $f'(x) = a^x \ln a$ ，

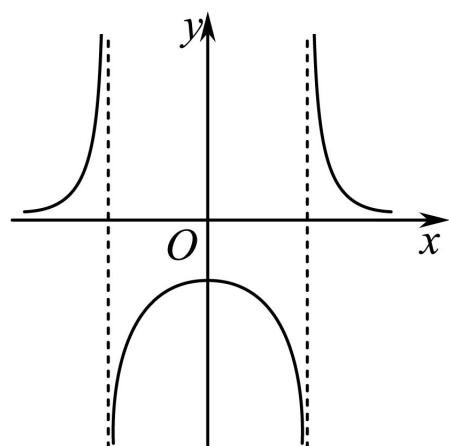
由题意可知 $\ln a$ 是 $\ln a$ 的两个实数根，

所以 $\ln a = 0$ 或 $\ln a = 1$ 又 $a > 0$ ，

所以 $a = 1$ 或 $a = e$ ，因此 $a = 1$ 或 $a = e$ ，

故选：

函数 $y = \frac{1}{x^2} - 1$ 的图象如图所示，则 (\quad)



$a = 1$ ， $b = 1$ \cdot $a = 1$ ， $b = -1$ \cdot $a = -1$ ， $b = 1$ \cdot $a = -1$ ， $b = -1$ \cdot

【正确答案】

【分析】由图象分析函数奇偶性，特殊位置，及函数定义域即可

【详解】由图象观察可得函数图象关于 y 轴对称，即函数为偶函数，

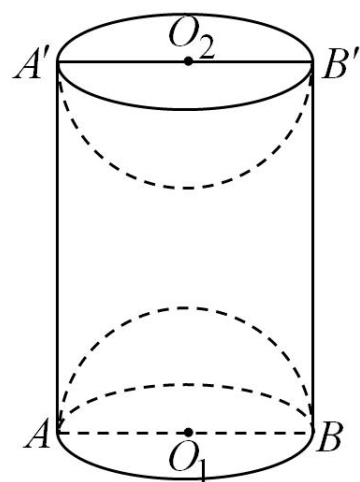
所以 $a = 1$ 得： $a = 1$ ，故 $a = -1$ 错误；

由图象可知 $b = 1$ ，故 $b = -1$ 错误；

因为定义域不连续，所以 $f(x)$ 有两个根可得 $f(x) > 0$ ，即 $f(x)$ 异号， $f(x) < 0$ ，
即 错误， 正确

故选：

． 如图圆柱 的底面半径为 r ， 母线长为 h ， 以上下底面为大圆的半球在圆柱 内部，
现用一垂直于轴截面 的平面 去截圆柱 ， 且与上下两半球相切， 求截得的圆锥
曲线的离心率为 ()



． $\sqrt{2}$

． $\sqrt{3}$

． $\sqrt{5}$

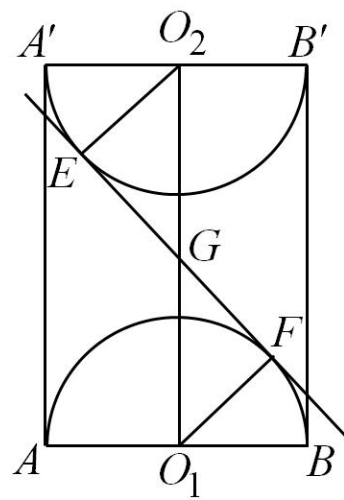
．

【正确答案】

【分析】根据题意作出截面图，分析出平面 与底面夹角余弦值为 $-\frac{1}{2}$ ，再利用立体图形得到

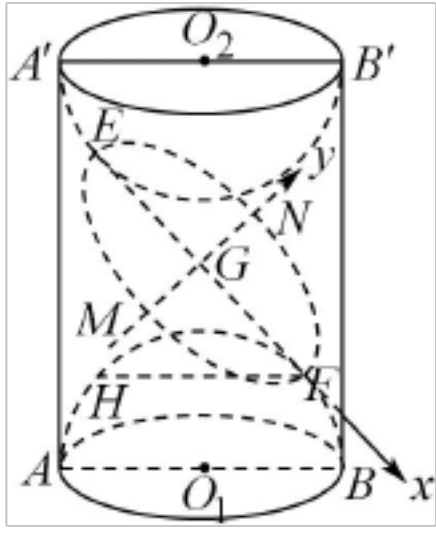
， $-\frac{1}{2}$ ， 再计算出 值得到离心率

【详解】作出截面图，显然平面 经过 中点，设中点为 G ，切点分别为 E, F ，



半径为 r ， $h = 2r$ ， 则 $AG = r$ ， $GF = r$ ， $GF = r$ ， 则 $AG = r$ ， 作出

以下立体图，则平面 与底面夹角余弦值为 $-\frac{1}{2}$ ，



圆柱的底面半径为 r ，椭圆的短轴为 $2b$ ，得 $b = r \cos \theta$ ，

又 椭圆所在平面与圆柱底面所成角余弦值为 $\cos \theta$ ，

以 A 为原点建立上图所示平面直角坐标系，

则椭圆标准方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，

故离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ ，

故选：

· 已知实数 a, b, c ，满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，则 $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ 的大小关系是

()

- $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
- $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$
- 无法确定

【正确答案】

【分析】构造函数，求导，利用函数的单调性判断

【详解】由题意， $a^2 + b^2 = c^2$ ，

又 $\frac{a}{c} = \cos \theta$ ，即 $a = c \cos \theta$ ；

设 $f(\theta) = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$ ，当时， $f(\theta)$ 单调递增，

当时， $f(\theta)$ 单调递减，

又 $\frac{a}{c} = \cos \theta$ ，

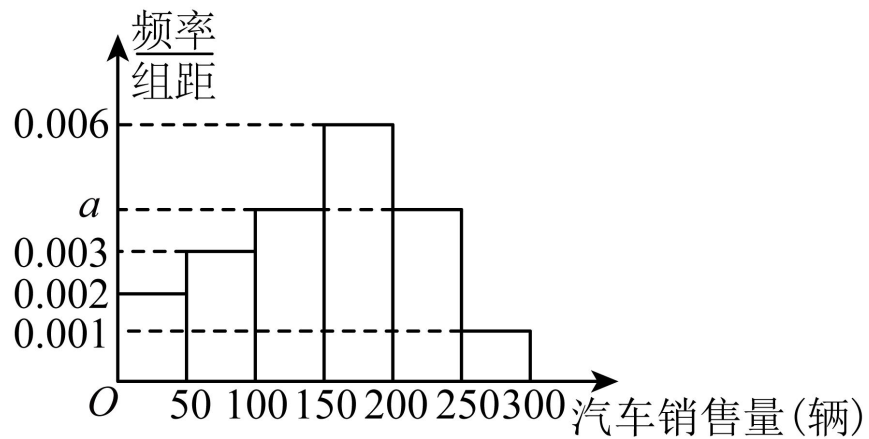
设 $g(\theta) = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$ ，当时， $g(\theta)$ 单调递减，

；

故选：

二、多选题

下图是某汽车公司 家销售商 年新能源汽车销售数据频率分布直方图(单位:辆), 则 ().



- 的值为
- 估计这 家销售商新能源汽车销量的平均数为
- 估计这 家销售商新能源汽车销量的 分位数为
- 若按分层抽样原则从这 家销售商抽取 家, 则销量在 内的销售商应抽取 家

【正确答案】

【分析】 根据频率和为 , 计算 的值; 根据平均数公式, 判断 ; 根据百分位数公式, 判断 ; 计算销量在 , 内的频率, 再结合分层抽样, 即可判断

【详解】 由频率分布直方图可知,

得: , 故 正确;

, 故

错误;

设 百分位数 , 易得 ,

则 ,

解得: , 故 正确;

则销量在 的频率为

所以抽取的 家, 则销量在 内的销售商为 一 家, 故 正确

故选：

- 已知事件 A, B ，且 $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{4}$ ，则 $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ()
- 如果 $A \cap B = \emptyset$ ，那么 $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ()
- 如果 A, B 相互独立，那么 $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ()
- 如果 A, B 相互独立，那么 $P(\overline{A \cap B}) = \frac{3}{4}$ ()

【正确答案】

【分析】根据事件关系及运算有 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 、 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ，由事件的相互独立知 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ，结合事件的运算求 $P(\overline{A \cap B})$ 、 $P(\overline{A \cap B})$

【详解】：由 $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{4}$ ，则 $P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ ，正确；

：由 $P(A \cap B) = \frac{1}{16}$ ，则 $P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{7}{8}$ ，⁴正确；

：如果 A, B 相互独立，则 $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{16}$ ，

$P(\overline{A \cap B}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ ，错误；

：由分析及事件关系知： $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ ，⁴正确

故选：

- 若函数 $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ ，则 ()
- 函数 $f(x)$ 的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{4}$
- 函数 $f(x)$ 的一个对称中心为 $\frac{\pi}{4}$
- 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π
- 若函数 $y = f(x) - \frac{1}{4}$ ，则 y 的最大值为

【正确答案】

【分析】根据三角函数的同角关系和二倍角的正、余弦公式化简可得 $f(x) = \frac{1}{4}\cos 4x - \frac{1}{4}$ ，结合余弦函数的性质依次判断选项即可

【详解】由题意得，

$$f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x = \frac{1}{4}\cos 4x - \frac{1}{4}$$

：当 $x = \frac{\pi}{4}$ 时， $f(x) = \frac{1}{4}\cos \pi - \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$ ，又 $f(x) \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ ，

所以 $x = 1$ 是函数 $f(x)$ 的一条对称轴，故 A 正确；

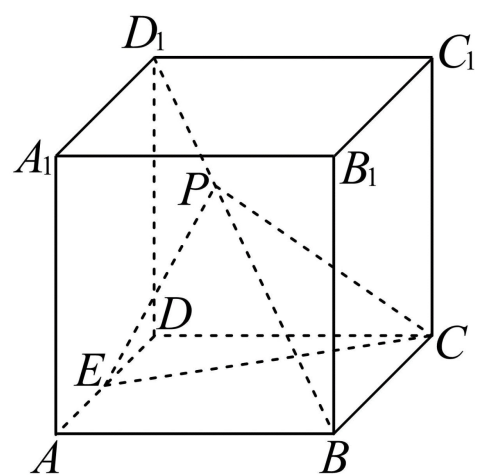
B ：由选项 A 分析可知 $f(x) = f(x+1)$ ，所以点 $(1, f(1))$ 不是函数 $f(x)$ 的对称点，故 B 错误；

C ：由 $f(x) = f(x+1)$ ，知函数 $f(x)$ 的最小正周期为 1 ，故 C 正确；

D ：由 $f(x) = f(x+1)$ ，所以 $f(x) = f(x+2)$ ，故 D 正确

故选： ACD .

12. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为边 AD 的中点，点 P 为线段 BC_1 上的动点，设 $PE = \lambda$ ，则 ()



A . 当 $\lambda = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，平面 PEB 与平面 BC_1D 垂直

B . 当 $\lambda = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， $|PE|$ 取得最小值，其值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

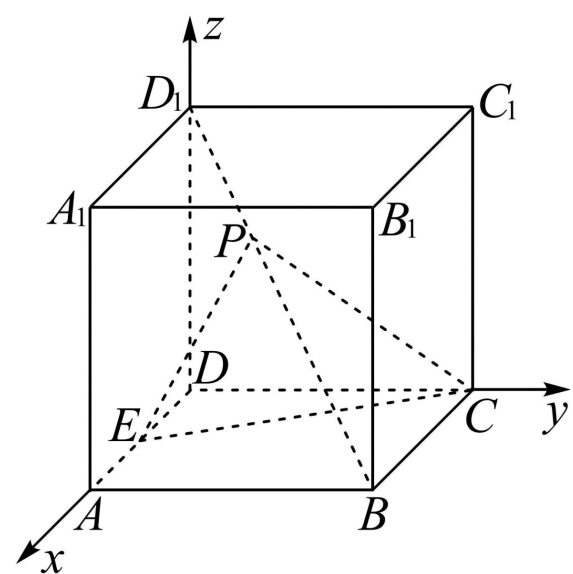
C . $|PE|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D . 当平面 PEB 与平面 BC_1D 垂直时， $\lambda = \frac{\sqrt{2}}{2}$

【正确答案】

【分析】 建立空间直角坐标系，利用空间位置关系的向量证明判断 A ；利用两点间距离公式计算判断 B ；确定直线 BC_1 与平面 BC_1D 交点的位置判断 C 作答

【详解】 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，建立如图所示的空间直角坐标系，



对于 $\lambda = -1$ ， $\vec{n} = (-1, -1, -1)$ ，而 $\vec{AB} = (1, 1, 0)$ ，显然 $\vec{n} \cdot \vec{AB} = -2 \neq 0$ ，即 \vec{n} 不是平面 ABC 的一个法向量，而 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \neq 0$ ，因此 AB 不平行于平面 ABC ，即直线 AB 与平面 ABC 不平行，错误；

对于 $\lambda = 1$ ， $\vec{n} = (1, 1, 1)$ ，则

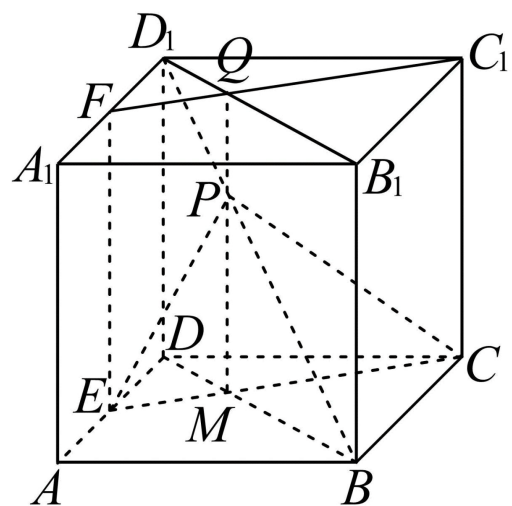
$$|\vec{n}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

因此当 $\lambda = 1$ 时， $|\vec{n}|$ 取得最小值 $\sqrt{3}$ ，正确；

对于 $\lambda = 0$ ，

于是 $|\vec{n}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$ ，当且仅当 $\lambda = 0$ 时取等号，正确；

对于 $\lambda = 2$ ，取 AC 的中点 M ，连接 DM ，如图，



因为 M 为边 AC 的中点，则 $DM \perp AC$ ，当平面 $DA1M$ 与平面 ABC 垂直时，平面 $DA1M \perp$ 平面 ABC ，连接 DM ，连接 AM ，连接 $DA1$ ，显然平面 $DA1M \perp$ 平面 ABC ，因此 $DM \perp AC$ ，平面 $DA1M \perp$ 平面 ABC ，则平面 $DA1M \perp$ 平面 ABC ，即有 $DM \perp AC$ ，而 $DM \perp AC$ ，所以 $DM \perp AC$ ，错误

故选：

关键点睛：涉及空间图形中几条线段和最小的问题，把相关线段所在的平面图形展开并放在

同一平面内，再利用两点之间线段最短解决是关键

三、填空题

. 在 $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中， x 项的系数为

【正确答案】 $2^n - 1$

【分析】 根据给定条件，分析展开式中 x 项出现的情况，再列式计算作答

【详解】 $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ 的展开式通项

当 $r = k$ 时， $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ 展开式中 x 的最高指数小于 n ，而 x 的指数小于等于 n ，

因此 $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ 中 x 的指数是负整数，要得到 x 项，当且仅当 $n - 3k = 1$ ，

所以展开式中 x 项的系数是 $(-1)^k \binom{n}{k}$ 展开式中 x^0 项的系数 $\binom{n}{k}$

故

. 有 n 个身高均不相等的学生排成一排合影，最高的人站在中间，从中间到左边和从中间到右边的身高都递减，则不同的排法有 2^{n-1} 种（用数字作答）

【正确答案】 2^{n-1}

【分析】 根据排队问题中的顺序固定问题只选不排，以及分步计数原理计算求解即可.

【详解】 最高的学生站在中间，有 1 种排法，

再从其余四个同学中任意选取两个，站在最高同学的左边，由于身高从中间到左边递减，所以共有 $\binom{n-1}{2}$ 种不同排法，

最后两名同学站在最高同学的右边，按身高从中间到右边递减，共有 $\binom{n-1}{2}$ 种排法，

则 n 个身高均不相等的学生排成一排合影，不同的排法有 2^{n-1} 种，

故

. 已知 α, β, γ 是三角形的内角，则 $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma > 0$.

【正确答案】 $>$

【详解】 由题设可得 $\alpha, \beta, \gamma \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，而 $2\alpha, 2\beta, 2\gamma \in (0, \pi)$ ，所以

$\sqrt{\quad}$ —, 则 \quad — — —, 应

填答案 —.

四、双空题

. 在平面上给定相异两点 A, B , 设点 P 在同一平面上且满足 $|PA| - |PB| = 2a$, 当 $a < \frac{|AB|}{2}$ 且 $a > 0$ 时, 点 P 的轨迹是一个圆, 这个轨迹最先由古希腊数学家阿波罗尼斯发现, 故我们称这个圆为阿波罗尼斯圆. 现有双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, F_1, F_2 分别为双曲线的左、右焦点, M, N 为双曲线虚轴的上、下端点, 动点 P 满足 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$, $\triangle POF_1$ 面积的最大值为 $\frac{1}{2}ab$, P 在双曲线上, 且关于原点对称, Q 是双曲线上一点, 直线 OQ 和 OP 的斜率满足 $k_{OQ} \cdot k_{OP} = -\frac{b^2}{a^2}$, 则双曲线方程是 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$; 过 P 的直线与双曲线右支交于 A, B 两点, 其中 A 点在第一象限, 设点 I_1, I_2 分别为 $\triangle PAB, \triangle PBA$ 的内心, 则 $|I_1I_2|$ 的范围是 $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$.

【正确答案】 — $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

【分析】设 $P(x, y)$, 根据 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$, 求得 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 结合 $\triangle POF_1$ 的最大面积得到 $\frac{1}{2}ab$, 再根据 $k_{OQ} \cdot k_{OP} = -\frac{b^2}{a^2}$, 得出 $\frac{y}{x} = -\frac{a^2}{b^2} \frac{y}{x}$, 设边 AB 上的切点分别为 A, B , 根据内心的性质, 得到 I_1, I_2 在 OP 轴, 设直线 OP 的倾斜角为 θ , 在 $\triangle POF_1$ 中, 得到 $|I_1I_2| = \frac{1}{2} |OP|$, 进而求得 $|I_1I_2|$ 的取值范围 $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$.

【详解】设 $P(x, y)$, 由题意知 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$, 可得 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 即 $\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}} - \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} = 2a$, 整理得 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 可得圆心为 $(\frac{a^2}{c}, 0)$, 半径 $\frac{1}{2}ab$,

所以 $\triangle POF_1$ 的最大面积为 $\frac{1}{2}ab$, 解得 $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot c \cdot y$, 即 $y = \frac{ab}{c}$,

设 θ 为 OP 的倾斜角, 则 $\frac{y}{x} = \tan \theta$,

则 $\frac{y}{x} = -\frac{a^2}{b^2} \frac{y}{x}$, 可得 $x = \pm \frac{ab}{c}$, 同理 $y = \pm \frac{ab}{c}$.

则 $|OP| = \frac{ab}{c}$, 则 $|I_1I_2| = \frac{1}{2} |OP| = \frac{1}{2} \frac{ab}{c}$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/646055044053010105>