2022-2023 学年天一大联考高三第一次教学质量检测试题数学试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f(x)=\sin(2019x+\frac{\pi}{4})+\cos(2019x-\frac{\pi}{4})$ 的最大值为 M，若存在实数 m,n，使得对任意实数 x 总有 $f(m)\le f(x)\le f(n)$ 成立，则 $M\cdot|m-n|$ 的最小值为（　）

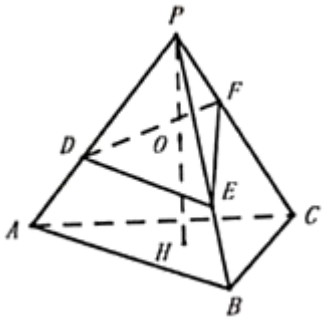
A．$\frac{\pi}{2019}$　　B．$\frac{2\pi}{2019}$　　C．$\frac{4\pi}{2019}$　　D．$\frac{\pi}{4038}$

2．若 $x>0,y>0$，则“$x+2y=2\sqrt{2xy}$”的一个充分不必要条件是

A．$x=y$　　B．$x=2y$

C．$x=2$ 且 $y=1$　　D．$x=y$ 或 $y=1$

3．如图，正四面体 $P-ABC$ 的体积为 V，底面积为 S，O 是高 PH 的中点，过 O 的平面 α 与棱 PA、PB、PC 分别交于 D、E、F，设三棱锥 $P-DEF$ 的体积为 V_0，截面三角形 DEF 的面积为 S_0，则（　　）



A．$V\le 8V_0$，$S\le 4S_0$　　B．$V\le 8V_0$，$S\ge 4S_0$

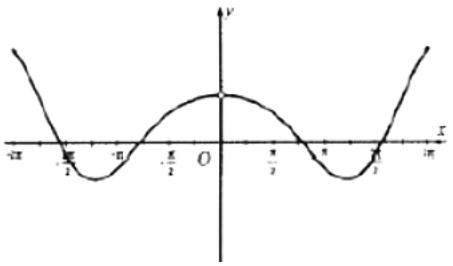
C．$V\ge 8V_0$，$S\le 4S_0$　　D．$V\ge 8V_0$，$S\ge 4S_0$

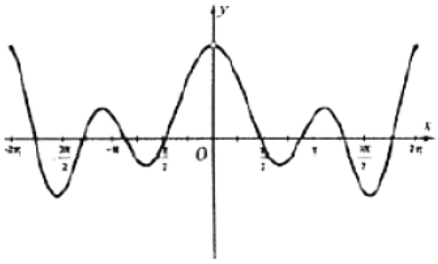
4．已知集合 $A=\{x|x^2-3x-10<0\}$，集合 $B=\{x|-1\le x<6\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）

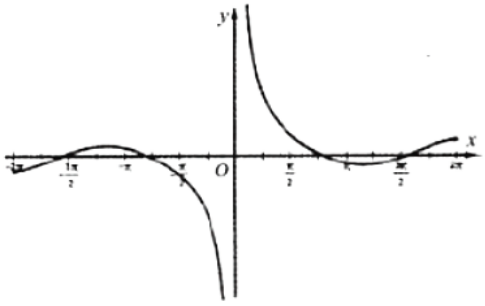
A．$\{x|-1<x<5\}$　　B．$\{x|-1\le x<5\}$

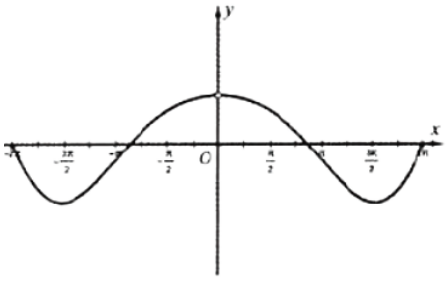
C．$\{x|-2<x<6\}$　　D．$\{x|-2<x<5\}$

5．函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}+\dfrac{x^2\cos x}{20}$ 在 $[-2\pi,0)\cup(0,2\pi]$ 上的图象大致为(　　)

A．

B．

C．

D．

6．设 $(1+i)a=1+bi$，其中 *a*，*b* 是实数，则 $|a+2bi|=$（　　）

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

7．复数 $z=\dfrac{i}{1+2i}$ 的共轭复数在复平面内所对应的点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

8．将函数 $f\left(x\right)=\cos 2x$ 图象上所有点向左平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g\left(x\right)$ 的图象，如果 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,a\right]$ 上单调递减，那么实数 a 的最大值为（　　）

A．$\dfrac{\pi}{8}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{3}{4}\pi$

9．已知 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(m,m+3)$，$\vec{c}=(m-2,-1)$，若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $\vec{b}\cdot\vec{c}=$（　　）

A．-7　　B．-3　　C．3　　D．7

10．上世纪末河南出土的以鹤的尺骨（翅骨）制成的“骨笛”（图 1），充分展示了我国古代高超的音律艺术及先进的数学水平，也印证了我国古代音律与历法的密切联系.图 2 为骨笛测量“春（秋）分”，“夏（冬）至”的示意图，图 3 是某骨笛的部分测量数据（骨笛的弯曲忽略不计），夏至（或冬至）日光（当日正午太阳光线）与春秋分日光（当日正午太阳光线）的夹角等于黄赤交角.

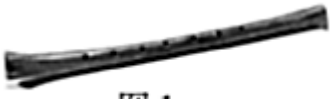


图 1

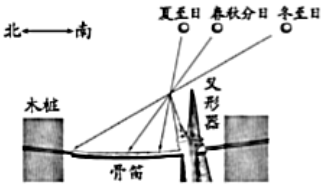


图 2

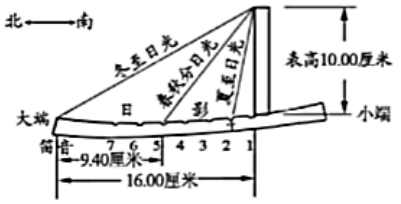


图 3

由历法理论知，黄赤交角近 1 万年持续减小，其正切值及对应的年代如下表：

黄赤交角	23°41′	23°57′	24°13′	24°28′	24°44′
正切值	**0.439**	**0.444**	**0.450**	**0.455**	**0.461**
年代	公元元年	公元前 2000 年	公元前 4000 年	公元前 6000 年	公元前 8000 年

根据以上信息，通过计算黄赤交角，可估计该骨笛的大致年代是(　　)

A．公元前 2000 年到公元元年　　**B．公元前 4000 年到公元前 2000 年**

C．公元前 6000 年到公元前 4000 年　　**D．早于公元前 6000 年**

11．已知某批零件的长度误差（单位：毫米）服从正态分布 $N\left(0,3^2\right)$，从中随机取一件，其长度误差落在区间（3,6）内的概率为（ ）

（附：若随机变量 ξ 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma\right)=68.26\%$，

$P\left(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma\right)=95.44\%$．）

A．4.56%　　**B．13.59%**　　**C．27.18%**　　**D．31.74%**

12．已知函数 $f(x)=\ln x+ax+b$ 的图象在点 $(1,a+b)$ 处的切线方程是 $y=3x-2$，则 $a-b=$（　　）

A．2　　**B．3**　　**C．-2**　　**D．-3**

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某外商计划在 4 个候选城市中投资 3 个不同的项目，且在同一个城市投资的项目不超过 2 个，则该外商不同的投资方案有____种．

14．若 $|x|\le\frac{1}{2}$ 且 $x\neq0$ 时，不等式 $\left|ax^2-x-a\right|\ge2|x|$ 恒成立，则实数 *a* 的取值范围为_____．

15．在 $(\sqrt{x}-\frac{2}{x})^n$ 的二项展开式中，所有项的二项式系数之和为 256，则 $n=$_____，x 项的系数等于_____．

16．函数 $f(x)=\cos x-\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 的零点个数为_____．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=1+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数，$0\le\alpha<\pi$）．在以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标中，曲线 C：$\rho=4\cos\theta$．

（1）当$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$时，求C与l的交点的极坐标；

（2）直线l与曲线C交于A，B两点，线段AB中点为$M(1,1)$，求$|AB|$的值.

18.（12分）在直角坐标系xOy中，已知点$P(1,0)$，若以线段PQ为直径的圆与y轴相切.

（1）求点Q的轨迹C的方程；

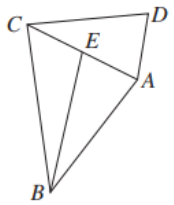
（2）若C上存在两动点A，B（A，B在x轴异侧）满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=32$，且$\triangle PAB$的周长为$2|AB|+2$，求$|AB|$的值.

19.（12分）已知圆$O_1:(x+1)^2+y^2=8$上有一动点Q，点O_2的坐标为$(1,0)$，四边形QO_1O_2R为平行四边形，线段O_1R的垂直平分线交O_2R于点P.

（Ⅰ）求点P的轨迹C的方程；

（Ⅱ）过点O_2作直线与曲线C交于A，B两点，点K的坐标为$(2,1)$，直线KA，KB与y轴分别交于M，N两点，求证：线段MN的中点为定点，并求出$\triangle KMN$面积的最大值.

20.（12分）如图在四边形$ABCD$中，$BA=\sqrt{3}$，$BC=2$，E为AC中点，$BE=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.



（1）求AC；

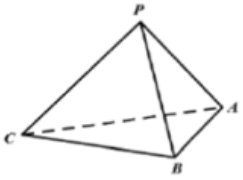
（2）若$D=\dfrac{\pi}{3}$，求ΔACD面积的最大值.

21.（12分）已知函数$f(x)=|x-1|$.

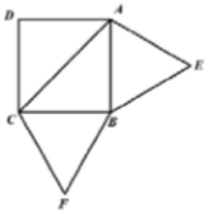
（1）求不等式$f(x)<x+|x+1|$的解集；

（2）若函数$g(x)=log_2[f(x+3)+f(x)-2a]$的定义域为$R$,求实数$a$ 的取值范围.

22.（10分）已知三棱锥***P-ABC***（如图一）的平面展开图（如图二）中，四边形***ABCD***为边长等于$\sqrt{2}$的正方形，$\triangle ABE$和$\vee BCF$均为正三角形，在三棱锥***P-ABC***中：



图一



图二

（1）证明：平面 PAC ⊥平面 **ABC**；

（2）若点 ***M*** 在棱 ***PA*** 上运动，当直线 **BM** 与平面 ***PAC*** 所成的角最大时，求直线 ***MA*** 与平面 ***MBC*** 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据三角函数的两角和差公式得到 $f\left(x\right)=2\sin(2019x+\frac{\pi}{4})$，进而可以得到函数的最值，区间(m,n)长度要大于等于半个周期，最终得到结果.

【详解】

函数

$$f\left(x\right)=\sin\left(2019x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2019x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin 2019x+\cos 2019x+\cos 2019x+\sin 2019x\right)$$

$$=\sqrt{2}\left(\sin 2019x+\cos 2019x\right)=2\sin(2019x+\frac{\pi}{4})$$

则函数的最大值为 **2**，$M\cdot\left|m-n\right|=2\left|m-n\right|$

存在实数 m,n，使得对任意实数 x 总有 $f\left(m\right)\le f\left(x\right)\le f\left(n\right)$ 成立，则区间(m,n)长度要大于等于半个周期，即

$$m-n\ge\frac{\pi}{2019}\therefore 2\left|m-n\right|_{\min}=\frac{2\pi}{2019}$$

故答案为：**B.**

【点睛】

这个题目考查了三角函数的两角和差的正余弦公式的应用，以及三角函数的图像的性质的应用，题目比较综合.

2、C

【解析】

$\because\ x>0, y>0$，

$\therefore x+2y\geq 2\sqrt{2xy}$，当且仅当$x=2y$ 时取等号.

故“$x=2,$且$y=1$ ”是“$x+2y=2\sqrt{2xy}$ ”的充分不必要条件.选 C.

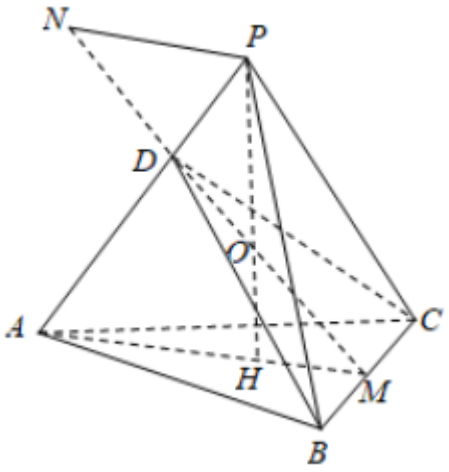
3、A

【解析】

设$AB=2$，取EF与BC重合时的情况，计算出S_0以及V_0的值，利用排除法可得出正确选项.

【详解】

如图所示，利用排除法，取EF与BC重合时的情况.



不妨设$AB=2$，延长MD到N，使得$PN//AM$.

Q $PO=OH$，$\therefore PN=MH$，Q $AH=2MH$，$\therefore AM=3MH=3PN$，则$\frac{PD}{AD}=\frac{1}{3}$，

由余弦定理得$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cos\frac{\pi}{3}=2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\times 2\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{13}{4}$，

$DM=\sqrt{BD^2-BM^2}=\frac{3}{2}$，$S_0=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$，

又$S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=\sqrt{3}$，$\therefore\frac{4S_0}{S}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}>1$，

当平面$DEF//$平面ABC时，$S=4S_0$，$\therefore S\leq 4S_0$，排除 B、D 选项；

因为$\frac{PD}{AD}=\frac{1}{3}$，$\therefore V_0=\frac{1}{4}V$，此时，$\frac{8V_0}{V}=2>1$，

当平面 $DEF//$ 平面 ABC 时，$8V_0=V$，$\therefore 8V_0\geq V$，排除 C 选项.

故选：A.

【点睛】

本题考查平行线分线段成比例定理、余弦定理、勾股定理、三棱锥的体积计算公式、排除法，考查了空间想象能力、推理能力与计算能力，属于难题.

4、B

【解析】

求出 A 中不等式的解集确定出集合 A，之后求得 $A\cap B$.

【详解】

由 $A=\left\{x\middle|x^2-3x-10<0\right\}=\left\{x\middle|(x+2)(x-5)<0\right\}=\left\{x\middle|-2<x<5\right\}$，

所以 $A\cap B=\left\{x\middle|-1\leq x<5\right\}$，

故选：B.

【点睛】

该题考查的是有关集合的运算的问题，涉及到的知识点有一元二次不等式的解法，集合的运算，属于基础题目.

5、A

【解析】

首先判断函数的奇偶性，再根据特殊值即可利用排除法解得；

【详解】

解：依题意，$f(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{-x}+\dfrac{(-x)^2\cos(-x)}{20}=\dfrac{\sin x}{x}+\dfrac{x^2\cos x}{20}=f(x)$，故函数 $f(x)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，排除 C；

而 $f(\pi)=-\dfrac{\pi^2}{20}<0$，排除 B；$f(2\pi)=\dfrac{\pi^2}{5}>0$，排除 D.

故选：A.

【点睛】

本题考查函数图象的识别，函数的奇偶性的应用，属于基础题.

6、D

【解析】

根据复数相等，可得 a,b，然后根据复数模的计算，可得结果.

【详解】

由题可知：$(1+i)a=1+bi$，

即$a+ai=1+bi$，所以$a=1,b=1$

则$|a+2bi|=|1+2i|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

故选：D

【点睛】

本题考查复数模的计算，考验计算，属基础题.

7、D

【解析】

由复数除法运算求出z，再写出其共轭复数，得共轭复数对应点的坐标．得结论．

【详解】

$z=\frac{i}{1+2i}=\frac{i(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{i+2}{5}=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}i$，$\bar{z}=\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$，对应点为$(\frac{2}{5},-\frac{1}{5})$，在第四象限．

故选：D.

【点睛】

本题考查复数的除法运算，考查共轭复数的概念，考查复数的几何意义．掌握复数的运算法则是解题关键．

8、B

【解析】

根据条件先求出$g(x)$的解析式，结合三角函数的单调性进行求解即可.

【详解】

将函数$f(x)=\cos 2x$图象上所有点向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，

则$g(x)=\cos 2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$，

设$\theta=2x+\frac{\pi}{2}$，

则当$0<x\le a$时，$0<2x\le 2a$，$\frac{\pi}{2}<2x+\frac{\pi}{2}\le 2a+\frac{\pi}{2}$，

即$\frac{\pi}{2}<\theta\le 2a+\frac{\pi}{2}$，

要使$g(x)$在区间$[0,a]$上单调递减，

则$2a+\frac{\pi}{2}\le\pi$得$2a\le\frac{\pi}{2}$，得$a\le\frac{\pi}{4}$，

即实数a的最大值为$\frac{\pi}{4}$，

故选：B.

【点睛】

本小题主要考查三角函数图象变换，考查根据三角函数的单调性求参数，属于中档题.

9、B

【解析】

由平行求出参数m，再由数量积的坐标运算计算.

【详解】

由$\vec{a}//\vec{b}$，得$2m-(m+3)=0$，则$m=3$，

$\vec{b}=(3,6)$，$\vec{c}=(1,-1)$，所以$\vec{b}\cdot\vec{c}=3-6=-3$.

故选：B.

【点睛】

本题考查向量平行的坐标表示，考查数量积的坐标运算，掌握向量数量积的坐标运算是解题关键.

10、D

【解析】

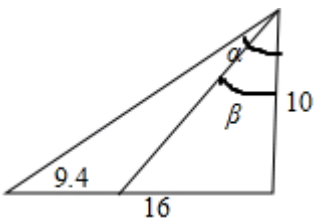
先理解题意，然后根据题意建立平面几何图形，在利用三角函数的知识计算出冬至日光与春秋分日光的夹角，即黄赤交角，即可得到正确选项.

【详解】

解：由题意，可设冬至日光与垂直线夹角为α，春秋分日光与垂直线夹角为β，

则$\alpha-\beta$即为冬至日光与春秋分日光的夹角，即黄赤交角，

将图3近似画出如下平面几何图形：



则 $\tan\alpha=\frac{16}{10}=1.6$，$\tan\beta=\frac{16-9.4}{10}=0.66$，

$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{1.6-0.66}{1+1.6\times0.66}\approx0.457$.

$\because 0.455<0.457<0.461$，

$\therefore$ 估计该骨笛的大致年代早于公元前 **6000** 年.

故选：D.

【点睛】

本题考查利用三角函数解决实际问题的能力，运用了两角和与差的正切公式，考查了转化思想，数学建模思想，以及数学运算能力，属中档题.

11、**B**

【解析】

试题分析：由题意 $P(-3<\xi<3)=68.26\%$，$P(-6<\xi<6)=95.44\%,\therefore P(3<\xi<6)=\frac{1}{2}(95.44\%-68.26\%)=13.59\%.$

故选 **B**.

考点：正态分布

12、**B**

【解析】

根据 $f'(1)=3$ 求出 $a=2,$ 再根据 $(1,a+b)$ 也在直线 $y=3x-2$ 上，求出 **b** 的值，即得解.

【详解】

因为 $f'(x)=\frac{1}{x}+a$，所以 $f'(1)=3$

所以 $1+a=3,a=2$，

又 $(1,a+b)$ 也在直线 $y=3x-2$ 上，

所以 $a+b=1$，

解得 $a=2,b=-1,$

所以 $a-b=3$.

故选：**B**

【点睛】

本题主要考查导数的几何意义，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、**60**

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/647104035050006100