2.7一元二次方程的根与系数的关系

韦达定理

复习提问

1写出一元二次方程的一般式

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a\neq 0)$$

2一元二次方程求根公式。

$$X_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

观察、思考两根和、两根**积**与系数的关系。

若 x_1，x_2 是 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）的两个根

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.(b^2-4ac\geq 0)$$

韦达定理的证明：

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_1+x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-2b}{2a}=\frac{-b}{a}$$

$$x_1x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\bullet\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{(-b)^2-(\sqrt{b^2-4ac})^2}{4a^2}=\frac{4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

一元二次方程的根与系数的关系：

（**韦**达定理）

如果方程$ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) 的两个根是X_1，X_2

那么$X_1+X_2=-\frac{b}{a}$，$X_1X_2=\frac{c}{a}$

注：能用**韦**达定理的前提条件**为**$\Delta\geqslant 0$

韦达（1540－1603）

韦达定理的作用：

一、求两根之和与两根之积：

1、$x^2-2x-1=0$ $x_1+x_2=2$ $x_1 x_2=-1$

2、$2x^2-3x+\frac{1}{2}=0$ $x_1+x_2=\frac{3}{2}$ $x_1 x_2=\frac{1}{4}$

3、$2x^2-6x=0$ $x_1+x_2=3$ $x_1 x_2=0$

4、$3x^2=4$ $x_1+x_2=0$ $x_1 x_2=-\frac{4}{3}$

（二. 验根）判定下列各方程后面的两个数是不是它的两个根。

1 $2x^2-3x+1=0\ (3,1)$

2 $3x^2+5x-2=0\ \left(\frac{5}{3},-\frac{2}{3}\right)$

3 $x^2-4x+1=0\ \left(-2+\sqrt{3},-2-\sqrt{3}\right)$

三、已知方程一根，求另一根。

已知方程**$5x^2+kx-6=0$**的一根是**2**，求它的另一根及***k***的**值**。

法1∵ 2是方程 $5x^2+kx-6=0$ 的根

$$5\times2^2+k\times2-6=0,\quad\therefore\quad k=-7$$

$\therefore\quad 5x^2-7x-6=0$

$\therefore\quad x_1=-\frac{3}{5},x_2=2$

法2、已知方程$x^2-(k+1)x+3k=0$的一个根是2，求它的另一个根及k的**值**。

解二：**设**方程的另一个根为x_1.

由**韦**达定理，得 $\begin{cases} x_1+2=k+1 \\ x_1 \cdot 2=3k \end{cases}$

解**这**方程**组**，得 $\begin{cases} x_1=-3 \\ k=-2 \end{cases}$

答：方程的另一个根是－3，k的**值**是－2。