

专题 4.5 相似三角形的应用【九大题型】

【浙教版】

► 题型梳理

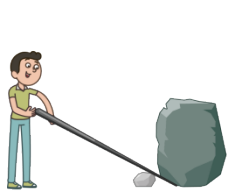
- 【题型 1 杠杆问题】
- 【题型 2 建筑物问题】
- 【题型 3 树高问题】
- 【题型 4 河宽问题】
- 【题型 5 影长问题】
- 【题型 6 实验问题】
- 【题型 7 九章算术】
- 【题型 8 实际生活抽象出相似】
- 【题型 9 三角形内接矩形问题】

► 举一反三

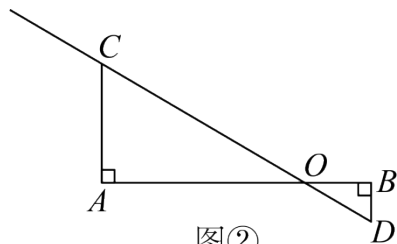
【题型 1 杠杆问题】

【例 1】(2023·吉林白城·校联考三模)

1. 如图①是用杠杆撬石头的示意图，当用力压杠杆时，杠杆绕着支点转动，另一端会向上翘起，石头就被翘动了. 在图②中，杠杆的 D 端被向上翘起的距离 $BD = 9\text{cm}$ ，动力臂 OA 与阻力臂 OB 满足 $OA = 3OB$ (AB 与 CD 相交于点 O)，要把这块石头翘起，至少要将杠杆的 C 点向下压_____ cm .



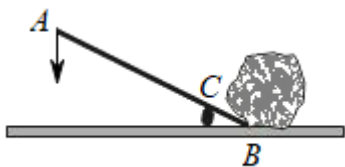
图①



图②

【变式 1-1】(2023 春·河南南阳·九年级统考期末)

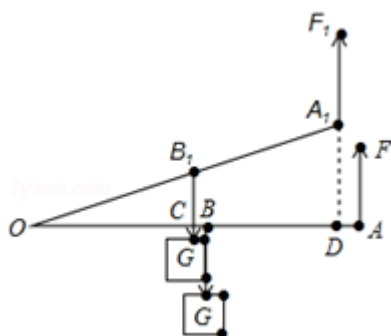
2. 如图是用杠杆撬石头的示意图，点 C 是支点，当用力压杠杆的 A 端时，杠杆绕 C 点转动，另一端 B 向上翘起，石头就被撬动. 现有一块石头，要使其滚动，杠杆的 B 端必须向上翘起 5cm ，已知 $AB:BC = 10:1$ ，要使这块石头滚动，至少要将杠杆的 A 端向下压_____ cm .



【变式 1-2】(2023 春·安徽合肥·九年级合肥市第四十五中学校考期中)

3. 如图, 以点 O 为支点的杠杆, 在 A 端用竖直向上的拉力将重为 G 的物体匀速拉起, 当杠杆 OA 水平时, 拉力为 F ; 当杠杆被拉至 OA_1 时, 拉力为 F_1 , 过点 B_1 作 $B_1C \perp OA$, 过点 A_1 作 $A_1D \perp OA$, 垂足分别为点 C 、 D . ① $\triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D$; ② $OA \cdot OC = OB \cdot OD$; ③ $OC \cdot G = OD \cdot F_1$; ④ $F = F_1$.

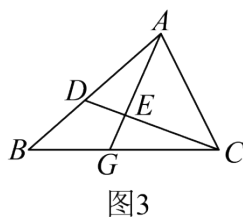
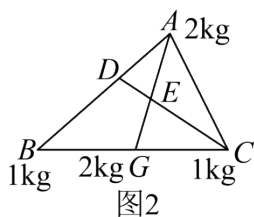
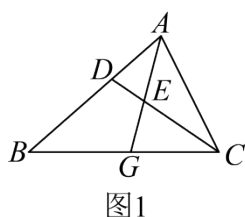
其中正确的说法有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【变式 1-3】(2023 春·江苏泰州·九年级阶段练习)

4. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, G 是 BC 的中点, E 是 AG 的中点, CE 的延长线交 AB 于 D , 求 $AD:BD$



(1) 解: 过 G 作 $GF \parallel AB$, 交 CD 于 F .

请继续完成解答过程:

(2) 创新求解: 利用“杠杆平衡原理”

解答本题: (如图 2) 设 G 点为杠杆 BC 的支点, B 端所挂物体质量为 1kg ; 则 C 端所挂物体质量为 1kg , G 点承受质量为 2kg ; 当 E 点为杠杆 AG 的支点, 则 A 端所挂物体质量为 2kg ;

再以 D 为杠杆 AB 的支点时, $AD:BD = 1\text{kg}:2\text{kg} = 1:2$. 应用: 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, G

是 BC 上一点, E 是 AG 上一点, CE 的延长线交 AB 于 D , 且 $\frac{BG}{CG} = \frac{2}{3}$, $\frac{AE}{EG} = 2$, 求

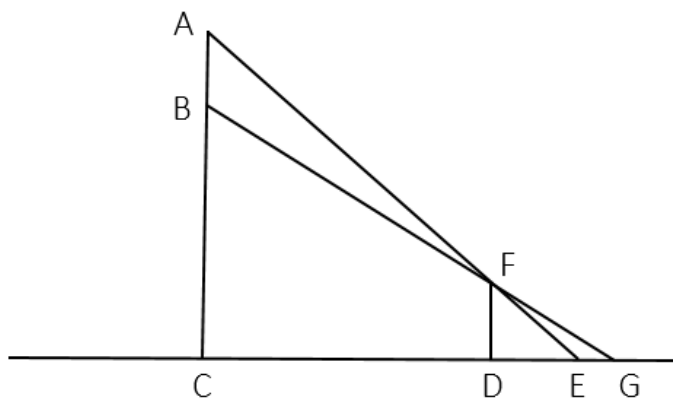
$AD:BD$

解：设 G 点为杠杆 BC 的支点， B 端所挂物体质量为 6kg ，则 C 端所挂物体质量为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{kg}$ ， G 点承受质量为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{kg}$ ；当 E 点为杠杆 AG 的支点，则 A 端所挂物体质量为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{kg}$ ；再以 D 为杠杆 AB 的支点时， $AD:BD=\underline{\hspace{1cm}}$ 。

【题型 2 建筑物问题】

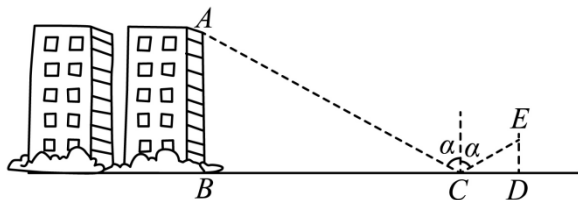
【例 2】（2023 春·江苏·九年级专题练习）

5. 如图，建筑物 BC 上有一个旗杆 AB ，小芳计划用学过的知识测量该建筑物的高度，测量方法如下：在该建筑物底部所在的平地上有一棵小树 FD ，小芳沿 CD 后退，发现地面上的点 E 、树顶 F 、旗杆顶端 A 恰好在一条直线上，继续后退，发现地面上的点 G 、树顶 F 、建筑物顶端 B 恰好在一条直线上，已知旗杆 $AB=3$ 米， $FD=4$ 米， $DE=5$ 米， $EG=1.5$ 米，点 A 、 B 、 C 在一条直线上，点 C 、 D 、 E 、 G 在一条直线上， AC 、 FD 均垂直于 CG ，请你帮助小芳求出这座建筑物的高 BC 。



【变式 2-1】（2023 春·山东济南·九年级期末）

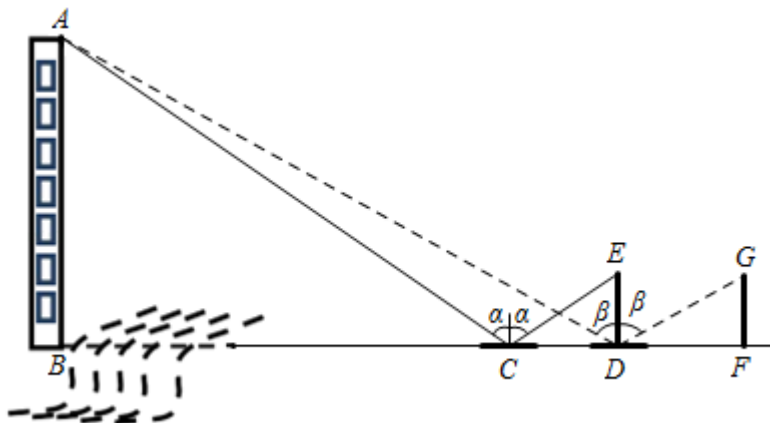
6. 小军想出了一个测量建筑物高度的方法：在地面上点 C 处平放一面镜子，并在镜子上做一个标记，然后向后退去，直至站在点 D 处恰好看到建筑物 AB 的顶端 A 在镜子中的像与镜子上的标记重合（如图）。设小军的眼睛距地面 1.65m ， BC 、 CD 的长分别为 60m 、 3m ，求这座建筑物的高度。



【变式 2-2】（2023 春·江苏·九年级统考期末）

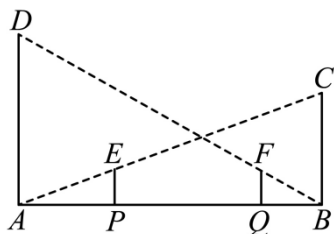
7. 如图，小明想测量河对岸建筑物 AB 的高度，在地面上 C 处放置了一块平面镜，然后从 C 点向后退了 2.4 米至 D 处，小明的眼睛 E 恰好看到了镜中建筑物 A 的像，在 D 处做好标记，将平面镜移至 D 处，小明再次从 D 点后退 2.52 米至 F 处，眼睛 G 恰好又看到了建筑物顶端 A 的像，已知小明眼睛距地面的高度 ED ， GF 均为 1.6 米，求建筑物

AB 的高度. (注: 图中的左侧 α, β 为入射角, 右侧的 α, β 为反射角)



【变式 2—3】(2023 春·四川达州·九年级校考期末)

8. 如图所示, AD 、 BC 为两路灯, 身高相同的小明、小亮站在两路灯杆之间, 两人相距 $6.5m$, 小明站在 P 处, 小亮站在 Q 处, 小明在路灯 C 下的影长为 $2m$, 已知小明身高 $1.8m$, 路灯 BC 高 $9m$. 小明在路灯 BC 下的影子顶部恰好位于路灯 DA 的正下方, 小亮在路灯 AD 下的影子顶部恰好位于路灯 BC 的正下方.

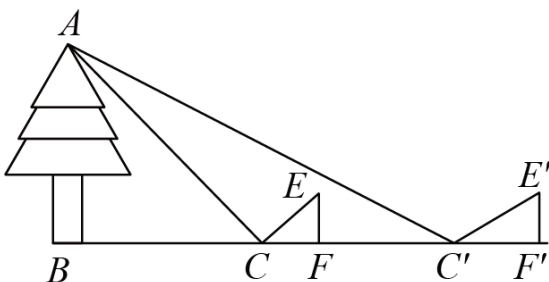


- ① 计算小亮在路灯 D 下的影长;
- ② 计算建筑物 AD 的高.

【题型 3 树高问题】

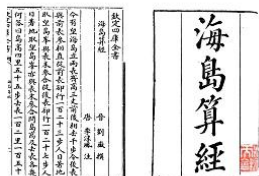
【例 3】(2023 春·陕西咸阳·九年级统考期中)

9. 小军想用镜子测量一棵古松树的高度, 但因树旁有一条小河, 不能测量镜子与树之间的距离, 于是他利用镜子进行两次测量, 如图, 第一次他把镜子放在点 C 处, 他在点 F 处正好在镜中看到树尖 A 的像; 第二次他把镜子放在点 C' 处, 他在点 F' 处正好在镜中看到树尖 A 的像. 已知 $AB \perp BF'$, $EF \perp BF'$, $E'F' \perp BF'$, 小军的眼睛距地面 $1.7m$ (即 $EF=E'F'=1.7m$), 量得 $CC'=12m$, $CF=1.8m$, $C'F'=4.2m$, 求这棵古松树的高度 AB . (镜子大小忽略不计)

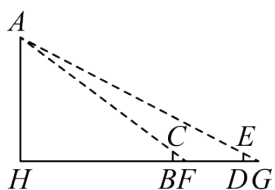


【变式 3-1】(2023 春·江苏盐城·九年级校联考期末)

10. 我国魏晋时期数学家刘徽编撰的最早一部测量数学著作《海岛算经》中有一题: 今有望海岛, 立两表齐高三丈, 前后相去千步, 令后表与前表参相直. 从前表却行一百二十三步, 人目着地, 取望岛峰, 与表末参合. 从后表却行一百二十七步, 人目着地, 取望岛峰, 亦与表末参合. 问岛高几何?

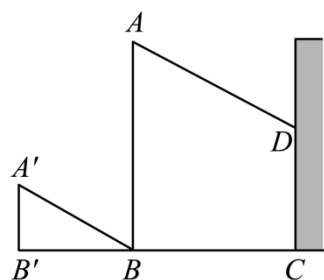


译文: 今要测量海岛上一座山峰 AH 的高度, 在 B 处和 D 处树立标杆 BC 和 DE , 标杆的高都是 3 丈, B 和 D 两处相隔 1000 步 (1 丈=10 尺, 1 步=6 尺), 并且 AH , CB 和 DE 在同一平面内. 从标杆 BC 后退 123 步的 F 处可以看到顶峰 A 和标杆顶端 C 在同一直线上; 从标杆 ED 后退 127 步的 G 处可以看到顶峰 A 和标杆顶端 E 在同一直线上. 则山峰 AH 的高度是_____.



【变式 3-2】(2023 春·九年级单元测试)

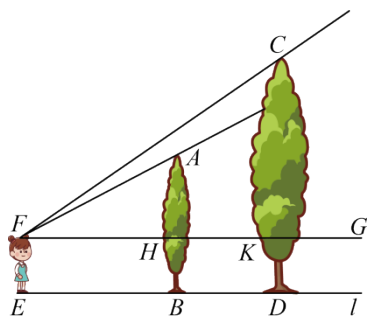
11. 如图所示, 在离某建筑物 4m 处有一棵树, 在某时刻, 1.2m 长的竹竿垂直地面, 影长为 2m, 此时, 树的影子有一部分映在地面上, 还有一部分影子映在建筑物的墙上, 墙上的影高为 2m, 则这棵树高约有多少米()



- A. 6.4 米 B. 5.4 米 C. 4.4 米 D. 3.4 米

【变式 3-3】(2023 春·九年级课时练习)

12. 如图, 左、右并排的两棵大树的高分别为 $AB = 8\text{m}$, $CD = 12\text{m}$, 两树底部的距离 $BD = 5\text{m}$, 王红估计自己眼睛距地面 1.6m. 她沿着连接这两棵树的一条水平直路 l 从左向右前进, 在前进的过程中, 她发现看不到右边较高的树的顶端 C . 此时, 她与左边较矮的树 AB 的水平距离 ()

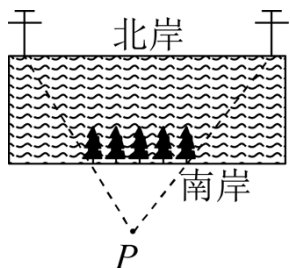


- A. 小于 8m B. 小于 9m C. 大于 8m D. 大于 9m

【题型 4 河宽问题】

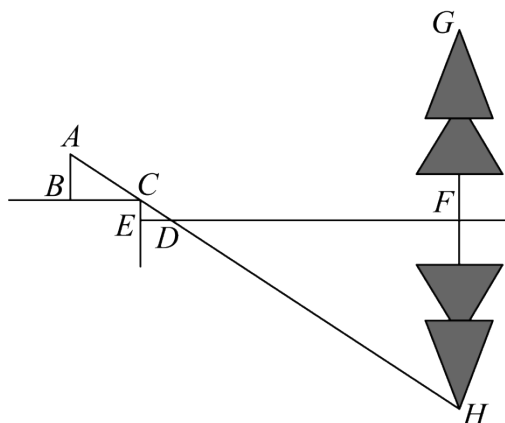
【例 4】(2023 春·安徽安庆·九年级统考期中)

13. 如图所示，一条河流的两岸互相平行，沿南岸有一排大树，每隔 4 米一棵，沿北岸有一排电线杆，每两根电线杆之间的距离为 80 米，一同学站在距南岸 9 米的点 P 处，正好北岸相邻的两根电线杆被南岸的 5 棵树遮挡住，那么这条河流的宽度是 ____ 米.



【变式 4-1】(2023 春·江苏苏州·九年级苏州市振华中学校校考期末)

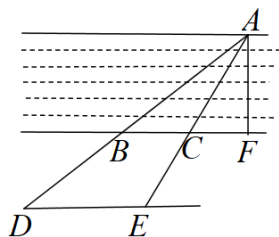
14. 如图，小斌想用学过的知识测算河的宽度 EF . 在河对岸有一棵高 4 米的树 GF ，树 GF 在河里的倒影为 HF ， $GF = HF$ ，小斌在岸边调整自己的位置，当恰好站在点 B 处时看到岸边点 C 和倒影顶点 H 在一条直线上，点 C 到水面 EF 的距离 $CE = 0.8$ 米， $AB = 1.6$ 米， $BC = 2.4$ 米， $AB \perp BC$ ， $CE \perp EF$ ， $FH \perp EF$ ， $GF \perp EF$ ， $BC \parallel EF$ ，视线 AH 与水面 EF 的交点为 D ，请你根据以上测量方法及数据求河的宽度 EF .



【变式 4-2】(2023 春·河南南阳·九年级统考期中)

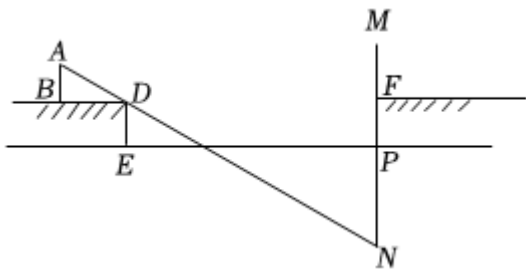
15. 学习相似三角形相关知识后，善于思考的小明和小颖两位同学想通过所学计算桥 AF 的长. 如图，该桥两侧河岸平行，他们在河的对岸选定一个目标作为点 A

，再在河岸的这一边选出点 B 和点 C ，分别在 AB 、 AC 的延长线上取点 D 、 E ，使得 $DE \parallel BC$ 。经测量， $BC = 120$ 米， $DE = 200$ 米，且点 E 到河岸 BC 的距离为 60 米。已知 $AF \perp BC$ 于点 F ，请你根据提供的数据，帮助他们计算桥 AF 的长度。



【变式 4-3】(2023·陕西西安·校考模拟预测)

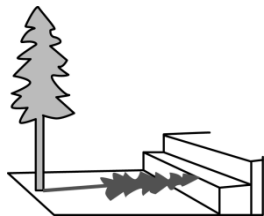
16. 如图，为了估算河面的宽度，即 EP 的长，在离河岸 D 点 2 米远的 B 点，立一根长为 1 米的标杆 AB ，在河对岸的岸边有一块高为 2.5 米的安全警示牌 MF ，警示牌的顶端 M 在河里的倒影为点 N ，即 $PM = PN$ ，两岸均高出水平面 1.25 米，即 $DE = FP = 1.25$ 米，经测量此时 A 、 D 、 N 三点在同一直线上，并且点 M 、 F 、 P 、 N 共线，点 B 、 D 、 F 共线，若 AB 、 DE 、 MF 均垂直于河面 EP ，求河宽 EP 是多少米？



【题型 5 影长问题】

【例 5】(2023 春·安徽蚌埠·九年级统考期中)

17. 在阳光下，一名同学测得一根长为 1 米的垂直地面的竹竿的影长为 0.6 米，同时另一名同学测量树的高度时，发现树的影子不全落在地面上，有一部分落在教学楼的第一级台阶上，测得此影子长为 0.2 米，一级台阶高为 0.3 米，如图所示，若此时落在地面上的影长为 4.42 米，则树高为 ()



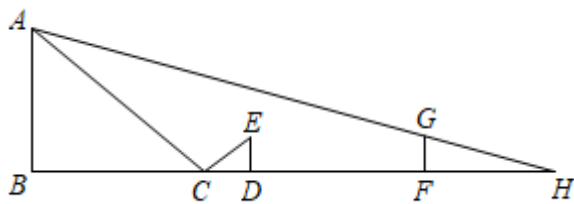
- A. 6.93 米 B. 8 米 C. 11.8 米 D. 12 米

【变式 5-1】(2023 春·安徽安庆·九年级安庆市第四中学校考期中)

18. 为了测量学校旗杆的高度 AB ，数学兴趣小组带着标杆和皮尺来到操场进行测量，测量方案如下：如图，首先，小红在 C 处放置一平面镜，她从点 C 沿 BC

后退，当退行 1.8 米到 D 处时，恰好在镜子中看到旗杆顶点 A 的像，此时测得小红眼睛到地面的距离 ED 为 1.5 米；然后，小明在 F 处竖立了一根高 1.6 米的标杆 FG ，发现地面上的点 H 、标杆顶点 G 和旗杆顶点 A 在一条直线上，此时测得 FH 为 2.4 米， DF 为 3.3 米，已知 $AB \perp BH$ ， $ED \perp BH$ ， $GF \perp BH$ ，点 B 、 C 、 D 、 F 、 H 在一条直线上。

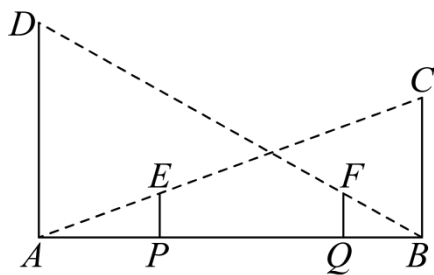
- (1) 直接写出 $\frac{AB}{BC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ；
- (2) 请根据以上所测数据，计算学校旗杆 AB 的高度。



【变式 5-2】(2023 春·安徽亳州·九年级蒙城县第六中学阶段练习)

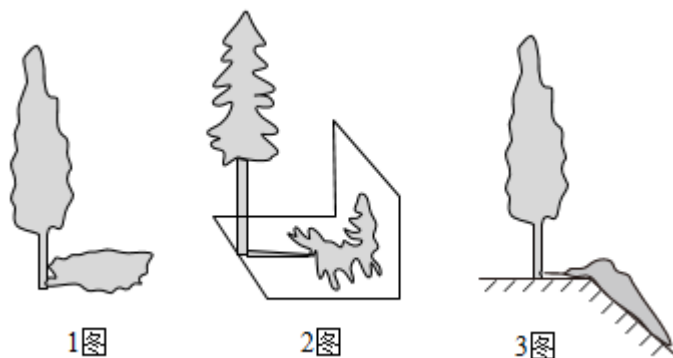
19. 如图所示， AD 、 BC 为两路灯，身高相同的小明、小亮站在两路灯杆之间，两人相距 $6.5m$ ，小明站在 P 处，小亮站在 Q 处，小明在路灯 C 下的影长为 $2m$ ，已知小明身高 $1.8m$ ，路灯 BC 高 $9m$ 。

- ① 计算小亮在路灯 D 下的影长；
- ② 计算建筑物 AD 的高。



【变式 5-3】(2023 春·江苏南通·九年级校考阶段练习)

20. 阅读以下文字并回答问题：在“测量物体的高度”活动中，某数学兴趣小组的 3 名同学选择了测量学校里的三棵树的高度，在同一时刻的阳光下，他们分别做了以下工作：



小芳：测得一根长为 1 米的竹竿的影长为 0.8 米，甲树的影长为 4.08 米（如 1 图）。

小华：发现乙树的影子不全落在地面上，有一部分影子落在教学楼的墙壁上（如 2 图），墙壁上的影长为 1.2 米，落在地面上的影长为 2.4 米。

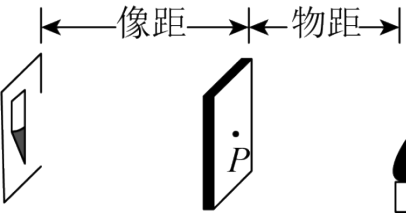
小明：测得丙树落在地面上的影长为 2.4 米，落在坡面上影长为 3.2 米（如 3 图）。身高是 1.6 米的小明站在坡面上，影子也都落坡面上，小芳测得他的影长为 2 米。

- (1) 在横线上直接填写甲树的高度为_____米，乙树的高度为_____米；
- (2) 请求出丙树的高度。

【题型 6 实验问题】

【例 6】（2023 春·江西景德镇·九年级统考期中）

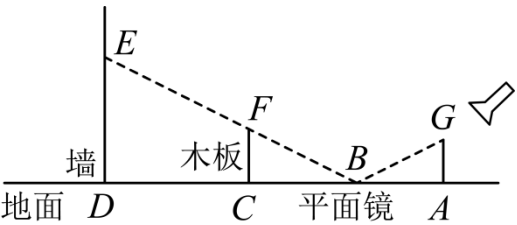
21. 两千多年前，我国学者墨子和他的学生做了小孔成像的实验。他们的做法是：在一间黑暗的屋子里，一面墙上开一个小孔，小孔对面的墙上就会出现外面景物的倒像。小宇在学习了小孔成像的原理后，利用如图所示装置来观察小孔成像的现象。已知一根点燃的蜡烛距小孔（ P ）20cm，光屏在距小孔 30cm 处，小宇测得蜡烛的火焰高度为 4cm，则光屏上火焰所成像的高度为（ ）



- A. 8cm
- B. 6cm
- C. 5cm
- D. 4cm

【变式 6-1】（2023 春·陕西西安·九年级校考开学考试）

22. 如图，嘉嘉同学正在使用手电筒进行物理光学实验，地面上从左往右依次是墙、木板和平面镜。手电筒的灯泡在点 G 处，手电筒的光从平面镜上点 B 处反射后，恰好经过木板的边缘点 F ，落在墙上的点 E 处，点 E 到地面的高度 $DE = 3.5\text{m}$ ，点 F 到地面的高度 $CF = 1.5\text{m}$ ，灯泡到木板的水平距离 $AC = 5.4\text{m}$ ，墙到木板的水平距离为 $CD = 4\text{m}$ 。已知光在镜面反射中的入射角等于反射角，图中点 A 、 B 、 C 、 D 在同一水平面上。求灯泡到地面的高度 AG 。



【变式 6-2】（2023·陕西西安·校考一模）

23. **【学科融合】**如图 1，在反射现象中，反射光线、入射光线和法线都在同一个平面内，反射光线和入射光线分别位于法线两侧：入射角 i 等于反射角 r ，这就是光的反射定律。

【问题解决】如图2，小红同学正在使用手电筒进行物理光学实验，地面上从左往右依次是墙，木板和平面镜，手电筒的灯泡在点 G 处，手电筒的光从平面镜上点 B 处反射后，恰好经过木板的边缘点 F ，落在墙上的点 E 处，点 E 到地面的高度 $DE = 3.5\text{m}$ ，点 FE 到地面的高度 $CF = 1.5\text{m}$ ，灯泡到木板的水平距离 $AC = 5.4\text{m}$ ，木板到墙的水平距离为 $CD = 4\text{m}$ ．图中 A, B, C, D 在同一条直线上，求灯泡到地面的高度 AG ．

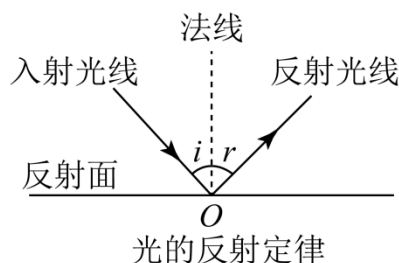


图1

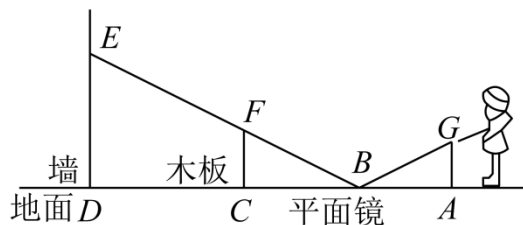
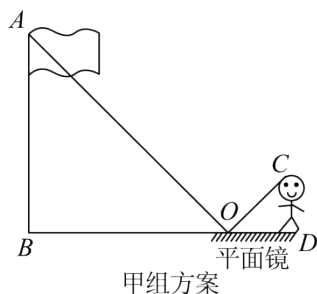


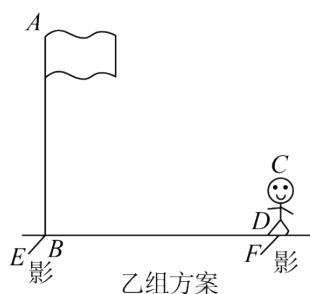
图2

【变式6-3】（2023春·河北唐山·九年级校考期末）

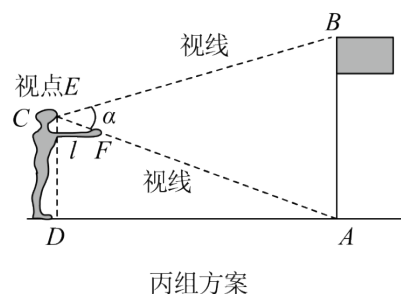
24. 某校九年级一班的一节数学活动课安排了测量操场上竖直的悬挂国旗的旗杆的高度．甲、乙、丙三个学习小组设计的测量方案如图所示：甲组测得图中 $BO = 60$ 米， $OD = 3.4$ 米， $CD = 1.7$ 米；乙组测得图中， $CD = 1.5$ 米，同一时刻影长 $FD = 0.9$ 米， $EB = 18$ 米；丙组测得图中， $CD \parallel EF \parallel AB$ ， $l \parallel AD$ ， $AD = 90$ 米， $EF = 0.2$ 米，人的臂长 l 为 0.6 米，请你任选两种方案，利用实验数据求出该校旗杆的高度．



甲组方案



乙组方案

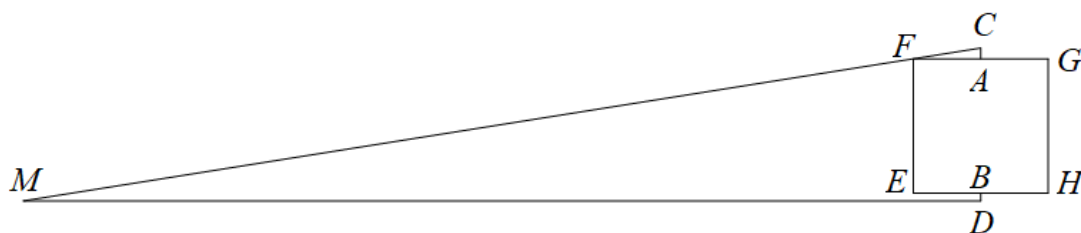


丙组方案

【题型7 九章算术】

【例7】（2023·河北·统考二模）

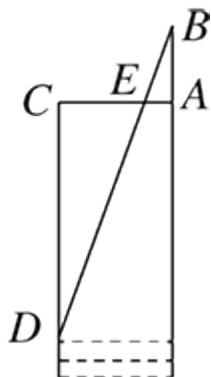
25. 《九章算术》的“勾股”章中有这样一个问题：“今有邑方不知大小，各中开门．出北门二十步有木，出南门十四步，折而西行一千七百七十五步见木．问邑方几何？”大意是：如图，四边形 $EFGH$ 是一座正方形小城，北门 A 位于 FG 的中点，南门 B 位于 EH 的中点．从北门出去正北方向20步远的 C 处有一树木，从南门出去向南行走14步，再向西行走1775步，恰好能看见 C 处的树木，则正方形小城的边长为（ ）



- A. 105 步 B. 200 步 C. 250 步 D. 305 步

【变式 7-1】(2023 春·福建泉州·九年级晋江市第一中学校考期中)

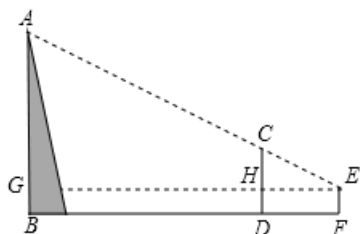
26. 《九章算术》中记载了一种测量古井水面以上部分深度的方法. 如图所示, 在井口 A 处立一根垂直于井口的木杆 AB , 从木杆的顶端 B 观察井水水岸 D , 视线 BD 与井口的直径 AC 交于点 E , 如果测得 $AB=1$ 米, $AC=1.6$ 米, $AE=0.4$ 米, 那么 CD 为 () 米.



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【变式 7-2】(2023 春·浙江·九年级专题练习)

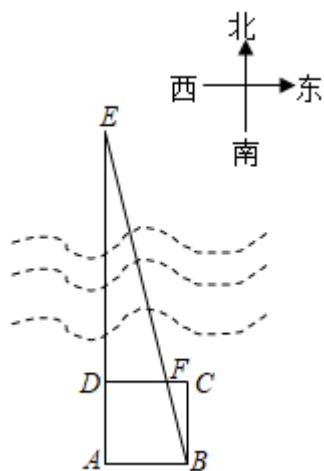
27. 《九章算术》中有这样一道题 如图, 今有山 AB 位于树的西面, 山高 AB 为未知数, 山与树相距 53 里, 树高 9 丈 5 尺, 人站在离树 3 里的地方, 观察到树梢 C 恰好与山峰 A 处在同一斜线上, 人眼离地 7 尺, 则山 AB 的高为 (保留到整数, 1 丈=10 尺) ()



- A. 162 丈 B. 163 丈 C. 164 丈 D. 165 丈

【变式 7-3】(2023 春·九年级单元测试)

28. 《九章算术》中记载了一种测距的方法. 如图, 有座塔在河流北岸的点 E 处, 一棵树位于河流南岸的点 A 处, 从点 A 处开始, 在河流南岸立 4 根标杆, 以这 4 根标杆为顶点, 组成边长为 10 米的正方形 $ABCD$, 且 A, D, E 三点在一条直线上, 在标杆 B 处观察塔 E , 视线 BE 与边 DC 相交于点 F , 如果测得 $FC=4$ 米, 那么塔与树的距离 AE 为 米.



【题型 8 实际生活抽象出相似】

【例 8】(2023 春·全国·九年级专题练习)

29. 图 1 是一种手机托架，使用该手机托架示意图如图 3 所示，底部放置手机处宽 $AB=1.2$ 厘米，托架斜面长 $BD=6$ 厘米，它有 C 到 F 共 4 个档位调节角度，相邻两个档位间的距离为 0.8 厘米，档位 C 到 B 的距离为 2.4 厘米. 将某型号手机置于托架上（图 2），手机屏幕长 AG 是 15 厘米，O 是支点且 $OB=OE=2.5$ 厘米（支架的厚度忽略不计）. 当支架调到 E 档时，点 G 离水平面的距离 GH 为_____cm.



图 1



图 2

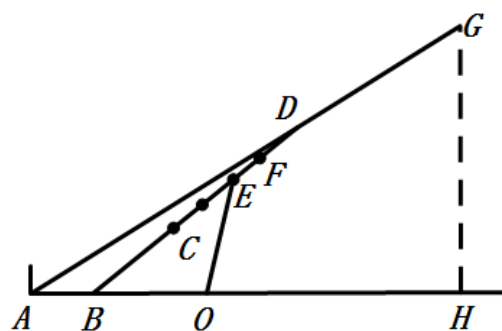


图 3

【变式 8-1】(2023 春·浙江温州·九年级校考阶段练习)

30. 一种燕尾夹如图 1 所示，图 2 是在闭合状态时的示意图，图 3 是在打开状态时的示意图（数据如图，单位：mm），则从闭合到打开 B，D 之间的距离减少了（ ）



图1

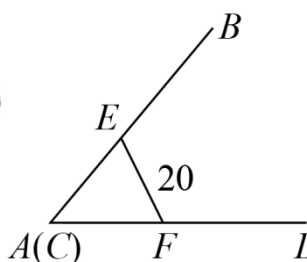


图2

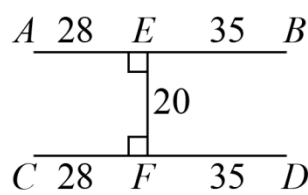


图3

A. 25 mm

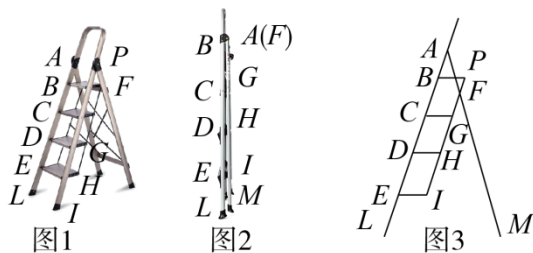
B. 20mm

C. 15 mm

D. 8mm

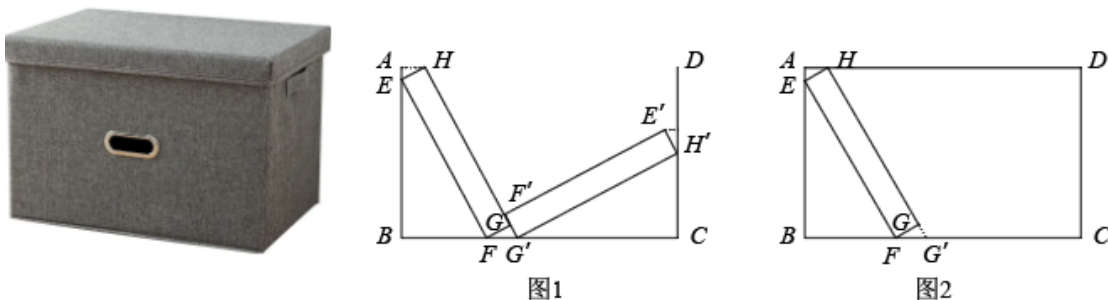
【变式 8-2】(2023 春·浙江湖州·九年级统考期末)

31. 如图 1 是一个家用折叠梯子, 使用时四个踏板都是平行于地面且全等的矩形, 已知踏板宽 $BF = 20\text{cm}$, $BC = CD = DE = EL = 25\text{cm}$, 将踏板往上收起时 (如图 2), 点 A 与点 F 重合, 此时, 踏板可以看作与支架 AL 重合, 将梯子垂直摆放时, 点 A 离地面的高度 AL 为_____ cm . 图 3 是图 1 的简略视图, 若点 H 恰好在点 A 的正下方, 此时点 A 到地面 LM 的高度是_____.



【变式 8-3】 (2023·九年级单元测试)

32. 将一本高为17cm（即 $EF=17\text{cm}$ ）的词典放入高（ AB ）为16cm的收纳盒中（如图1），恰好能盖上盒盖时，测得底部 F 离收纳盒最左端 B 处8cm，若此时将词典无滑动向右倒，书角 H 的对应点 H' 恰为 CD 中点.



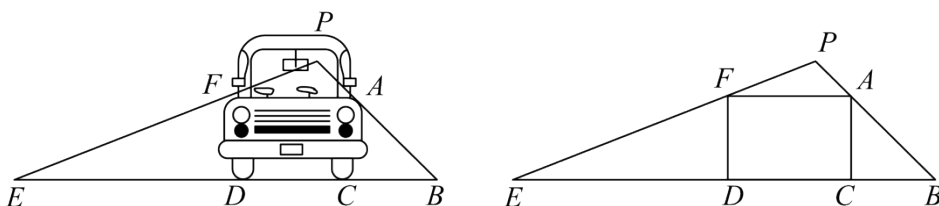
(1) 收纳盒的长 $BC =$ _____ ;

(2) 现将若干本同样的词典放入此有盖的收纳盒中，如图 2 放置，则最多有_____本书可与边 BC 有公共点.

【题型 9 三角形内接矩形问题】

【例 9】（2023 春·河南平顶山·九年级校考期中）

33. 如图, EB 为驾驶员的盲区, 驾驶员的眼睛点 P 处与地面 BE 的距离为 1.6 米, 车头 $FACD$ 近似看成一个矩形, 且满足 $3FD = 2FA$, 若盲区 EB 的长度是 6 米, 求车宽 FA 的长度.



【变式 9-1】(2023 春·河北邯郸·九年级统考期中)

34. 如图 1, 课本中有一道例题: 有一块三角形余料 ABC , 它的边 $BC = 120mm$, 高 $AD = 80mm$. 要把它加工成正方形零件, 使正方形的一边在 BC 上, 其余两个顶点分别在 AB , AC 上. 设 $PN = xmm$, 用 x 的代数式表示 $AE = \underline{\hspace{2cm}} mm$, 由 $PN \parallel BC$, 可得 $\triangle APN \sim \triangle ABC$, 再利用相似三角形对应高的比等于相似比, 可求得 $PN = \underline{\hspace{2cm}} mm$.

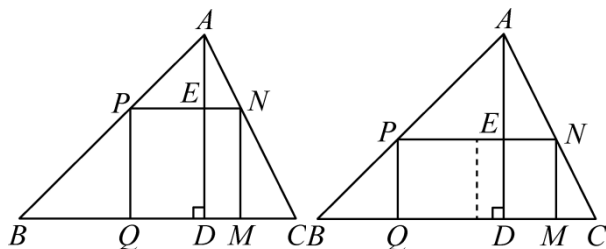


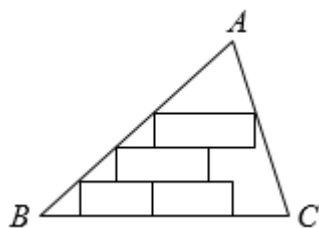
图1

图2

拓展: 原题中要加工的零件是一个矩形, 且此矩形是由两个并排放置的正方形所组成, 如图 2, 此时, $PN = \underline{\hspace{2cm}} mm$.

【变式 9-2】(2023 春·河北石家庄·九年级石家庄二十三中校考阶段练习)

35. 有一块锐角三角形余料 $\triangle ABC$, 边 BC 为 $15cm$, BC 边上的高为 $12cm$, 现要把它分割成若干个邻边长分别为 $5cm$ 和 $2cm$ 的小长方形零件, 分割方式如图所示 (分割线的耗料不计), 使最底层的小长方形的长为 $5cm$ 的边在 BC 上, 则按如图方式分割成的小长方形零件最多有 .



【变式 9-3】(2023·全国·九年级专题练习)

36. 阅读理解:

如图 1, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 点 E 、 F 分别在 AB 和 AC 边上, 且 $EF \parallel BC$, 可以得到以下

结论: $\frac{AH}{AD} = \frac{EF}{BC}$.

拓展应用:

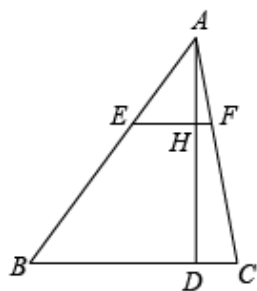


图1

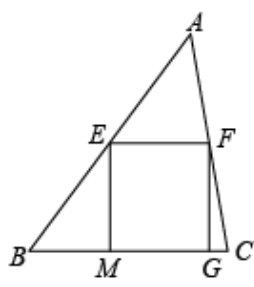


图2

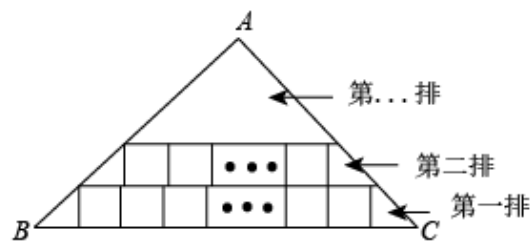


图3

(1)如图 2，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=3$ ， BC 边上的高为 4，在 $\triangle ABC$ 内放一个正方形 $EFGM$ ，使其一边 GM 在 BC 上，点 E 、 F 分别在 AB 、 AC 上，则正方形 $EFGM$ 的边长是多少？

(2)某葡萄酒庄欲在展厅的一面墙上，布置一个腰长为 100cm ，底边长为 160cm 的等腰三角形展台。现需将展台用隔板沿平行于底边，每间隔 10cm 分隔出一排，再将每一排尽可能多的分隔成若干个无盖正方体格子，要求每个正方体格子内放置一瓶葡萄酒。平面设计图如图 3 所示，将底边 BC 的长度看作是 0 排隔板的长度。

①在分隔的过程中发现，当正方体间的隔板厚度忽略不计时，每排的隔板长度（单位：厘米）随着排数（单位：排）的变化而变化。请完成下表：

排数/排	0	1	2	3	...
隔板长度/厘米	160	_____	_____	_____	...

若用 n 表示排数， y 表示每排的隔板长度，试求出 y 与 n 的关系式；

②在①的条件下，请直接写出该展台最多可以摆放多少瓶葡萄酒？

参考答案:

1. 27

【分析】首先根据题意构造出相似三角形，然后根据相似三角形的对应边成比例求得端点 C 向下压的长度.

【详解】解：由题意得， $AC \parallel BD$ ，

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle BOD,$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{AO}{BO},$$

$$\because AO = 3OB,$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{AO}{BO} = 3,$$

$$\therefore AC = 3BD = 27\text{cm},$$

$\therefore$ 至少要将杠杆的 C 点向下压 27cm ，

故答案为：27.

【点睛】本题考查相似三角形的判定与性质的实际应用，正确地构造相似三角形是解题的关键.

2. 45

【分析】如图： AM 、 BN 都与水平线的垂直， M 、 N 是垂足，则 $AM \parallel BN$ ，即 $\triangle ACM \sim \triangle BCN$ ，然后根据相似三角形的对应边成比例求解即可.

【详解】解：如图， AM 、 BN 都与水平线的垂直， M 、 N 是垂足，则 $AM \parallel BN$ ，

$$\therefore AM \parallel BN,$$

$$\therefore \triangle ACM \sim \triangle BCN,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{BN},$$

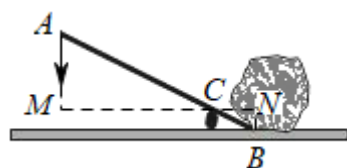
$$\because AB:BC = 10:1,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{BN} = 9, \text{ 即 } AM = 9BN,$$

$$\therefore \text{当 } BN \geq 5\text{cm 时, } AM \geq 45\text{cm},$$

故要使这块石头滚动，至少要将杠杆的 A 端向下压 45cm .

故答案为：45.



【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定与性质的实际应用，正确作出辅助线、构造相似三角形是解题的关键.

3. D

【分析】根据在同一平面内，垂直于同一直线的两直线互相平行判断出 $B_1C \parallel A_1D$ ，然后求出 $\triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D$ ，判断出①正确；根据相似三角形对应边成比例列式求解即可得到②正确；根据杠杆平衡原理：动力 $\times$ 动力臂=阻力 $\times$ 阻力臂列式判断出③正确；求出 F 的大小不变，判断出④正确.

【详解】 $\because B_1C \perp OA, A_1D \perp OA,$

$\therefore B_1C \parallel A_1D,$

$\therefore \triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D$ ，故①正确；

$\because \triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D,$

$$\therefore \frac{OC}{OD} = \frac{OB_1}{OA_1},$$

由旋转的性质得， $OB=OB_1, OA=OA_1,$

$\therefore OA \cdot OC = OB \cdot OD$ ，故②正确；

由杠杆平衡原理， $OC \cdot G = OD \cdot F_1$ ，故③正确；

$$\therefore \frac{F_1}{G} = \frac{OC}{OD} = \frac{OB_1}{OA_1} = \frac{OB}{OA} \text{ 是定值,}$$

$\therefore F_1$ 的大小不变，

$\therefore F = F_1$ ，故④正确.

综上所述，说法正确的是①②③④.

故选 D.

4. (1) $AD: BD = 1:2$; (2) 4, 10, 5, 6:5.

【分析】(1) 如图 1，过 G 作 $GF \parallel AB$ ，交 CD 于 F ，得到 $\triangle EFG \sim \triangle ADE$ ，根据相似三角形的想知道的 $\frac{GF}{AD} = \frac{EG}{AF}$ ，求得 $GF = AD$ ，根据 $\triangle CGF \sim \triangle CBD$ ，得到 $\frac{GF}{BD} = \frac{CO}{BC}$ ，即可得到结论；

(2) 根据题目中提供的解题思路和方法，结合 (1) 的结论即可得到答案.

【详解】解：(1) 如图 1，过 G 作 $GF \parallel AB$ ，交 CD 于 F ，

$\therefore \triangle EFG \sim \triangle ADE,$

$$\therefore \frac{GF}{AD} = \frac{EG}{AE},$$

$\because E$ 是 AG 的中点,

$$\therefore \frac{GF}{AD} = 1,$$

$$\therefore GF = AD,$$

$$\because GF \parallel BD,$$

$$\therefore \triangle CGF \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \frac{GF}{BD} = \frac{CG}{BC},$$

$\because G$ 是 BC 的中点,

$$\therefore \frac{GF}{BD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AD: BD = 1:2;$$

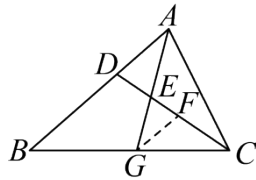


图 2

(2) 设 G 点为杠杆 BC 的支点, B 端所挂物体质量为 6kg ,

$$\because \frac{BG}{CG} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore C \text{ 端所挂物体质量: } B \text{ 端所挂物体质量} = \frac{BG}{CG} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore C \text{ 端所挂物体质量} = 4\text{kg}, G \text{ 点承受质量} = C \text{ 端所挂物体质量} + B \text{ 端所挂物体质量} = 10\text{kg};$$

当 E 点为杠杆 AG 的支点,

$$\because \frac{AE}{EG} = 2,$$

$$\therefore A \text{ 端所挂物体质量: } G \text{ 点承受质量} = 1:2,$$

$$\therefore A \text{ 端所挂物体质量} = 5\text{kg};$$

以 D 为杠杆 AB 的支点时, $AD: BD = B \text{ 端所挂物体质量: } A \text{ 端所挂物体质量} = 6:5$.

故答案为 4, 10, 5, 6:5.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定和性质, 学生的阅读理解能力, 正确理解题意并能根据例子解决问题是解题的关键.

5. 这座建筑物的高 BC 为 14 米.

【分析】根据相似三角形的判定和性质得出 CD , 进而解答即可.

【详解】解：由题意可得， $\angle ACE = \angle FDE = 90^\circ$ ， $\angle AEC = \angle FED$ ，

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle FDE$ ，

$$\therefore \frac{AC}{FD} = \frac{CE}{DE}, \text{ 即 } \frac{3+BC}{4} = \frac{CD+5}{5},$$

$$\therefore CD = \frac{5BC-5}{4},$$

由题意可得， $\angle BCG = \angle FDG = 90^\circ$ ， $\angle BGC = \angle FGD$ ，

$\therefore \triangle BCG \sim \triangle FDG$ ，

$$\therefore \frac{BC}{FD} = \frac{CG}{DG}, \text{ 即 } \frac{BC}{4} = \frac{CD+5+1.5}{5+1.5},$$

$$\therefore 6.5BC = 4(CD+6.5),$$

$$\therefore 6.5BC = 4 \times \frac{5BC-5}{4} + 26,$$

$$\therefore BC = 14,$$

$\therefore$ 这座建筑物的高 BC 为 14 米.

【点睛】此题考查相似三角形的判定和性质的应用，关键是根据相似三角形的判定和性质解答.

6. 33 米

【分析】利用相似三角形的判定与性质得出 $\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC}$ ，进而得出 AB 的长.

【详解】解：由题意可得： $\angle ABC = \angle EDC$ ， $\angle ACB = \angle ECD$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ ，

$$\therefore \frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC},$$

$\therefore$ 小军的眼睛距地面 1.65m，BC、CD 的长分别为 60m、3m，

$$\therefore \frac{AB}{1.65} = \frac{60}{3},$$

解得： $AB = 33$ ，

答：这座建筑物的高度为 33m.

【点睛】本题考查相似三角形的判定和性质的应用. 结合平面镜成像的特点证明两个三角形相似是解题的关键.

7. 32 米

【分析】易得 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ 以及 $\triangle ABD \sim \triangle GFD$ ，根据相似三角形的性质得到关于 x 和 y 的方程组，求解即可.

【详解】解：设 AB 为 xm ， BC 为 ym ，

根据题意知， $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ ，有 $\frac{x}{y} = \frac{1.6}{2.4}$ ①.

$\triangle ABD \sim \triangle GFD$ ，有 $\frac{x}{y+2.4} = \frac{1.6}{2.52}$ ②.

联立①②，得 $x=32$.

答：建筑物 AB 的高度为 $32m$.

【点睛】本题考查相似三角形的实际应用，掌握相似三角形的性质是解题的关键.

8. ①1.5 米 ②12 米

【分析】①根据 $EP \perp AB, CB \perp AB$ ，找到 $\angle EPA = \angle CBA = 90^\circ$ ，求证出 $\triangle EAP \sim \triangle CAB$ 根据相似三角形对应边成比例代入数据即可

②根据 $FQ \perp AB, AD \perp AB$ ，找到 $\angle BFQ = \angle BDA$ 求证出 $\triangle BFQ \sim \triangle BDA$ ，根据对应边成比例代入数据计算即可

【详解】① $\because EP \perp AB, CB \perp AB$,

$$\therefore \angle EPA = \angle CBA = 90^\circ,$$

$$\because \angle EAP = \angle CAB,$$

$$\therefore \triangle EAP \sim \triangle CAB$$

$$\therefore \frac{EP}{BC} = \frac{AP}{AB},$$

$$\therefore \frac{1.8}{9} = \frac{2}{AB},$$

$$\therefore AB=10,$$

$$\therefore BQ = 10 - 2 - 6.5 = 1.5,$$

即小亮在路灯 D 下的影长是 1.5 米.

$$\textcircled{2} \because FQ \perp AB, AD \perp AB,$$

$$\therefore FQ \parallel AD,$$

$$\therefore \angle BFQ = \angle BDA,$$

$$\because \angle BQF = \angle BAD,$$

$$\therefore \triangle BFQ \sim \triangle BDA$$

$$\therefore \frac{BQ}{BA} = \frac{FQ}{DA},$$

$$\therefore \frac{1.5}{10} = \frac{1.8}{DA},$$

解得 $DA=12$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/647053141105006142>