汕头市2024 年高三下学期期末六校联考数学试题

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知平面　和直线 a，b，则下列命题正确的是（　　）

A．若 $a // b$，$b //$　，则 $a //$　　B．若 $\vec{a}$　$\vec{b}$，b　　，则 $a //$

C．若 $a // b$，b　　，则 a　　D．若 $\vec{a}$　$\vec{b}$，$b //$　，则 a

2．下列与函数 $y \quad \frac{1}{\sqrt{x}}$ 定义域和单调性都相同的函数是（　　）

A．$y \quad 2^{\log_2 x}$　　B．$y \quad \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^x$　　C．$y \quad \log_2 \frac{1}{x}$　　D．$y \quad x^{\frac{1}{4}}$

3．已知 $(1 \quad x)^n$ 展开式中第三项的二项式系数与第四项的二项式系数相等，$(1 \quad x)^n \quad a_0 \quad a_1 x \quad a_2 x^2 \cdots \quad a_n x^n$，若 $a_1 \quad a_2 \quad a_n \quad 242$，则 $a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad (1)^n a_n$ 的值为(　　)

A．1　　B．－1　　C．81　　D．－81

4．设双曲线 $\frac{x^2}{a} \quad \frac{y^2}{b} \quad 1$ 的一条渐近线为 $y \quad 2x$，且一个焦点与抛物线 $x^2 \quad 4y$ 的焦点相同，则此双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{5}{4}x^2 \quad 5y^2 \quad 1$　　B．$5y^2 \quad \frac{5}{4}x^2 \quad 1$　　C．$\frac{5}{4}y^2 \quad 5x^2 \quad 1$　　D．$5x^2 \quad \frac{5}{4}y^2 \quad 1$

5．已知 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} \quad \frac{y^2}{b^2} \quad 1$ 渐近线上一点，F_1，F_2 是双曲线的左、右焦点，$F_1PF_2 \quad \frac{\ }{2}$，记 PF_1，PO，PF_2 的斜率为 k_1，k，k_2，若 k_1，-2k，k_2 成等差数列，则此双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{6}$

6．已知集合 M ＝{y | y＝2^x，x＞0}，N＝{x | y＝lg（2x－x^2）}，则 M∩N 为（ ）

A．（1，＋∞）　　B．（1，2）　　C．[2，＋∞）　　D．[1，＋∞）

7．若实数 x,y 满足不等式组 $\begin{cases} x \quad y \quad 2, \\ 3x \quad y \quad 6, \\ x \quad y \quad 0, \end{cases}$ 则 $3x \quad y$ 的最小值等于（　　）

A．4　　　　B．5　　　　C．6　　　　D．7

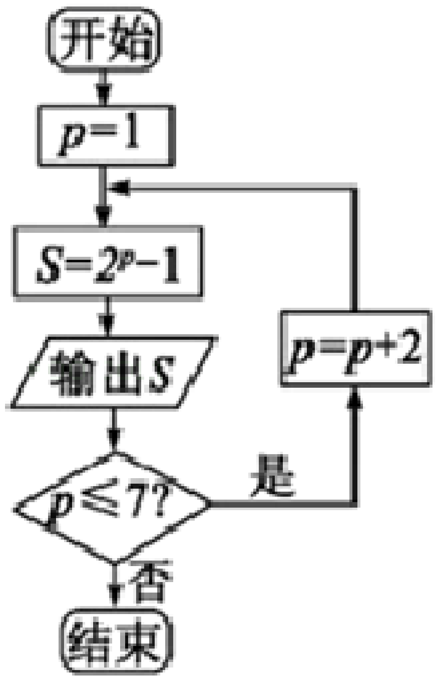
8．若函数 $f\ x \quad \ln x \quad x \quad h$，在区间 $\frac{1}{e}, e$ 上任取三个实数 a，b，c 均存在以 $f\ a$，$f\ b$，$f\ c$ 为边长的三角形，则实数 h 的取值范围是（　　）

A．$1, \frac{1}{e} \quad 1$　　　　B．$\frac{1}{e} \quad 1, e \quad 3$　　　　C．$\frac{1}{e} \quad 1,$　　　　D．$e \quad 3,$

9．曲线 $x^2 \quad 4y$ 在点 $2, t$ 处的切线方程为（　　）

A．$y \quad x \quad 1$　　　　B．$y \quad 2x \quad 3$　　　　C．$y \quad x \quad 3$　　　　D．$y \quad 2x \quad 5$

10．马林●梅森是 17 世纪法国著名的数学家和修道士，也是当时欧洲科学界一位独特的中心人物，梅森在欧几里得、费马等人研究的基础上对 2^p-1 作了大量的计算、验证工作，人们为了纪念梅森在数论方面的这一贡献，将形如 2^p-1（其中 p 是素数）的素数，称为梅森素数.若执行如图所示的程序框图，则输出的梅森素数的个数是（　　）



A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

11．若复数 $z \quad (m \quad 1) \quad 2 \quad m \quad i(m \quad R)$ 是纯虚数，则 $\left|\frac{6 \quad 3i}{z}\right|$（　　）

A．3　　　　B．5　　　　C．$\sqrt{5}$　　　　D．$3\sqrt{5}$

12．设 F_1，F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} \quad \frac{y^2}{b^2} \quad 1\ a \quad 0, b \quad 0$ 的左、右焦点，若双曲线右支上存在一点 P，使 $\overrightarrow{OP} \quad \overrightarrow{OF_2} \quad \overrightarrow{F_2P} \quad 0$（O 为坐标原点），且 $\overline{PF_1} \quad \sqrt{3}\overline{PF_2}$，则双曲线的离心率为（　　）

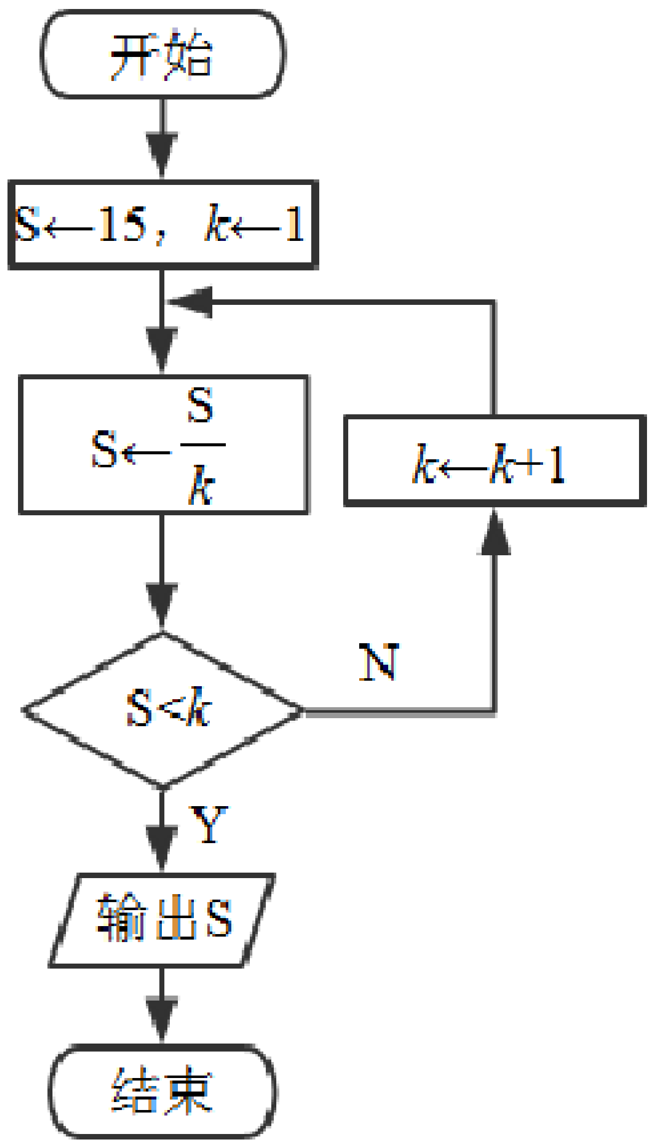
A．$\frac{\sqrt{2} \quad 1}{2}$　　　　B．$\sqrt{2} \quad 1$　　　　C．$\frac{\sqrt{3} \quad 1}{2}$　　　　D．$\sqrt{3} \quad 1$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且对任意正整数 n，都有 $\begin{vmatrix} a_n & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2n & S_n \end{vmatrix}$ 0，则 a_1 ___

14．已知关于 x 的不等式 $\frac{e^x}{x^3}$ x a lnx 1 对于任意 x (1,) 恒成立，则实数 a 的取值范围为_________.

15．下图是一个算法流程图，则输出的 S 的值是______.



16．已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\ }{3}$，且 $|\vec{b}|$ 1, $|2\vec{a}$ $\vec{b}|$ $\sqrt{3}$，则 $|\vec{a}|$ ______.

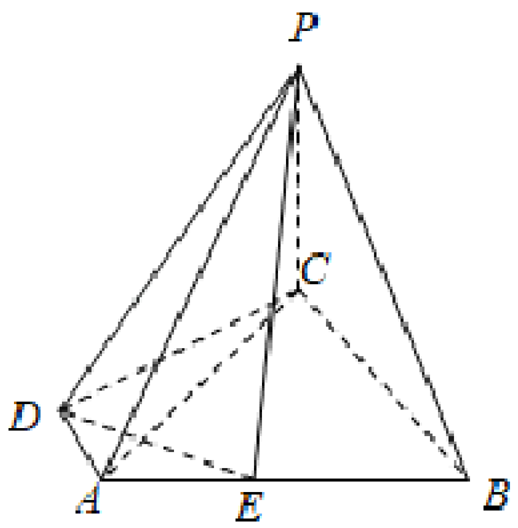
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知 O 为坐标原点，点 F_1 ($\sqrt{2}$, 0)，F_2 ($\sqrt{2}$, 0)，S (3$\sqrt{2}$, 0)，动点 N 满足 $|NF_1|$ $|NS|$ 4$\sqrt{3}$，点 P 为线段 NF_1 的中点，抛物线 C ：x^2 2my (m 0) 上点 A 的纵坐标为 $\sqrt{6}$，$\overline{OA}$ $\overline{OS}$ 6$\sqrt{6}$.

（1）求动点 P 的轨迹曲线 W 的标准方程及抛物线 C 的标准方程；

（2）若抛物线 C 的准线上一点 Q 满足 OP OQ，试判断 $\frac{1}{|OP|^2}$ $\frac{1}{|OQ|^2}$ 是否为定值，若是，求这个定值；若不是，请说明理由.

18.（12 分）如图所示，四棱锥 P - ABCD 中，PC ⊥底面 ABCD ，PC ＝CD ＝2，E 为 AB 的中点，底面四边形 ABCD 满足∠ADC ＝∠DCB ＝90°，AD ＝1，BC ＝1.

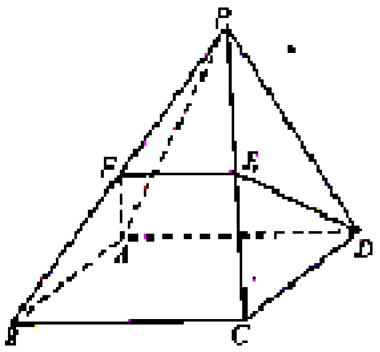


（Ⅰ）求证：平面 PDE ⊥平面 PAC ；

（Ⅱ）求直线 PC 与平面 PDE 所成角的正弦值；

（Ⅲ）求二面角 D - PE - B 的余弦值.

19.（12 分）如图，四棱锥 $P\quad ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB\quad\sqrt{3}$， $AD\quad 2$， $\triangle PAD$ 为正三角形，且平面 PAD 　平面 $ABCD$ ， E 、F 分别为 PC 、 PB 的中点.



（1）证明： EF //平面 PAD ；

（2）求几何体 $ABCDEF$ 的体积.

20.（12 分）在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $8\cos^2\frac{B\quad C}{2}\quad 2\cos 2A\quad 3$

（1）求 A；

（2）若 $a\quad 2$，且 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

21.（12 分）手工艺是一种生活态度和对传统的坚持，在我国有很多手工艺品制作村落，村民的手工技艺世代相传，有些村落制造出的手工艺品不仅全国闻名，还大量远销海外.近年来某手工艺品村制作的手工艺品在国外备受欢迎，该村村民成立了手工艺品外销合作社，为严把质量关，合作社对村民制作的每件手工艺品都请 3 位行家进行质量把关，质量把关程序如下：(i) 若一件手工艺品 3 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为 A 级；(ii) 若仅有 1 位行家认为质量不过关，再由另外 2 位行家进行第二次质量把关，若第二次质量把关这 2 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为 B 级，若第二次质量把关这 2 位行家中有 1 位或 2 位认为质量不过关，则该手工艺品质量为 C 级；(iii) 若有 2 位或 3 位行家认为质量不过关，则该手工艺品质量为 D 级.已知每一次质量把关中一件手工艺品被 1 位行家认为质量不过关的概率为 $\frac{1}{3}$，且各手工艺品质量是否过关相互独立.

（1）求一件手工艺品质量为 B 级的概率；

（2）若一件手工艺品质量为 A，B，C 级均可外销，且利润分别为 900 元，600 元，300 元，质量为 D 级不能外销，

利润记为 100 元.

①求 10 件手工艺品中不能外销的手工艺品最有可能是多少件；

②记 1 件手工艺品的利润为 X 元，求 X 的分布列与期望.

22.（10 分）已知不等式$|x\quad 1|\quad |x|\quad |x\quad 1|\quad |m\quad 1|$对于任意的 $x\quad R$ 恒成立.

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）若 m 的最大值为 M，且正实数 a，b，c 满足 $a\quad 2b\quad 3c\quad M$.求证 $\frac{1}{2a\quad b}\quad \frac{1}{b\quad 2c}\quad 2\quad \sqrt{3}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．C

【解题分析】

根据线面的位置关系，结合线面平行的判定定理、平行线的性质进行判断即可.

【题目详解】

A：当 a 时，也可以满足 $a \parallel b$，$b \parallel$ ，故本命题不正确；

B：当 a 时，也可以满足 $\vec{a}\quad \vec{b}$，b ，故本命题不正确；

C：根据平行线的性质可知：当 $a \parallel b$，b ，时，能得到 a ，故本命题是正确的；

D：当 a 时，也可以满足 $\vec{a}\quad \vec{b}$，$b \parallel$ ，故本命题不正确.

故选：C

【题目点拨】

本题考查了线面的位置关系，考查了平行线的性质，考查了推理论证能力.

2．C

【解题分析】

分析函数 $y\quad \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域和单调性，然后对选项逐一分析函数的定义域、单调性，由此确定正确选项.

【题目详解】

函数 $y \quad \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域为 $0,$ ，在 $0,$ 上为减函数.

A 选项，$y \quad 2^{\log_2 x}$ 的定义域为 $0,$ ，在 $0,$ 上为增函数，不符合 .

B 选项，$y \quad \log_2 \frac{1}{2}^{x}$ 的定义域为 R，不符合.

C 选项，$y \quad \log_2 \frac{1}{x}$ 的定义域为 $0,$ ，在 $0,$ 上为减函数，符合 .

D 选项，$y \quad x^{\frac{1}{4}}$ 的定义域为 $0,$ ，不符合.

故选：C

【题目点拨】

本小题主要考查函数的定义域和单调性，属于基础题.

3．B

【解题分析】

根据二项式系数的性质，可求得 n，再通过赋值求得 a_0 以及结果即可.

【题目详解】

因为 $(1 \quad x)^n$ 展开式中第三项的二项式系数与第四项的二项式系数相等，

故可得 $n \quad 5$，

令 $x \quad 0$，故可得 $1 \quad a_0$，

又因为 $a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_5 \quad 242$，

令 $x \quad 1$，则 $1 \quad ^5 \quad a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_5 \quad 243$，

解得 2

令 $x \quad 1$，则 $1 \quad 2^5 \quad a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad 1^5 a_5 \quad 1$.

故选：B.

【题目点拨】

本题考查二项式系数的性质，以及通过赋值法求系数之和，属综合基础题.

4．C

【解题分析】

求得抛物线的焦点坐标，可得双曲线方程$\frac{y^2}{b}\quad\frac{x^2}{a}\quad 1$的渐近线方程为 $y\quad\sqrt{\frac{b}{a}}x$，由题意可得$b\quad 4a$，又$c^2\quad 1$，即$b\quad a\quad 1$，解得$a$，$b$，即可得到所求双曲线的方程.

【题目详解】

解：抛物线$x^2\quad 4y$的焦点为 $0,1$

可得双曲线$\frac{x^2}{a}\quad\frac{y^2}{b}\quad 1\ b\quad 0,a\quad 0$

即为$\frac{y^2}{b}\quad\frac{x^2}{a}\quad 1$的渐近线方程为 $y\quad\sqrt{\frac{b}{a}}x$

由题意可得$\sqrt{\frac{b}{a}}\quad 2$，即$b\quad 4a$

又$c^2\quad 1$，即$b\quad a\quad 1$

解得$a\quad\frac{1}{5}$，$b\quad\frac{4}{5}$.

即双曲线的方程为$\frac{5y^2}{4}\quad 5x^2\quad 1$.

故选：C

【题目点拨】

本题主要考查了求双曲线的方程，属于中档题.

5．B

【解题分析】

求得双曲线的一条渐近线方程，设出P 的坐标，由题意求得$P(a,b)$，运用直线的斜率公式可得k_1，k，k_2，再由等差数列中项性质和离心率公式，计算可得所求值.

【题目详解】

设双曲线$\frac{x^2}{a^2}\quad\frac{y^2}{b^2}\quad 1$的一条渐近线方程为 $y\quad\frac{b}{a}x$，

且$P(m,\frac{b}{a}m)$，由 $F_1PF_2\quad\frac{}{2}$，可得以O为圆心，c为半径的圆与渐近线交于P，

可得$m^2\quad(\frac{b}{a}m)^2\quad c^2$，可取$m\quad a$，则$P(a,b)$，

设$F_1(\ c,0)$，$F_2(c,0)$，则$k_1\quad\frac{b}{a\quad c}$，$k_2\quad\frac{b}{a\quad c}$，$k\quad\frac{b}{a}$，

由k_1， $2k$，k_2成等差数列，可得 $4k \quad k_1 \quad k_2$，

化为 $\frac{4}{a} \quad \frac{2a}{a^2 \quad c^2}$，即$c^2 \quad \frac{3}{2}a^2$，

可得$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

故选：B．

【题目点拨】

本题考查双曲线的方程和性质，主要是渐近线方程和离心率，考查方程思想和运算能力，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

6．B

【解题分析】

$M=\{y|y=2^x,x>0\}=\{y|y>1\}$,

$N=\{x|y=\lg(2x-x^2)\}=\{x|2x-x^2>0\}$

$=\{x|x^2-2x<0\}=\{x|0<x<2\}$,

$\therefore M\cap N=(1,2)$.

故选B.

7．A

【解题分析】

首先画出可行域，利用目标函数的几何意义求z的最小值.

【题目详解】

解：作出实数x，y满足不等式组 $\begin{matrix} x \quad y \quad 2 \\ 3x \quad y \quad 6 \\ x \quad y \quad 0 \end{matrix}$ 表示的平面区域（如图示：阴影部分）

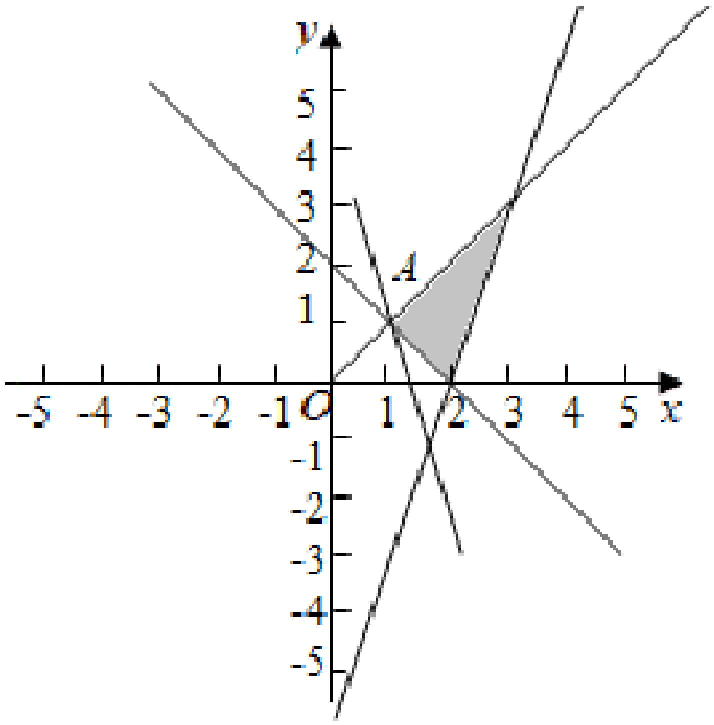
由 $\begin{matrix} x \quad y \quad 2 \quad 0 \\ x \quad y \quad 0 \end{matrix}$ 得$A(1,1)$,

由$z \quad 3x \quad y$得$y \quad 3x \quad z$，平移$y \quad 3x$，

易知过点 A时直线在 y上截距最小，

所以$z_{min} \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 4$.

故选：A．



【题目点拨】

本题考查了简单线性规划问题，求目标函数的最值先画出可行域，利用几何意义求值，属于中档题.

8．D

【解题分析】

利用导数求得 $f\ x$ 在区间 $\frac{1}{e},e$ 上的最大值和最小，根据三角形两边的和大于第三边列不等式，由此求得h的取值范围.

【题目详解】

$f\ x$ 的定义域为 $0,\quad$ ，$f'\ x\quad \frac{1}{x}\ \ 1\ \ \frac{x\ \ 1}{x}$，

所以 $f\ x$ 在 $\frac{1}{e},1$ 上递减，在 $1,e$ 上递增，$f\ x$ 在$x\ \ 1$处取得极小值也即是最小值，$f\ 1\quad \ln 1\ 1\ \ h\ \ 1\ \ h$，

$f\ \frac{1}{e}\quad \ln\frac{1}{e}\ \frac{1}{e}\ \ h\ \ \frac{1}{e}\ \ 1\ \ h$，$f\ e\quad \ln e\ \ e\ \ h\ \ e\ \ 1\ \ h$，$f\ \frac{1}{e}\quad f\ e$，

所以 $f\ x$ 在区间 $\frac{1}{e},e$ 上的最大值为 $f\ e\quad e\ \ 1\ \ h$.

要使在区间 $\frac{1}{e},e$ 上任取三个实数a，b，c均存在以 $f\ a$，$f\ b$，$f\ c$ 为边长的三角形，

则需 $f\ a\quad f\ b\quad f\ c$ 恒成立，且 $f\ 1\quad 0$，

也即 $f\ a\quad f\ b\ _{min}\quad f\ c\ _{max}$，也即当$a\ \ b\ \ 1$、$c\ \ e$时，$2f\ 1\quad f\ e$ 成立，

即$2\ 1\ \ h\quad e\ \ 1\ \ h$，且 $f\ 1\quad 0$，解得$h\quad e\ \ 3$.所以h的取值范围是 $e\ \ 3,\qquad$.

故选：D

【题目点拨】

本小题主要考查利用导数研究函数的最值，考查恒成立问题的求解，属于中档题.

9．A

【解题分析】

将点代入解析式确定参数值，结合导数的几何意义求得切线斜率，即可由点斜式求的切线方程.

【题目详解】

曲线 $x^2 \quad 4y$，即 $y \quad \frac{1}{4}x^2$，

当 $x \quad 2$ 时，代入可得 $t \quad \frac{1}{4} \quad 2^2 \quad 1$，所以切点坐标为 $2,1$，

求得导函数可得 $y \quad \frac{1}{2}x$，

由导数几何意义可知 $k \quad y \quad \frac{1}{2} \quad 2 \quad 1$，

由点斜式可得切线方程为 $y \quad 1 \quad x \quad 2$，即 $y \quad x \quad 1$，

故选：A.

【题目点拨】

本题考查了导数的几何意义，在曲线上一点的切线方程求法，属于基础题.

10．C

【解题分析】

模拟程序的运行即可求出答案.

【题目详解】

解：模拟程序的运行，可得：

p＝1，

S＝1，输出 S 的值为 1，

满足条件 p≤7 执行循环体，p＝3，S＝7，输出 S 的值为 7，

满足条件 p≤7 执行循环体，p＝5，S＝31，输出 S 的值为 31，

满足条件 p≤7 执行循环体，p＝7，S＝127，输出 S 的值为 127，

满足条件 p≤7 执行循环体，p＝9，S＝511，输出 S 的值为 511，

此时，不满足条件 p≤7 退出循环，结束，

故若执行如图所示的程序框图，则输出的梅森素数的个数是 5，

故选：C．

【题目点拨】

本题主要考查程序框图，属于基础题.