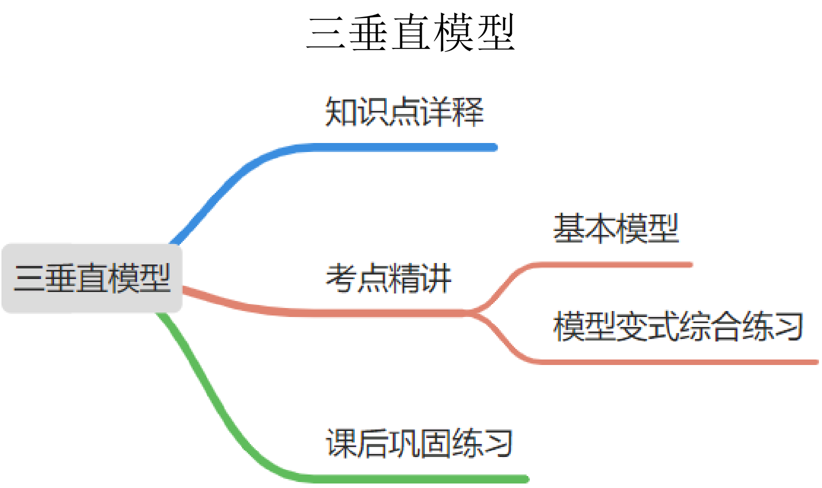
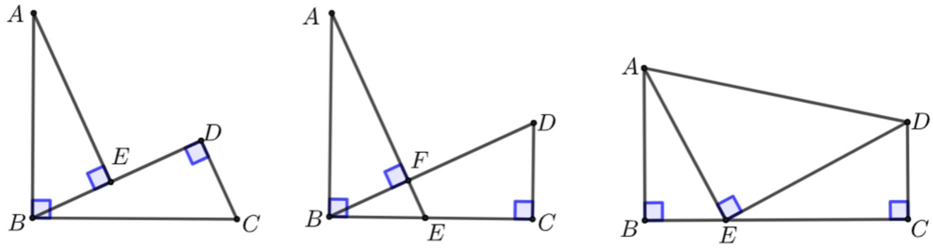
第十二章 重要几何模型 4



基础知识

务实基础，建立完整知识体系

1 三垂直模型的基本图象



① 由$\Delta ABE\cong\Delta BCD$，推出$AE=ED+CD$;

② 由$\Delta ABE\cong\Delta BCD$，推出$AB=EC+CD$;

③ 由$\Delta ABE\cong\Delta BCD$，推出$BC=AB+CD$.

2 拓展模型

若A,P,B三点在一条直线上，$\angle A=\angle B=\angle CPD=\alpha$，则$\Delta APC\cong\Delta BDP$.

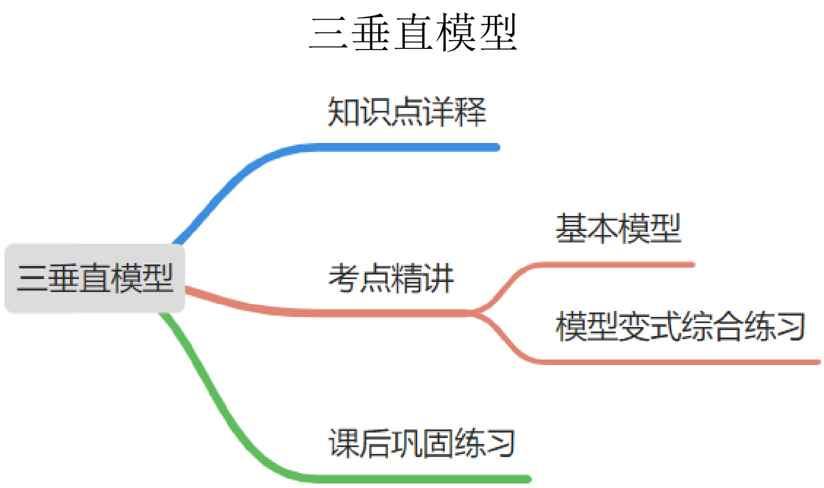
基本方法

模块化学习，塑造解题能力

【题型 1】 基本模型

【典题 1】 如图，在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，分别过点 B，C 作过点 A 的直线的垂线 BD，

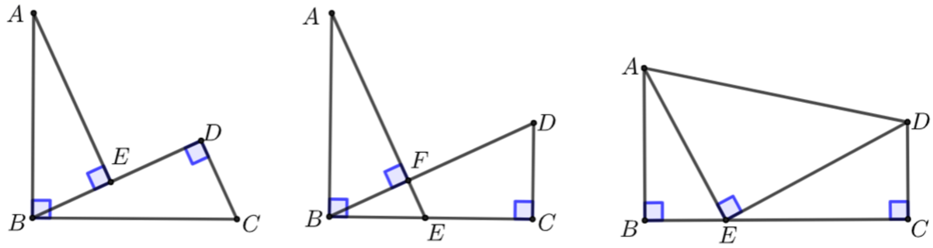
第十二章 重要几何模型 4



基础知识

夯实基础，建立完整知识体系

1 三垂直模型的基本图象



① 由$\Delta ABE \cong \Delta BCD$，推出$AE = ED + CD$;

② 由$\Delta ABE \cong \Delta BCD$，推出$AB = EC + CD$;

③ 由$\Delta ABE \cong \Delta BCD$，推出$BC = AB + CD$.

2 拓展模型

若A,P,B三点在一条直线上，$\angle A = \angle B = \angle CPD = \alpha$，则$\Delta APC \cong \Delta BDP$.

基本方法

模块化学习，塑造解题能力

【题型 1】 基本模型

【典题 1】 如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*BAC*＝90°，*AB*＝*AC*，分别过点 *B*，*C* 作过点 *A* 的直线的垂线 *BD*，

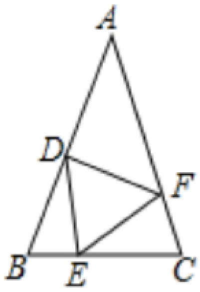
CE，垂足为 D，E．若 BD＝4cm，CE＝3cm，求 DE 的长．

【典题 2】如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B=\angle C$，点D、E、F分别在AB,BC,AC上，且$BE=CF$，$AD+EC=AB$.

(1)试说明：$DE=EF$；

(2)当$\angle A=40°$时，求$\angle DEF$的度数；

(3)请你猜想：当$\angle A$为多少度时，$\angle EDF+\angle EFD=120°$，并请说明理由.

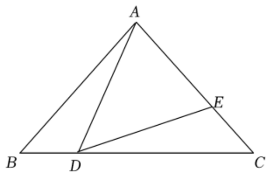


【巩固练习】

1.一天课间，顽皮的小明同学拿着老师的等腰直角三角板玩，不小心将三角板掉到两根柱子之间，如图所示，这一幕恰巧被数学老师看见了，于是有了下面这道题：如果每块砖的厚度 a＝8cm，则 DE 的长为(　　)

A．40cm　　B．48cm　　C．56cm　　D．64cm

2.如图，在△ABC 中 AB＝AC＝9，点 E 在边 AC 上，AE 的中垂线交 BC 于点 D，若∠ADE＝∠B，CD＝3BD，则 CE 等于 _____．



3.已知△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$．BE、AD分别与过点C的直线垂直，且垂足分别为D，E.

学习完第十二章后，张老师首先让同学们完成问题1：如图1，若$AD=2.5cm$，$DE=1.7cm$，求BE的长；然后，张老师又提出问题2：将图1中的直线CE绕点C旋转到△ABC的外部，BE、AD与直线CE的垂直关系不变，如图2，猜想AD、DE、BE三者的数量关系，并给予证明.

4.如图，在△ABC中，$AB=BC$.

(1)如图①所示，直线NM过点B，$AM\perp MN$于点M，$CN\perp MN$于点N，且$\angle ABC=90°$．求证：$MN=AM+CN$.

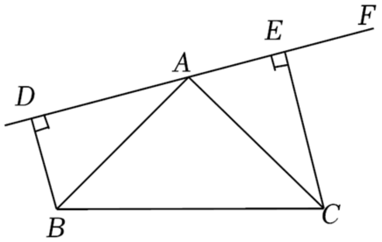
(2)如图②所示，直线MN过点B，AM交MN于点M，CN交MN于点N，且$\angle AMB=\angle ABC=\angle BNC$，则$MN=AM+CN$是否成立？请说明理由.

【题型2】　模型变式综合练习

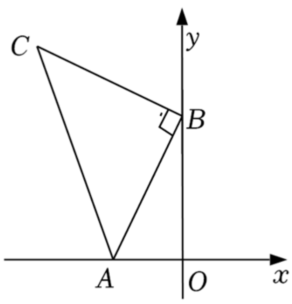
【典题1】 (1)尝试探究：如图①，在△ABC中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，AF是过点A的一条直线，且B，C在AE的同侧，$BD\perp AE$于D，$CE\perp AE$于E，则图中与线段AD相等的线段是 ____；DE与BD、CE的数量关系为 ______.

(2)类比延伸：如图②，$\angle ABC=90°$，$BA=BC$，点A，B的坐标分别是$(-2，0)$，$(0，3)$，求点C的坐标.

(3)拓展迁移：在(2)的条件下，在坐标平面内找一点P(不与点C重合)，使△PAB与△ABC全等．直接写出点P的坐标.



①



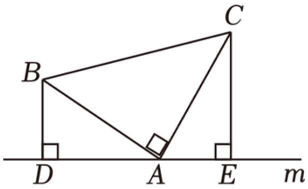
②

【巩固练习】

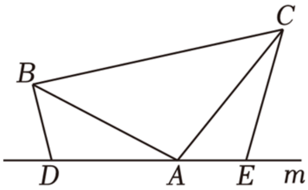
1.问题背景：(1)如图①，已知△ABC中，∠BAC＝90°，AB＝AC，直线m经过点A，BD⊥直线m，CE⊥直线m，垂足分别为点D、E，请直接写出BD、CE、DE的数量关系．

拓展延伸：(2)如图②，将(1)中的条件改为：在△ABC中，AB＝AC，D、A、E三点都在直线m上，并且有∠BDA＝∠AEC＝∠BAC请写出DE、BD、CE三条线段的数量关系，并说明理由．

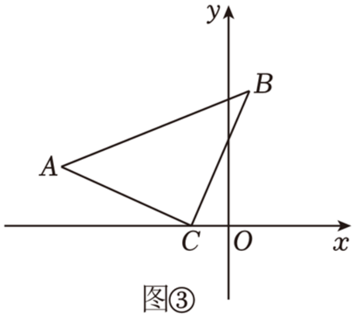
实际应用：(3)如图③，在△ACB中，∠ACB＝90°，AC＝BC，点C的坐标为(﹣2，0)，点A的坐标为(﹣6，3)，求B点的坐标．



图①



图②



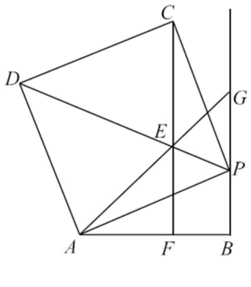
图③

2.如图，线段 $AB=6$，射线 $BG\perp AB$，P 为射线 BG 上一点，以 AP 为边做正方形 $APCD$，且点 C、D 与点 B 在 AP 两侧，在线段 DP 上取一点 E，使得 $\angle EAP=\angle BAP$，直线 CE 与线段 AB 相交于点 F(点 F 与点 A、B 不重合).

(1)求证：$\triangle AEP\cong\triangle CEP$；

(2)判断 CF 与 AB 的位置关系，并说明理由；

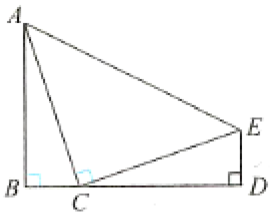
(3)$\triangle AEF$ 的周长是否为定值，若是，请求出这个定值，若不是，请说明理由.



课后练习

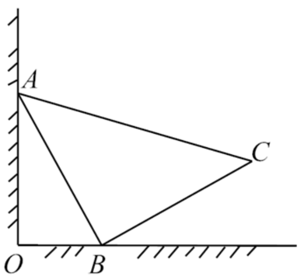
分层强化练习，内化知识

1.如图，$AC=CE$，$\angle ACE=90°$，$AB\perp BD$，$ED\perp BD$，$AB=6cm$，$DE=2cm$，则 BD 等于(　　)



A．$6cm$　　B．$8cm$　　C．$10cm$　　D．$4cm$

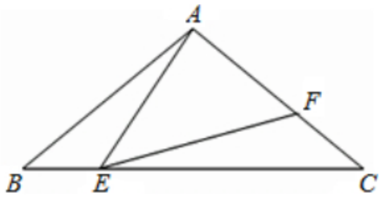
2.如图，一个等腰直角三角形 ABC 物件斜靠在墙角处($\angle O=90°$)，若 $OA=50cm$，$OB=28cm$，则点 C 离地面的距离是 _____cm．



3.一个等腰直角三角板如图搁置在两柜之间，且点 D，C，E 在同一直线上，已知稍高的柜高 AD 为 $80cm$

，两柜距离 DE 为 $140cm$．求稍矮的柜高 BE．

4.如图，在 $\triangle ABC$中，$\angle ABC=\angle ACB, BE=CF, E$为$BC$边上的一点，以$E$为顶点作$\angle AEF$，$\angle AEF$的一边交$AC$于点$F$，使$\angle AEF=\angle B$，请猜想$AC$与$EC$之间有怎样的数量关系，并说明理由．

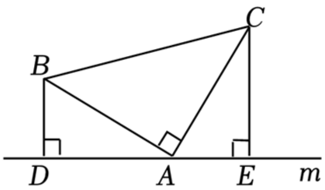


5.探究：如图①，在△ABC 中，∠BAC＝90°，AB＝AC，直线 m 经过点 A，BD⊥m 于点 D，CE⊥m 于点 E，

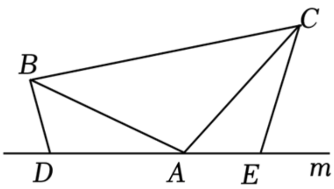
求证：△ABD≌△CAE．

应用：如图②，在△ABC 中，AB＝AC，D、A、E 三点都在直线 m 上，并且有∠BDA＝∠AEC＝∠BAC．求出 DE、BD 和 CE 的关系．

拓展：如图①中，若 DE＝10．梯形 $BCED$ 的面积 ______．



图①



图②

6.观察猜想：

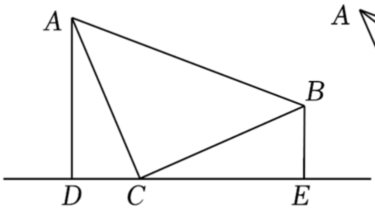


图1

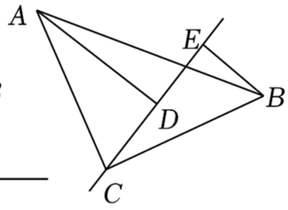


图2

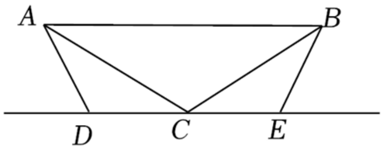


图3

(1)如图 1，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，D，C，E 三点在同一条直线上，且 $AD\perp CE$，$BE\perp CE$，垂足分别为点 D，E，则线段 AD，DE，BE 三者之间的数量关系是 ____；

类比探究：

(2)如图 2，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，D，C，E 三点在同一条直线上，且 $AD\perp CE$，$BE\perp CE$，垂足分别为 D，E，线段 AD，DE，BE 三者之间的数量关系有变化吗？请说明理由；

拓展延伸：

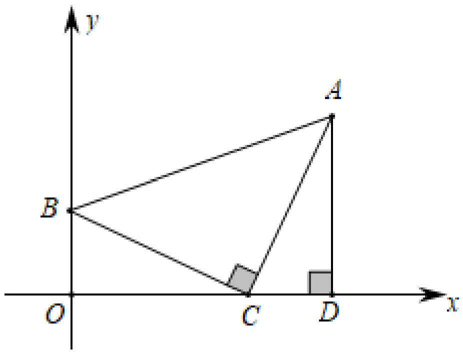
(3)如图 3，若将(1)中的条件改为：在△ABC 中，$AC=BC$，D，C，E 三点在同一条直线上，并且有$\angle BEC=\angle ADC=\angle BCA=\alpha$，$\alpha$ 为任意钝角，那么(1)中你的结论是否还成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由．

7.如图，等腰直角△ABC中，BC＝AC，∠ACB＝90°，现将该三角形放置在平面直角坐标系中，点B坐标为(0，2)，点C坐标为(6，0).

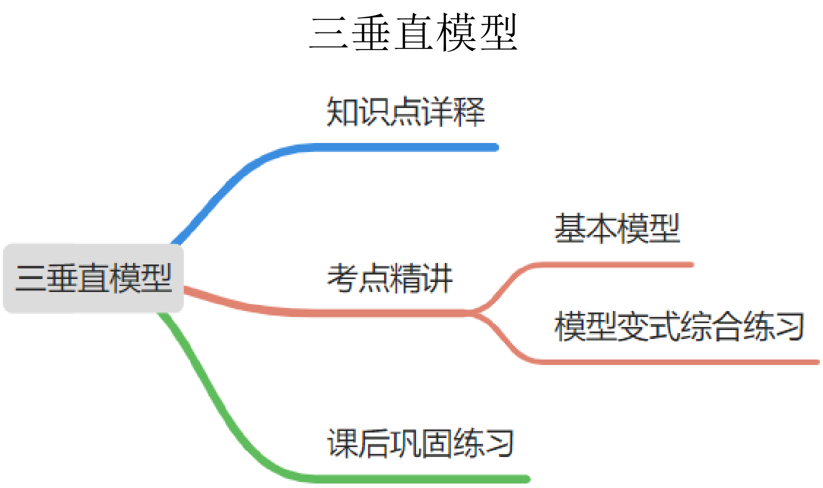
(1)过点A作AD⊥x轴，求OD的长及点A的坐标；

(2)连接OA，若P为坐标平面内不同于点A的点，且以O、P、C为顶点的三角形与△OAC全等，请直接写出满足条件的点P的坐标；

(3)已知OA＝10，试探究在x轴上是否存在点Q，使△OAQ是以OA为腰的等腰三角形？若存在，请求出点Q的坐标；若不存在，请说明理由.



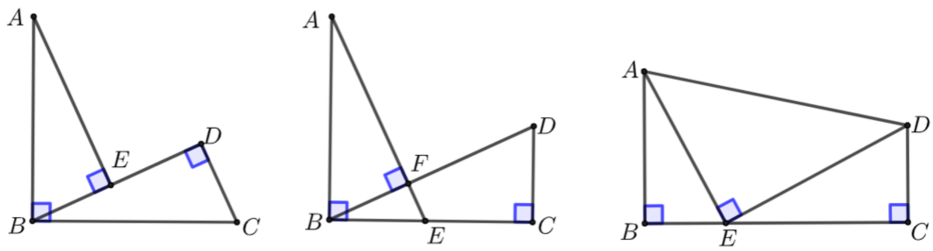
第十二章 重要几何模型 4



基础知识

务实基础，建立完整知识体系

1 三垂直模型的基本图象



① 由$\Delta ABE \cong \Delta BCD$，推出$AE=ED+CD$;

② 由$\Delta ABE \cong \Delta BCD$，推出$AB=EC+CD$;

③ 由$\Delta ABE \cong \Delta BCD$，推出$BC=AB+CD$.

2 拓展模型

若A,P,B三点在一条直线上，$\angle A=\angle B=\angle CPD=\alpha$，则$\Delta APC \cong \Delta BDP$.

基本方法

模块化学习，塑造解题能力

【题型 1】 基本模型

【典题 1】 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，分别过点 B，C 作过点 A 的直线的垂线 BD，CE，垂足为 D，E．若 $BD=4cm$，$CE=3cm$，求 DE 的长．

解析 ∵$BD\perp AD$，$CE\perp AE$，∴$\angle D=\angle E=90°$，

∵$\angle BAC=90°$，∴$\angle BAD+\angle CAE=90°$，$\angle BAD+\angle ABD=90°$，

∴$\angle CAE=\angle ABD$，

在△ABD 和△CAE 中$\begin{cases}\angle D=\angle E\\ \angle ABD=\angle CAE,\\ AB=AC\end{cases}$

∴△ABD≌△$CAE(AAS)$，

∴$AD=CE$，$BD=AE$，

∵$BD=4cm$，$CE=3cm$，

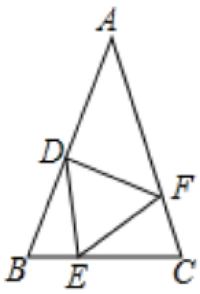
∴$DE=AD+AE=CE+BD=7cm$．

【典题 2】如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B=\angle C$，点D、E、F分别在AB,BC,AC上，且$BE=CF$，$AD+EC=AB$．

(1)试说明：$DE=EF$；

(2)当$\angle A=40°$时，求$\angle DEF$的度数；

(3)请你猜想：当$\angle A$为多少度时，$\angle EDF+\angle EFD=120°$，并请说明理由．



解析 (1)证明：$\because AB=AC$，$\therefore \angle B=\angle C$．

$\because AB=AD+BD$，$AB=AD+EC$，$\therefore BD=EC$．

在$\triangle DBE$和$\triangle ECF$中，$\begin{cases}BE=CF\\ \angle B=\angle C,\\ BD=EC\end{cases}$，$\therefore\triangle DBE\cong\triangle ECF(SAS)$

$\therefore DE=EF$，

(2)解：$\because \angle A=40°$，$\therefore \angle B=\angle C=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$，