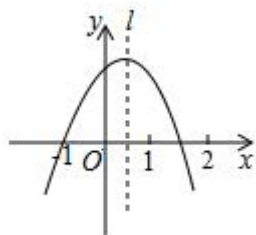


苏科版 2024 年九年级数学下册期末综合检测试卷

一. 选择题

1. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(-1, 0)$ ，对称轴 l 如图所示，则下列结论：① $abc>0$ ；② $a-b+c=0$ ；③ $2a+c<0$ ；④ $a+b<0$ ，其中所有正确的结论是（ ）



- A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ②③④

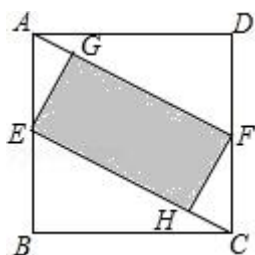
2. 在下列 y 关于 x 的函数中，一定是二次函数的是（ ）

- A. $y=2x^2$ B. $y=2x-2$ C. $y=ax^2$ D. $y=\frac{a}{x^2}$

3. 对于二次函数 $y=-(x-1)^2+2$ 的图象与性质，下列说法正确的是（ ）

- A. 对称轴是直线 $x=1$ ，最小值是 2
B. 对称轴是直线 $x=1$ ，最大值是 2
C. 对称轴是直线 $x=-1$ ，最小值是 2
D. 对称轴是直线 $x=-1$ ，最大值是 2

4. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点， $EG \perp AF$ ， $FH \perp CE$ ，垂足分别为 G ， H ，设 $AG=x$ ，图中阴影部分面积为 y ，则 y 与 x 之间的函数关系式是（ ）



- A. $y=3\sqrt{3}x^2$ B. $y=4\sqrt{3}x^2$ C. $y=8x^2$ D. $y=9x^2$

5. 足球运动员将足球沿与地面成一定角度的方向踢出，足球飞行的路线是一条抛物线，不考虑空气阻力，足球距离地面的高度 h （单位：m）与足球被踢出后经过的时间 t （单位：s）之

间的关系如下表：

t	0	1	2	3	4	5	6	7	...
h	0	8	14	18	20	20	18	14	...

下列结论：①足球距离地面的最大高度为 20m；②足球飞行路线的对称轴是直线 $t=\frac{9}{2}$ ；③足球被踢出 9s 时落地；④足球被踢出 1.5s 时，距离地面的高度是 11m，其中正确结论的个数是（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 已知 $2x=3y$ ($y \neq 0$)，则下面结论成立的是（ ）

A. $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$ B. $\frac{x-2}{3y}$ C. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ D. $\frac{x-y}{23}$

7. 矩形的长与宽分别为 a、b，下列数据能构成黄金矩形的是（ ）

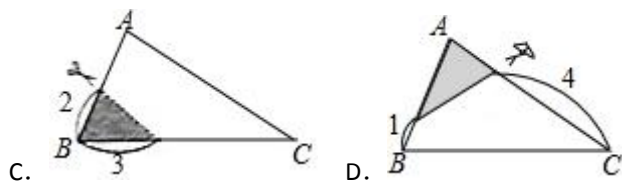
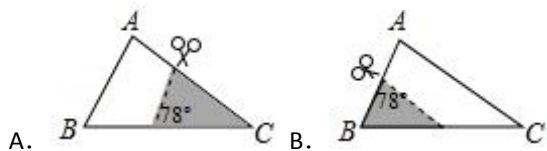
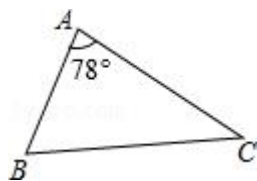
A. $a=4, b=\sqrt{5}+2$ B. $a=4, b=\sqrt{5}-2$ C. $a=2, b=\sqrt{5}+1$ D. $a=2, b=\sqrt{5}-1$

8. 若 $\triangle ABC$ 的每条边长增加各自的 10% 得 $\triangle A'B'C'$ ，

则 $\angle B'$ 的度数与其对应角 $\angle B$ 的度数相比（ ）

A. 增加了 10% B. 减少了 10% C. 增加了 $(1+10\%)$ D. 没有改变

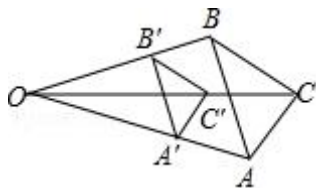
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=78^\circ$ ， $AB=4$ ， $AC=6$ ，将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是（ ）



10. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且相似比为 1: 2，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为 ()

A. 1: 4 B. 4: 1 C. 1: 2 D. 2: 1

11. 如图， $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 以点 O 为位似中心经过位似变换得到的，若 $\triangle A'B'C'$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积比是 4: 9，则 OB' : OB 为 ()



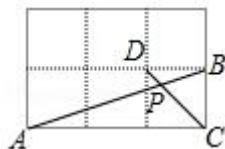
A. 2: 3 B. 3: 2 C. 4: 5 D. 4: 9

12. 要在报纸上刊登广告，一块 $10\text{cm} \times 5\text{cm}$ 的长方形版面要付广告费 180 元，他要把该版面的边长都扩大为原来的 3 倍，在每平方厘米版面广告费相同的情况下，他该付广告费 ()

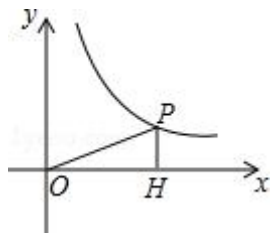
A. 540 元 B. 1080 元 C. 1620 元 D. 1800 元

二. 填空题

13. 如图，在边长相同的小正方形网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 都在这些小正方形的顶点上， AB 与 CD 相交于点 P ，则 $\tan \angle APD$ 的值为_____.



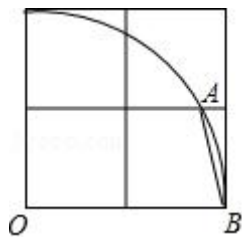
14. 如图， $P(12, a)$ 在反比例函数 $y = \frac{60}{x}$ 图象上， $PH \perp x$ 轴于 H ，则 $\tan \angle POH$ 的值为_____.



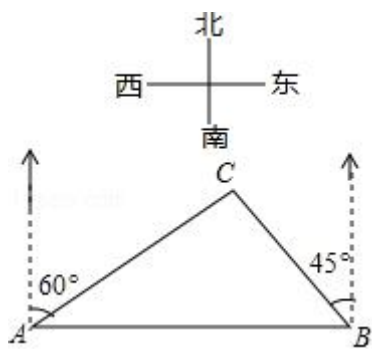
15. 计算: $2\sin 60^\circ =$ _____.

16. 计算: $\tan 45^\circ =$ _____.

17. 如图，在 2×2 的网格中，以顶点 O 为圆心，以 2 个单位长度为半径作圆弧，交图中格线于点 A ，则 $\tan \angle ABO$ 的值为_____.



18. 如图，在一笔直的沿湖道路 l 上有 A、B 两个游船码头，观光岛屿 C 在码头 A 北偏东 60° 的方向，在码头 B 北偏西 45° 的方向， $AC=4\text{km}$. 游客小张准备从观光岛屿 C 乘船沿 CA 回到码头 A 或沿 CB 回到码头 B，设开往码头 A、B 的游船速度分别为 v_1 、 v_2 ，若回到 A、B 所用时间相等，则 $\frac{v_1}{v_2} = \underline{\hspace{2cm}}$ （结果保留根号）.



三. 解答题

19. 自国庆后，许多高校均投放了使用手机就可随用的共享单车. 某运营商为提高其经营的 A 品牌共享单车的市场占有率，准备对收费作如下调整：一天中，同一个人第一次使用的车费按 0.5 元收取，每增加一次，当次车费就比上次车费减少 0.1 元，第 6 次开始，当次用车免费. 具体收费标准如下：

使用次数	0	1	2	3	4	5（含 5 次以上）
累计车费	0	0.5	0.9	a	b	1.5

同时，就此收费方案随机调查了某高校 100 名师生在一天中使用 A 品牌共享单车的意愿，得

到如下数据：

使用次数	0	1	2	3	4	5
人数	5	15	10	30	25	15

(1)写出 a ， b 的值；

(2)已知该校有 5000 名师生，且 A 品牌共享单车投放该校一天的费用为 5800 元．试估计：收费调整后，此运营商在该校投放 A 品牌共享单车能否获利？说明理由．

20. 小明在某次作业中得到如下结果：

$$\sin^2 7^\circ + \sin^2 83^\circ \approx 0.12^2 + 0.99^2 = 0.9945,$$

$$\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ \approx 0.37^2 + 0.93^2 = 1.0018,$$

$$\sin^2 29^\circ + \sin^2 61^\circ \approx 0.48^2 + 0.87^2 = 0.9873,$$

$$\sin^2 37^\circ + \sin^2 53^\circ \approx 0.60^2 + 0.80^2 = 1.0000,$$

$$\sin^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ \approx \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1.$$

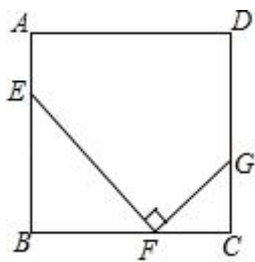
据此，小明猜想：对于任意锐角 α ，均有 $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 1$ ．

(1)当 $\alpha = 30^\circ$ 时，验证 $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 1$ 是否成立；

(2)小明的猜想是否成立？若成立，请给予证明；若不成立，请举出一个反例．

21. (1)计算： $\frac{x+1}{x^2-1} \div \frac{2}{x-1}$;

(2)如图，正方形 ABCD 中，点 E，F，G 分别在 AB，BC，CD 上，且 $\angle EFG = 90^\circ$ ．求证： $\triangle EBF \sim \triangle FCG$ ．



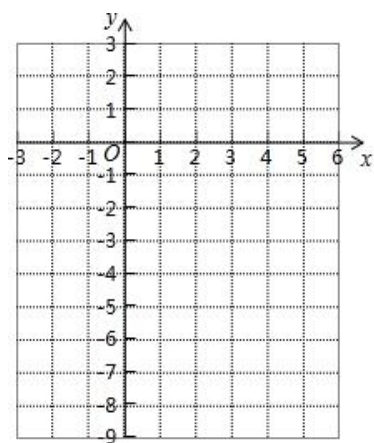
22. 已知抛物线 $C_1: y = ax^2 - 4ax - 5$ ($a > 0$).

(1) 当 $a=1$ 时, 求抛物线与 x 轴的交点坐标及对称轴;

(2) ① 试说明无论 a 为何值, 抛物线 C_1 一定经过两个定点, 并求出这两个定点的坐标;

② 将抛物线 C_1 沿这两个定点所在直线翻折, 得到抛物线 C_2 , 直接写出 C_2 的表达式;

(3) 若(2)中抛物线 C_2 的顶点到 x 轴的距离为 2, 求 a 的值.



23. 定义: 如图 1, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点, 点 P 在该抛物线上 (P 点与 A, B 两点不重合), 如果 $\triangle ABP$ 的三边满足 $AP^2 + BP^2 = AB^2$, 则称点 P 为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的勾股点.

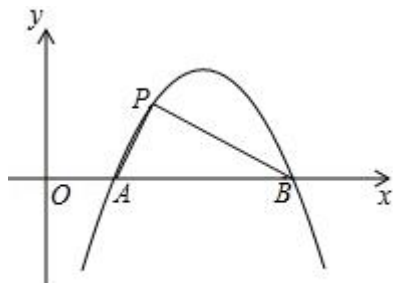


图1

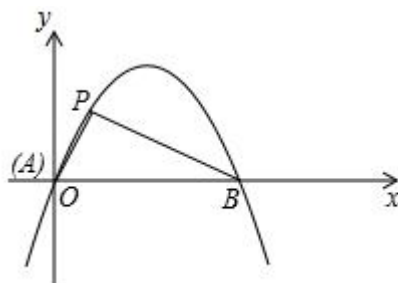


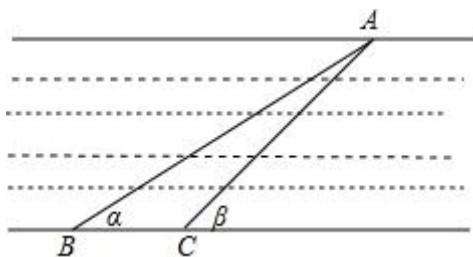
图2

(1) 直接写出抛物线 $y = -x^2 + 1$ 的勾股点的坐标.

(2)如图 2，已知抛物线 $C: y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点，点 $P(1, \sqrt{3})$ 是抛物线 C 的勾股点，求抛物线 C 的函数表达式.

(3)在(2)的条件下，点 Q 在抛物线 C 上，求满足条件 $S_{\triangle ABQ}=S_{\triangle ABP}$ 的 Q 点 (异于点 P) 的坐标.

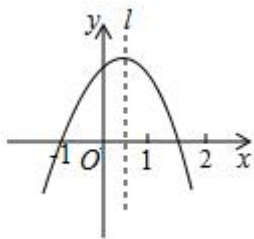
24. 如图，为了测量某条河的宽度，现在河边的一岸边任意取一点 A ，又在河的另一岸边去两点 B, C 测得 $\angle \alpha=30^\circ$ ， $\angle \beta=45^\circ$ ，量得 BC 长为 100 米. 求河的宽度 (结果保留根号).



答案

一. 选择题

1. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(-1, 0)$ ，对称轴 l 如图所示，则下列结论：① $abc > 0$ ；② $a - b + c = 0$ ；③ $2a + c < 0$ ；④ $a + b < 0$ ，其中所有正确的结论是 ()



A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ②③④

【考点】H4：二次函数图象与系数的关系.

【专题】选择题

【难度】易

【分析】①根据开口向下得出 $a < 0$ ，根据对称轴在 y 轴右侧，得出 $b > 0$ ，根据图象与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上，得出 $c > 0$ ，从而得出 $abc < 0$ ，进而判断①错误；

②由抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 0)$ ，即可判断②正确；

③由图可知， $x = 2$ 时， $y < 0$ ，即 $4a + 2b + c < 0$ ，把 $b = a + c$ 代入即可判断③正确；

④由图可知， $x = 2$ 时， $y < 0$ ，即 $4a + 2b + c < 0$ ，把 $c = b - a$ 代入即可判断④正确.

【解答】解：① $\because$ 二次函数图象的开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$\because$ 二次函数图象的对称轴在 y 轴右侧，

$$\therefore -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$\because$ 二次函数的图象与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上，

$$\therefore c > 0,$$

$\therefore abc < 0$ ，故①错误；

② $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 0)$ ，

$$\therefore a - b + c = 0, \text{ 故②正确；}$$

③ $\because a - b + c = 0, \therefore b = a + c.$

由图可知， $x = 2$ 时， $y < 0$ ，即 $4a + 2b + c < 0$ ，

$$\therefore 4a + 2(a + c) + c < 0,$$

$$\therefore 6a + 3c < 0, \therefore 2a + c < 0, \text{ 故③正确；}$$

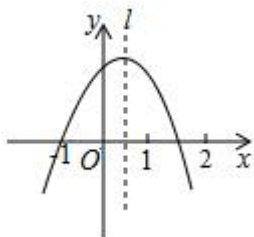
④ $\because a - b + c = 0, \therefore c = b - a.$

由图可知, $x=2$ 时, $y < 0$, 即 $4a + 2b + c < 0$,

$\therefore 4a + 2b + b - a < 0,$

$\therefore 3a + 3b < 0, \therefore a + b < 0$, 故④正确.

故选 D.



【点评】 本题考查了二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的性质:

①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小. 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; $|a|$ 还可以决定开口大小, $|a|$ 越大开口就越小. ②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置. 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异) ③常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$. ④抛物线与 x 轴交点个数. $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

2. 在下列 y 关于 x 的函数中, 一定是二次函数的是 ()

A. $y = 2x^2$ B. $y = 2x - 2$ C. $y = ax^2$ D. $y = \frac{a}{x^2}$

【考点】 H1: 二次函数的定义.

【专题】 选择题

【难度】 易

【分析】 根据二次函数的定义形如 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 是二次函数.

【解答】 解: A、是二次函数, 故 A 符合题意;

B、是一次函数, 故 B 错误;

C、 $a=0$ 时, 不是二次函数, 故 C 错误;

D、 $a \neq 0$ 时是分式方程，故 D 错误；

故选：A.

【点评】本题考查二次函数的定义，形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 是二次函数.

3. 对于二次函数 $y=-(x-1)^2+2$ 的图象与性质，下列说法正确的是 ()

A. 对称轴是直线 $x=1$ ，最小值是 2 B. 对称轴是直线 $x=1$ ，最大值是 2 C. 对称轴是直线 $x=-1$ ，最小值是 2 D. 对称轴是直线 $x=-1$ ，最大值是 2

【考点】H3：二次函数的性质；H7：二次函数的最值.

【专题】选择题

【难度】易

【分析】根据抛物线的图象与性质即可判断.

【解答】解：由抛物线的解析式： $y=-(x-1)^2+2$,

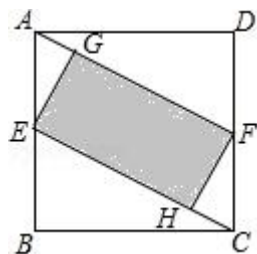
可知：对称轴 $x=1$,

开口方向向下，所以有最大值 $y=2$,

故选 (B)

【点评】本题考查二次函数的性质，解题的关键是正确理解抛物线的图象与性质，本题属于基础题型.

4. 如图，在正方形 ABCD 中，E、F 分别是 AB、CD 的中点， $EG \perp AF$ ， $FH \perp CE$ ，垂足分别为 G，H，设 $AG=x$ ，图中阴影部分面积为 y ，则 y 与 x 之间的函数关系式是 ()



A. $y=3\sqrt{3}x^2$ B. $y=4\sqrt{3}x^2$ C. $y=8x^2$ D. $y=9x^2$

【考点】H8：待定系数法求二次函数解析式；LE：正方形的性质.

【专题】选择题

【难度】易

【分析】设正方形的边长为 a ，易证四边形 $ADCE$ 是平行四边形，所以四边形 $EHFG$ 是矩形，由锐角三角函数可知，从而可用 x 表示出 EG ，从而可求出 y 与 x 之间的关系式；

【解答】解：设正方形的边长为 a ，

$$\therefore BC=2a, BE=a,$$

$\because E、F$ 分别是 $AB、CD$ 的中点，

$$\therefore AE=CF,$$

$$\therefore AE \parallel CF,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 是平行四边形，

$$\therefore AF \parallel CE,$$

$$\therefore EG \perp AF, FH \perp CE,$$

$\therefore$ 四边形 $EHFG$ 是矩形，

$$\therefore \angle AEG + \angle BEC = \angle BCE + \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEG = \angle BCE,$$

$$\therefore \tan \angle AEG = \tan \angle BCE,$$

$$\therefore \frac{AG}{EG} = \frac{BE}{BC},$$

$$\therefore EG=2x,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知：} AE=\sqrt{5}x,$$

$$\therefore AB=BC=2\sqrt{5}x,$$

$$\therefore CE=5x,$$

易证： $\triangle AEG \cong \triangle CFH$ ，

$$\therefore AG=CH,$$

$$\therefore EH=EC-CH=4x,$$

$$\therefore y=EG \cdot EC=8x^2,$$

故选 (C)

【点评】本题考查矩形的综合问题，涉及相似三角形的性质与判定，锐角三角函数，矩形的性质与判定，全等三角形的判定与性质等知识，综合程度较高，属于中等题型。

5. 足球运动员将足球沿与地面成一定角度的方向踢出，足球飞行的路线是一条抛物线，不考虑空气阻力，足球距离地面的高度 h （单位：m）与足球被踢出后经过的时间 t （单位：s）之间的关系如下表：

t	0	1	2	3	4	5	6	7	...
h	0	8	14	18	20	20	18	14	...

下列结论：①足球距离地面的最大高度为 20m；②足球飞行路线的对称轴是直线 $t=\frac{9}{2}$ ；③足球被踢出 9s 时落地；④足球被踢出 1.5s 时，距离地面的高度是 11m，其中正确结论的个数是（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】HE：二次函数的应用.

【专题】选择题

【难度】易

【分析】由题意，抛物线的解析式为 $y=at(t-9)$ ，把 $(1, 8)$ 代入可得 $a=-1$ ，可得 $y=-t^2+9t=-(t-4.5)^2+20.25$ ，由此即可一一判断.

【解答】解：由题意，抛物线的解析式为 $y=at(t-9)$ ，把 $(1, 8)$ 代入可得 $a=-1$ ，

$$\therefore y=-t^2+9t=-(t-4.5)^2+20.25,$$

$\therefore$ 足球距离地面的最大高度为 20.25m，故①错误，

$\therefore$ 抛物线的对称轴 $t=4.5$ ，故②正确，

$\because t=9$ 时， $y=0$ ，

$\therefore$ 足球被踢出 9s 时落地，故③正确，

$\because t=1.5$ 时， $y=11.25$ ，故④错误.

$\therefore$ 正确的有②③，

故选 B.

【点评】本题考查二次函数的应用、求出抛物线的解析式是解题的关键，属于中考常考题型.

6. 已知 $2x=3y$ ($y \neq 0$)，则下面结论成立的是（ ）

A. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ B. $\frac{x}{3} = \frac{2}{y}$ C. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$

【考点】S1：比例的性质．

【专题】选择题

【难度】易

【分析】根据等式的性质，可得答案．

【解答】解：A、两边都除以 $2y$ ，得 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ，故 A 符合题意；

B、两边除以不同的整式，故 B 不符合题意；

C、两边都除以 $2y$ ，得 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ，故 C 不符合题意；

D、两边除以不同的整式，故 D 不符合题意；

故选：A．

【点评】本题考查了等式的性质，利用等式的性质是解题关键．

7. 矩形的长与宽分别为 a 、 b ，下列数据能构成黄金矩形的是（ ）

A. $a=4$, $b=\sqrt{5}+2$ B. $a=4$, $b=\sqrt{5}-2$ C. $a=2$, $b=\sqrt{5}+1$ D. $a=2$, $b=\sqrt{5}-1$

【考点】S3：黄金分割；LB：矩形的性质．

【专题】选择题

【难度】易

【分析】根据黄金矩形的定义判断即可．

【解答】解：∵宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形叫做黄金矩形，

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore a=2, b=\sqrt{5}-1,$$

故选 D．

【点评】本题主要考查了黄金矩形，记住定义是解题的关键．

8. 若 $\triangle ABC$ 的每条边长增加各自的 10% 得 $\triangle A'B'C'$ ，则 $\angle B'$ 的度数与其对应角 $\angle B$ 的度数相比（ ）

A. 增加了 10% B. 减少了 10% C. 增加了 $(1+10\%)$ D. 没有改变

【考点】S5：相似图形.

【专题】选择题

【难度】易

【分析】根据两个三角形三边对应成比例，这两个三角形相似判断出两个三角形相似，再根据相似三角形对应角相等解答.

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 的每条边长增加各自的 10% 得 $\triangle A'B'C'$,

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的三边对应成比例，

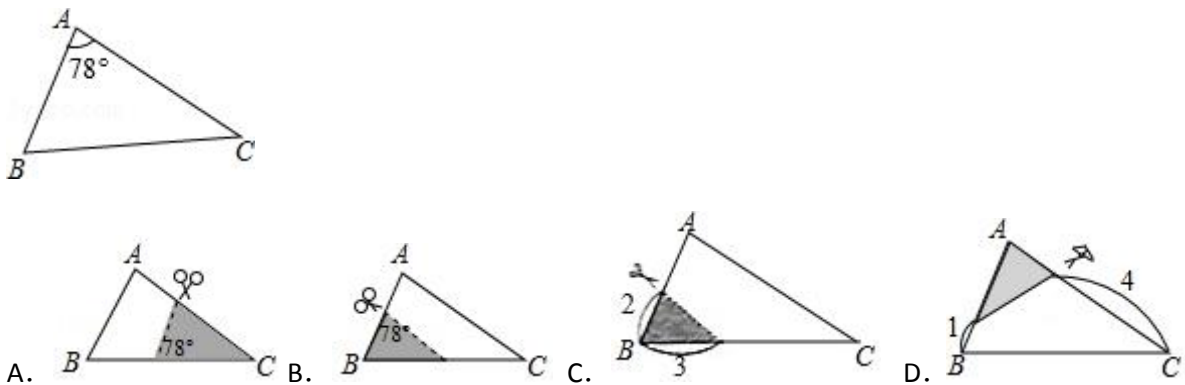
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$,

$\therefore \angle B' = \angle B$.

故选 D.

【点评】本题考查了相似图形，熟练掌握相似三角形的判定是解题的关键.

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 78^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AC = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是（ ）



【考点】S8：相似三角形的判定.

【专题】选择题

【难度】易

【分析】根据相似三角形的判定定理对各选项进行逐一判定即可.

【解答】解：A、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

B、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

C、两三角形的对应边不成比例，故两三角形不相似，故本选项正确.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/647043152161006055>