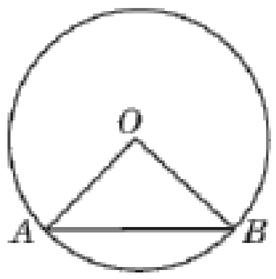
鲁教版（五四制）初中数学九年级（下）期末综合测试卷及答案（一）

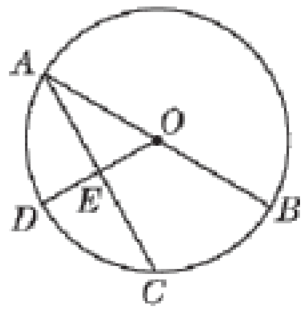
一、选择题(每题 3 分，共 30 分)

1．如图，⊙O的半径等于 4，如果弦 AB所对的圆心角等于 90°，那么圆心 O到弦 AB的距离为(　　)

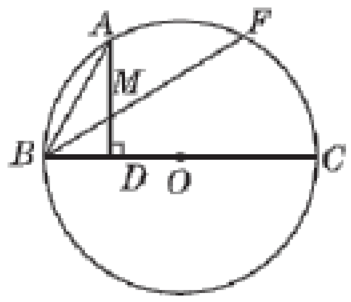
A.$\sqrt{2}$ B．2 C．2$\sqrt{2}$ D．3$\sqrt{2}$



(第 2 题)



(第 5 题)



(第 7 题)

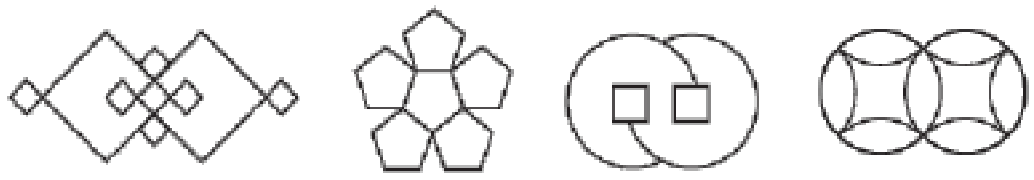
2．圆的直径是 13 cm，如果圆心与直线上某一点的距离是 6.5 cm，那么该直线和圆的位置关系是(　　)

A. 相离　B. 相切　C. 相交　D. 相交或相切

3．学校要举行运动会，小亮和小刚报名参加 100 米短跑项目的比赛，预赛分 A，B，C三组进行，小亮和小刚恰好在同一个组的概率是(　　)

A.$\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

4．从下列图形中任取一个，是中心对称图形的概率是(　　)



A.$\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D．1

5．如图，AB是⊙O的直径，∠BOD=120°，点 C为$\overset{\frown}{BD}$的中点，AC交 OD于点 E，DE=1，则 AE的长为(　　)

A.$\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C．2$\sqrt{3}$ D．2$\sqrt{5}$

6．三张外观相同的卡片分别标有数字 1，2，3，从中随机一次性抽出两张，则这两张卡片上的数字恰好都小于 3 的概率是(　　)

A.$\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{3}$

7．如图，已知 BC为⊙O的直径，AD⊥BC，垂足为 D，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AF}$，∠ABF=30°，则∠BAD等于(　　)

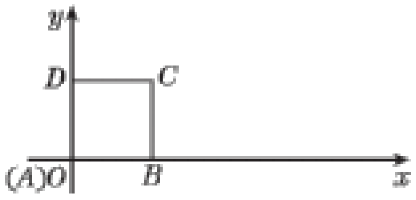
A. 30° B. 45° C. 60° D. 22.5°

8．若圆锥的侧面积等于其底面积的 3 倍，则该圆锥侧面展开图所对应扇形圆心角的度数为(　　)

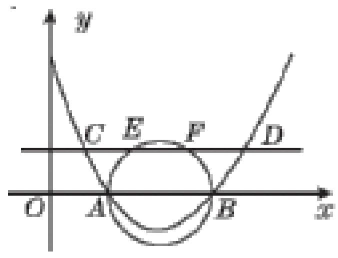
A．60° B．90° C．120° D．180°

9．如图，在直角坐标系中放置一个边长为 1 的正方形 ABCD，将正方形 ABCD 沿 x 轴的正方向无滑动地在 x 轴上滚动，当点 A 离开原点后第一次落在 x 轴上时，点 A 运动的路径与 x 轴围成的面积为(　　)

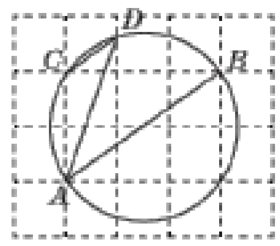
A. $\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}$ B. $\frac{\pi}{2}-1$ C. $\pi-1$ D. $\pi-\frac{1}{2}$



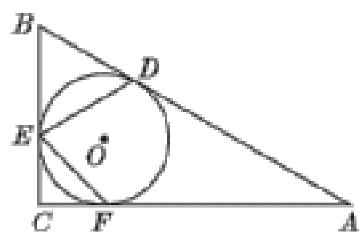
（第 9 题）



（第 10 题）



（第 11 题）



（第 13 题）

10．如图，抛物线过点 A(2，0)，B(6，0)，C$\left(1,\sqrt{3}\right)$，平行于 x 轴的直线 CD 交抛物线于点 C，D，以 AB 为直径的圆交直线 CD 于点 E，F，则 CE＋FD 的值是(　　)

A. 2 B. 4 C. 3 D. 6

二、填空题(每题 3 分，共 24 分)

11．如图，由边长为 1 的小正方形构成的网格中，点 A，B，C 都在格点上，以 AB 为直径的圆经过点 C，D，则 tan∠ADC 的值为________.

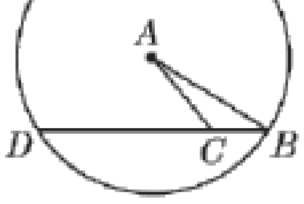
12．某批篮球的质量检验结果如下：

抽取的篮球数 n	100	200	400	600	800	1 000	1 200
优等品的频数 m	93	192	380	561	752	941	1 128
优等品的频率$\frac{m}{n}$	0.930	0.960	0.950	0.935	0.940	0.941	0.940

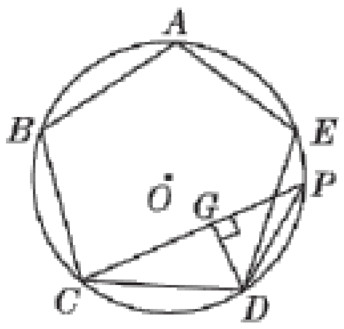
从这批篮球中，任意抽取一个篮球是优等品的概率的估计值是________.(精确到 0.01)

13．如图，在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，∠B＝60°，内切圆 O 与边 AB，BC，CA 分别相切于点 D，E，F，则∠DEF 的度数为________.

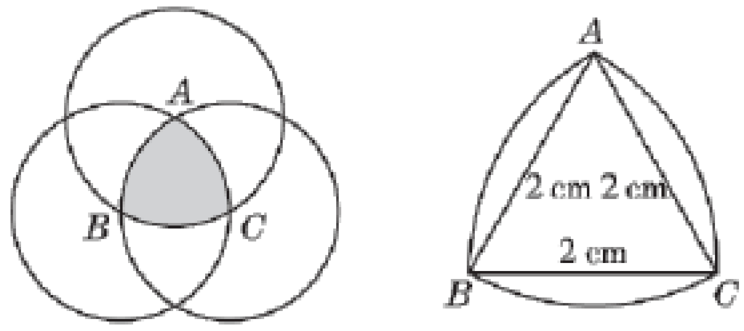
14．如图，在△ABC 中，AB＝5，AC＝4，BC＝2，以 A 为圆心，AB 为半径作⊙A，延长 BC 交⊙A 于点 D，则 CD 的长为________.



（第 14 题）



（第 16 题）



（第 18 题）

15．对于四边形 ABCD，有四个条件：①AB∥CD；②AD∥BC；③AB＝CD；④AD＝BC．从中任选两个作为已知条件，能判定四边形 ABCD是平行四边形的概率是________．

16．如图，正五边形 ABCDE内接于⊙O，点 P 为$\overset{\frown}{DE}$上一点(点 P 与点 D，点 E 不重合)，连接 PC，PD，DG⊥PC，垂足为 G，则∠PDG等于________．

17．从－2，0，2 这三个数中，任取两个不同的数分别作为 a，b 的值，恰好使得关于 x 的方程 x^2＋ax－b＝0 有实数解的概率为________．

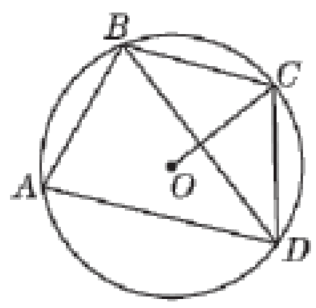
18．“莱洛三角形”是工业生产中加工零件时广泛使用的一种图形．如图，以边长为 2 cm 的等边三角形ABC的三个顶点为圆心，以边长为半径画弧，三段圆弧围成的图形就是“莱洛三角形”，该“莱洛三角形”的面积为________cm^2.(圆周率用 π 表示)

三、解答题(19～21 题每题 10 分，22～24 题每题 12 分，共 66 分)

19．如图，四边形 ABCD是⊙O的内接四边形，DB平分∠ADC，连接 OC，OC⊥BD．

(1)求证：AB＝CD；

(2)若∠A＝66°，求∠ADB的度数．



20．在一个不透明的口袋里装有若干个质地相同的红球，为了估计袋中红球的数量，某学习小组做了摸球试验，他们将 30 个与红球大小完全相同的白球装入试验袋中，搅匀后从中随机摸出一个球并记下颜色，再把它放回袋中，多次重复摸球．下表是多次试验汇总后统计的数据：

摸球的次数 s	150	200	500	900	1 000	1 200

摸到白球的频数 n	51	64	156	275	303	361
摸到白球的频率	0.34	0.32	0.312	0.306	0.303	0.301

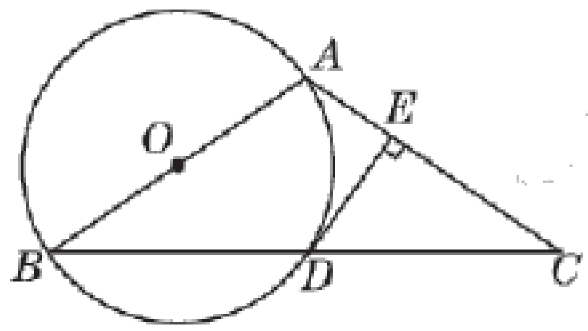
(1)请估计：当次数 s 很大时，摸到白球的频率将会接近________；假如你去摸一次，你摸到红球的概率是________(精确到 0.1).

(2)试估算口袋中红球有多少个？

21．如图，在△ABC中，AB=AC，以 AB为直径的⊙O交 BC于点 D，过点 D作 DE⊥AC于点 E.

(1)求证：DE是⊙O的切线；

(2)若∠B=30°，AB=8，求 DE的长.

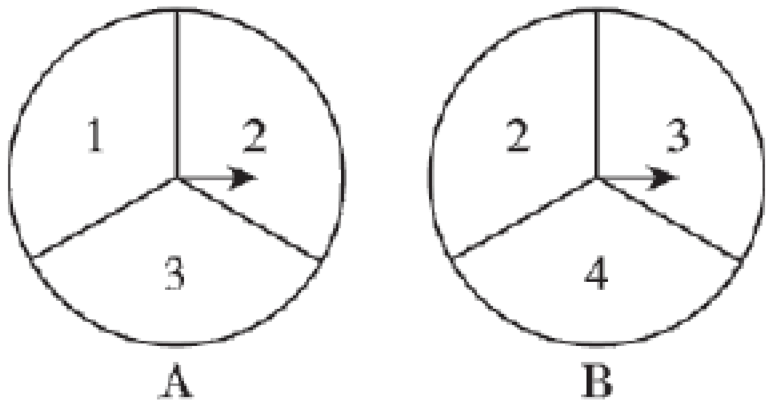


22．有两个可以自由转动的均匀转盘，都被分成了 3 等份，并在每一份内标有数字，如图，规则如下：

①分别转动转盘 A，B；②两个转盘停止后观察两个指针所指的数字(若指针指在等分线上，则重转一次，直到指针指向某一数字为止).

(1)用列表法分别求出“两个指针所指的数字都是方程 $x^2-5x+6=0$ 的解”的概率和“两个指针所指的数字都不是方程 $x^2-5x+6=0$ 的解”的概率；

(2)王磊和张浩想用这两个转盘做游戏，他们规定：“若两个指针所指的数字都是 $x^2-5x+6=0$ 的解”时，王磊得 1 分；若“两个指针所指的数字都不是 $x^2-5x+6=0$ 的解”时，张浩得 3 分，这个游戏公平吗？若你认为不公平，请修改得分规定，使游戏对双方公平.

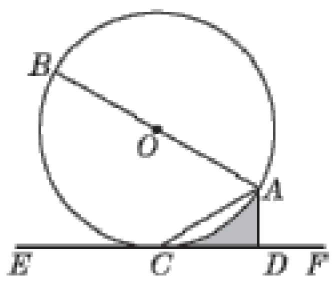


23．如图，AB是⊙O的直径，AC是弦，直线 EF经过点 C，AD⊥EF于点 D，∠DAC=∠BAC.

(1)求证：EF是⊙O的切线；

(2)求证：$AC^2=AD\cdot AB$；

(3)若⊙O的半径为 2，∠ACD=30°，求图中阴影部分的面积.

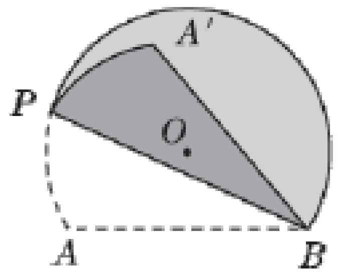


24．图①和图②中，优弧 AB所在⊙O的半径为 2，AB=$2\sqrt{3}$.点 P 为优弧 AB上一点(点 P 不与 A，B重合)，将图形沿 BP折叠，得到点 A的对称点 A′.

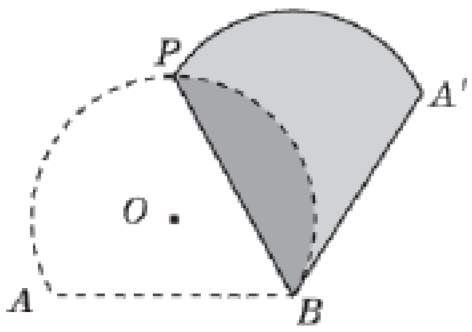
(1)点 O到弦 AB的距离是________，当 BP经过点 O时，∠ABA′=________；

(2)当 BA′与⊙O相切时，如图②，求折痕 BP的长；

(3)若线段 BA′与优弧 AB只有一个公共点 B，设∠ABP=α，确定 α 的取值范围.



①

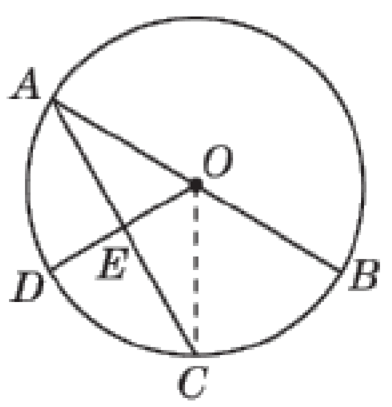


②

答案

一、 1．C 2．D 3．B 4．C

5．A 点拨：如图，连接OC



$\because \angle DOB=120°$，

$\therefore \angle AOD=60°$．

$\because \overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，

$\therefore \angle DOC=\angle BOC=60°$，

$\therefore \angle AOD=\angle DOC$,

$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$,

$\therefore OD\perp AC$,

$\therefore \angle A=30°$.

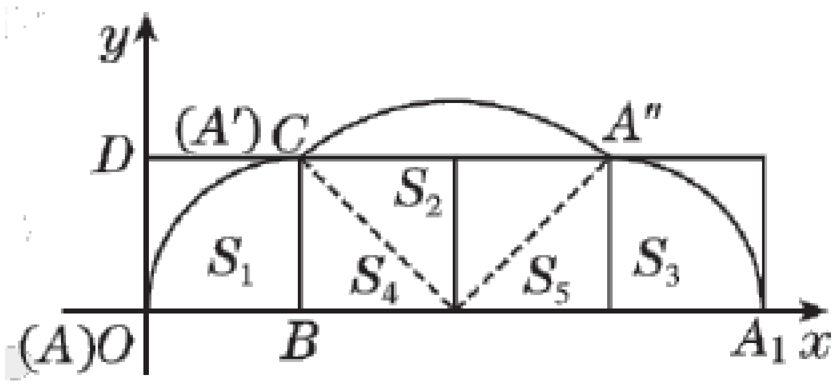
设 $OA=r$，则 $OE=\frac{1}{2}r=DE=1$，

$\therefore r=2$，即 $OA=2$，

$\therefore AE=\sqrt{OA^2-OE^2}=\sqrt{3}$.

6．B　7．A　8．C

9．C　点拨：如图，点 A 运动的路径与 x 轴围成的面积为 $S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=\frac{90\pi\times1^2}{360}+\frac{90\pi\times(\sqrt{2})^2}{360}+\frac{90\pi\times1^2}{360}+2\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=\pi+1$. 故选 C.



10．B　点拨：如图，∵点 A，B 的坐标分别是(2，0)，(6，0)，

$\therefore AB$的中点 M 的坐标为(4，0)，且点 M 是圆心，

作 $MN\perp CD$于点 N，则 $EN=FN$，

又由抛物线的对称性可知 $CN=DN$，

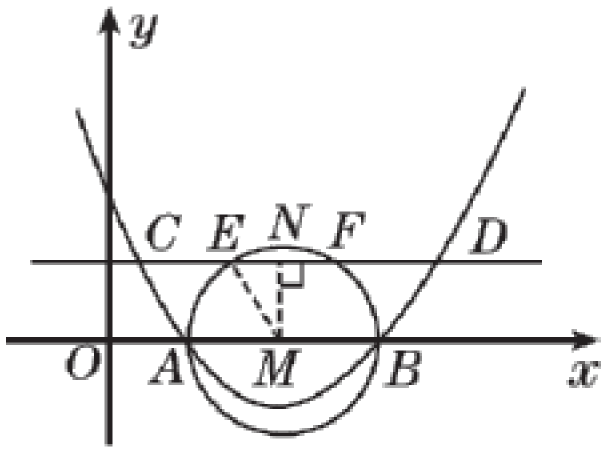
$\therefore CE=DF$. 连接 EM.

在 Rt△EMN 中，$EN=\sqrt{EM^2-MN^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}AB\right)^2-MN^2}=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$.

又 $CN=4-1=3$，

$\therefore CE=CN-EN=3-1=2$，

$\therefore CE+DF=2+2=4$.



二、11．$\frac{2}{3}$　12．0.94

13．75°　点拨：如图，连接DO，FO，

∵在Rt△ABC中，∠C=90°，∠B=60°，

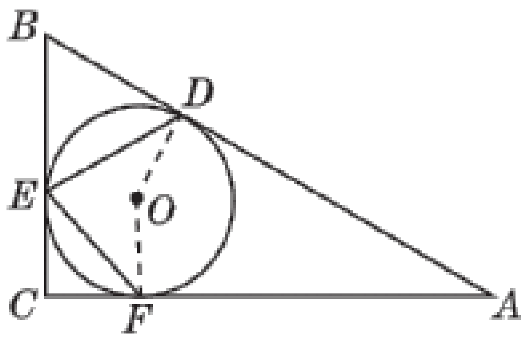
∴∠A=30°．

∵内切圆O与边AB，BC，CA分别相切于点D，E，F，

∴∠ODA=∠OFA=90°，

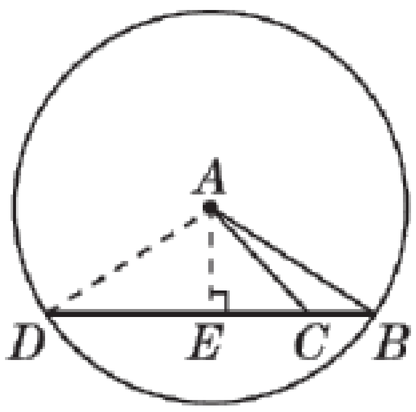
∴∠DOF=150°，

∴∠DEF=$\frac{1}{2}$∠DOF=75°．



14．$\frac{9}{2}$　点拨：如图，过点A作AE⊥BD于点E，连接AD，

∴AD=AB=5，



根据垂径定理，得DE=BE，

∴CE=BE−BC=DE−2，

根据勾股定理，得 $AD^2-DE^2=AC^2-CE^2$，

$\therefore 5^2-DE^2=4^2-(DE-2)^2$，

解得 $DE=\frac{13}{4}$，

$\therefore CD=DE+CE=2DE-2=\frac{9}{2}$.

15．$\frac{2}{3}$　16．54°　17．$\frac{2}{3}$

18．$(2\pi-2\sqrt{3})$　点拨：如图，过 A 作 $AD\perp BC$ 于 D.

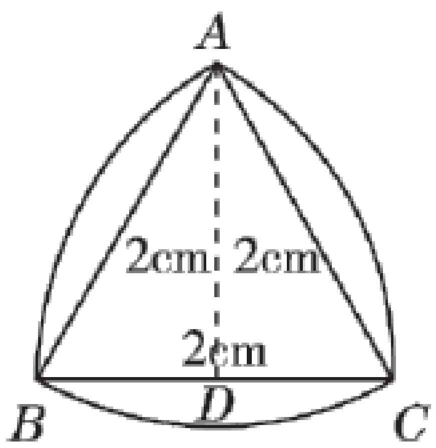
由题意得 $AB=AC=BC=2$ cm，$\angle BAC=\angle ABC=\angle ACB=60°$，

$\therefore AD=AB\sin 60°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(cm)$，

$\therefore$ △ABC 的面积 $=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\sqrt{3}\ cm^2$，

$S_{扇形BAC}=\frac{60\times\pi\times 2^2}{360}=\frac{2}{3}\pi(cm^2)$，

$\therefore$ “莱洛三角形”的面积 $=3\times\frac{2}{3}\pi-2\times\sqrt{3}=2\pi-2\sqrt{3}(cm^2)$.



三、19．(1) 证明：$\because$ DB 平分∠ADC，

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$.

$\because OC\perp BD$，

$\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，

$\therefore AB=CD$.

(2) 解：$\because$ 四边形 ABCD 是⊙O 的内接四边形，

$\therefore \angle BCD=180°-\angle A=114°$.

$\because \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，

$BC=CD$,

∴$\angle BDC=\frac{1}{2}\times(180°-114°)=33°$.

∵DB平分$\angle ADC$,

∴$\angle ADB=\angle BDC=33°$.

20．解：(1)0.3；0.7

(2)设口袋中红球有x个，

由题意得$0.7=\frac{x}{x+30}$,

解得$x=70$,

经检验$x=70$是原方程的解.

∴估计口袋中红球有70个.

21．(1)证明：如图，连接OD,

则$OD=OB$,

∴$\angle B=\angle ODB$.

∵$AB=AC$,

∴$\angle B=\angle C$.

∴$\angle ODB=\angle C$.

∴$OD\parallel AC$.

∴$\angle ODE=\angle DEC=90°$.

∴DE是⊙O的切线.

(2)解：如图，连接AD.

∵AB是⊙O的直径，

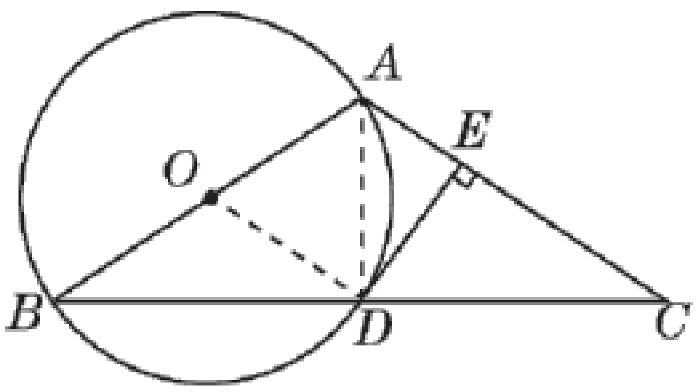
∴$\angle ADB=90°$.

∴$BD=AB\cdot\cos B=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$.

又∵$AB=AC$,

∴$CD=BD=4\sqrt{3}$，$\angle C=\angle B=30°$.

∴$DE=\frac{1}{2}CD=2\sqrt{3}$.



22．解：(1)解方程 $x^2-5x+6=0$，

得 $x_1=2$，$x_2=3$，列表如下：

	2	3	4
1	1，2	1，3	1，4
2	2，2	2，3	2，4
3	3，2	3，3	3，4

由表知，两个指针所指的数字都是该方程的解的概率是$\frac{4}{9}$，两个指针所指的数字都不是该方程的解的概率是$\frac{1}{9}$.

(2)因为 $1\times\frac{4}{9}\neq3\times\frac{1}{9}$，所以游戏不公平.

修改得分规定为：若两个指针所指的数字都是 $x^2-5x+6=0$ 的解时，王磊得 1 分；若两个指针所指的数字都不是 $x^2-5x+6=0$ 的解时，张浩得 4 分.(修改得分规定不唯一)

23．(1)证明：如图，连接 OC

∵$AD\perp EF$,

∴$\angle ADC=90°$.

∴$\angle ACD+\angle CAD=90°$.

∵$OC=OA$,

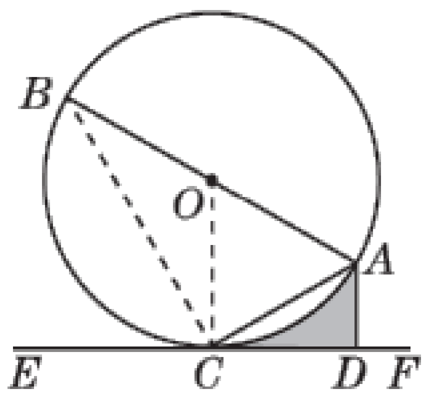
∴$\angle ACO=\angle CAO$,

∵$\angle DAC=\angle BAC$,

∴$\angle ACD+\angle ACO=90°$,

即$\angle OCD=90°$.

∴EF是⊙O的切线.



(2)证明：如图，连接 BC.

∵AB是⊙O的直径，

∴∠ACB=90°.

∴∠ADC=90°=∠ACB.

∵∠DAC=∠BAC,

∴△ACD∽△ABC.

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$.

即 $AC^2=AD\cdot AB$.

(3)解：∵∠OCD=90°，

∠ACD=30°，

∴∠OCA=60°.

∵OC=OA,

∴△ACO是等边三角形.

∴AC=OC=2，∠AOC=60°.

在 Rt△ADC中，

∵∠ACD=30°，

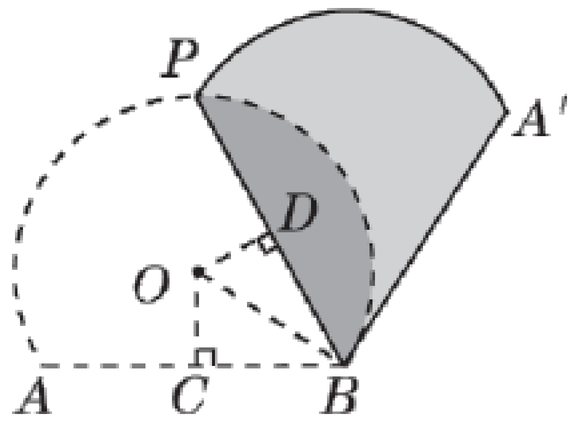
∴AD=1，CD=$\sqrt{3}$.

∴$S_{阴影}=S_{梯形OCDA}-S_{扇形OCA}=\frac{1}{2}(1+2)\times\sqrt{3}-\frac{60\cdot\pi\cdot 2^2}{360}=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}$.

24. 解：(1)1；60°

(2)如图，作 OC⊥AB于点 C,

连接 OB.



∵BA' 与⊙O相切，

∴$\angle OBA'=90^\circ$.

在 Rt△OBC中，

∵$OB=2$，$OC=1$，

∴$\sin\angle OBC=\dfrac{OC}{OB}=\dfrac{1}{2}$.

∴$\angle OBC=30^\circ$.

∴$\angle ABP=\dfrac{1}{2}\angle ABA'=\dfrac{1}{2}(\angle OBA'+\angle OBC)=60^\circ$.

∴$\angle OBP=30^\circ$.

作 $OD\perp BP$于点 D，则 $BP=2BD$.

∵$BD=OB\cos 30^\circ=\sqrt{3}$，

∴$BP=2\sqrt{3}$.

(3) ∵点 P，A不重合，

∴$\alpha>0^\circ$.

由(1)得，当 α 增大到 30° 时，点 A′ 在优弧 AB上，

∴当 $0^\circ<\alpha<30^\circ$ 时，点 A′ 在⊙O内，线段 BA′ 与优弧 AB只有一个公共点 B.

由(2)知，α 增大到 60° 时，BA′ 与⊙O相切，即线段 BA′ 与优弧 AB只有一个公共点 B.

当 α 继续增大时，点 P 逐渐靠近点 B，但点 P，B不重合，

∴$\angle OBP<90^\circ$.

∵$\alpha=\angle OBA'+\angle OBP$，$\angle OBA'=30^\circ$，

∴$\alpha<120^\circ$.

∴当 $60^\circ\leqslant\alpha<120^\circ$ 时，线段 BA′ 与优弧 AB只有一个公共点 B.

综上所述，α 的取值范围是 °$<\alpha<30^\circ$ 或 $60^\circ\leqslant\alpha<120^\circ$