2023-2024学年广东省深圳市福田区八年级（下）期末数学试卷

一、选择题：本题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，下列分子结构模型示意图中，是中心对称图形的是(　)

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 若$m > n$，则下列不等式中正确的是(　)

A. $m-3 < n-3$　　B. $3m > 3n$　　C. $-\frac{1}{4}m > -\frac{1}{4}n$　　D. $n-m > 0$

3. 下列各式从左到右的变形中，属于因式分解的是(　)

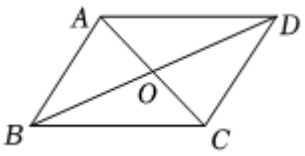
A. $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x-2)$　　B. $2(2x-3y) = 4x-6y$

C. $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$　　D. $ax + bx + c = x(a + b) + c$

4. 已知代数式$\frac{x+2}{1-x}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是(　)

A. $x \neq -2$　　B. $x \neq 2$　　C. $x \neq -1$　　D. $x \neq 1$

5. 如图，在四边形$ABCD$中，AC交BD于点O，O为AC中点，下列条件能判断四边形$ABCD$是平行四边形的是(　)



A. $OB = OD$　　B. $AB = CD$　　C. $AC = BD$　　D. $AD = BC$

6. 以下说法错误的是(　)

A. 等腰三角形顶角的平分线，底边上的中线及底边上的高线互相重合

B. 六边形内角和为1080°

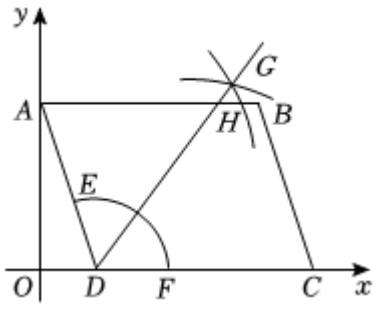
C. 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等

D. 用反证法证明“三角形中必有一个角不大于60°”，可以先假设这个三角形中每一个内角都大于60°

7. 关于x的方程$\frac{k}{x+1} = 2$有增根，则k的值为(　)

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

8. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，A(0,3)，D(1,0)，点 C 落在 x 轴的正半轴上，点 B 落在第一象限内，按以下步骤作图：



①以点 D 为圆心，适当长为半径作弧，分别交 DA，DC 于点 E，F；

②分别以 E，F 为圆心，大于$\frac{1}{2}$EF的长为半径作弧，两弧在∠ADC内交于点 G；

③作射线 DG，交边 AB 于点 H；

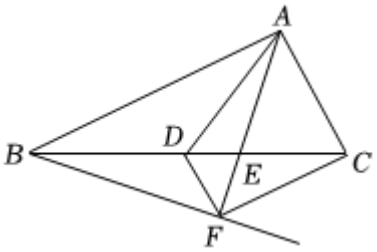
则点 H 的坐标为(　)

A. $(\sqrt{10},3)$　　B. $(-3,3)$　　C. $(3,3)$　　D. $(\sqrt{10}-1,3)$

9. 我国古代著作《四元玉鉴》记载“买椽多少”问题：“六贯二百一十钱，倩人去买几株椽．每株脚钱三文足，无钱准与一株椽．”其大意为：现请人代买一批椽，这批椽的价钱为 6210 文．如果每株椽的运费是 3 文，那么少拿一株椽后，剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，试问 6210 文能买多少株椽？设这批椽的数量为 x 株，则符合题意的方程是(　)

A. $3(x-1)=\frac{6210}{x}$　　B. $\frac{6210}{x-1}=3$　　C. $3x-1=\frac{6210}{x}$　　D. $\frac{6210}{x}=3$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AD 是中线，AE 平分∠BAC，过点 B 作 $BF\perp AE$ 交 AE 延长线于点 F，垂足为点 F，连接 FD，若 $AB=6$，$AC=3$，则 DF 长为(　)



A. 2.5

B. 2

C. 1.5

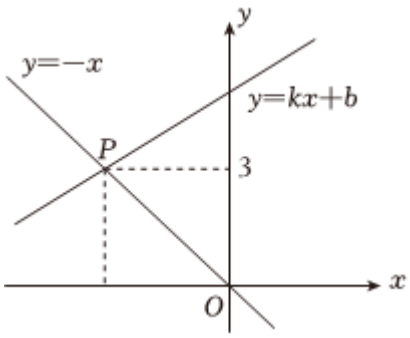
D. 1

二、填空题：本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

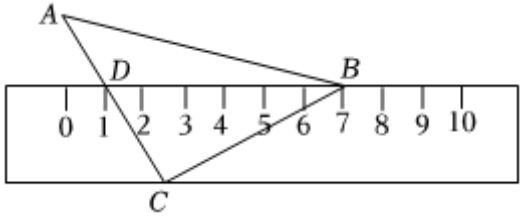
11. 因式分解：$ab^2-ab=$ _____.

12. 若一个正多边形的每一个外角都是30°，则这个正多边形的边数为_____.

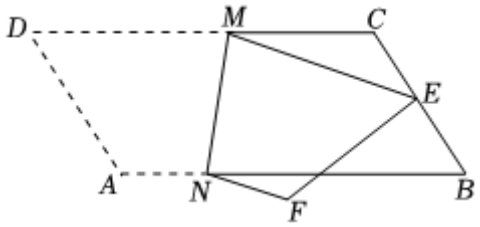
13. 如图，直线$y = kx + b(k \neq 0)$与$y = -x$相交于点 P，其纵坐标为 3，则关于 x 的不等式$kx + b < -x$的解集是_____.



14. 如图，将含45°角的直角三角尺的直角顶点 C 放在一把直尺的一边上，顶点 B 在直尺的另一边上，AC 与直尺的另一边交于点 D，当$\angle DBC = 30°$时，D，B 两点分别落在直尺上的 1cm，7cm 处，则直尺的宽度为_____cm.



15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC = 60°$，$AD = 4$，$DC = 8$，点 E 为 BC 的中点，将平行四边形 $ABCD$ 沿折痕 MN 翻折，使点 D 落在点 E 处，则线段 MN 的长为_____.



三、解答题：本题共 7 小题，共 55 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. (本小题 6 分)

解不等式组：$\begin{cases} 2x-3 \leq x-1 \\ \frac{3x-1}{2} \leq \frac{2x+1}{3} \end{cases}$.

17. (本小题 7 分)

先化简，后求值：$(1-\frac{1}{x-2}) \div \frac{x^2-6x+9}{x^2-4}$，其中$x = 1$.

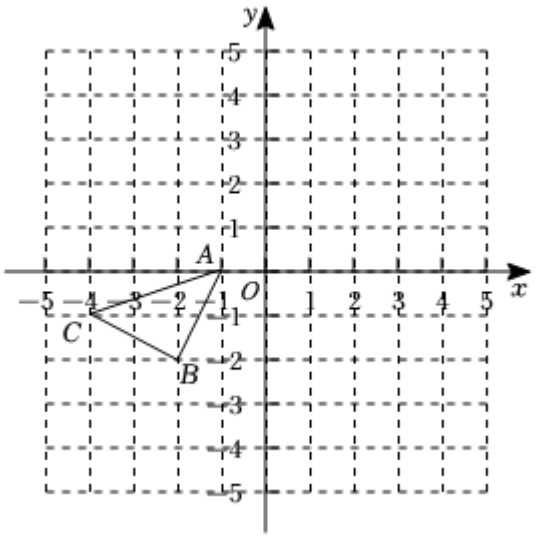
18. (本小题 7 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle ABC$顶点的坐标分别为A(−1,0)，B(−2,−2)，C(−4,−1)，请在图中按要求画图并解答下列问题：

(1)将 $\triangle ABC$先向上平移 5 个单位长，再向右平移 3 个单位长，得到 $\triangle A_1B_1C_1$(A,B,C的对应点分别为A_1，B_1，C_1)，画出 $\triangle A_1B_1C_1$(要求在图上标好三角形顶点字母)；

(2)直接写出C_1的坐标_____；

(3)若将 $\triangle ABC$绕点 M 顺时针旋转90°后，点 A，B，C 的对应点分别为$A_2(5,0)$，$B_2(3,1)$，$C_2(4,3)$，则旋转中心 M 的坐标为_____.



19. (本小题 8 分)

某校为了培养学生良好的阅读习惯，去年购买了一批图书.其中科技书的单价比文学书的单价多 4 元，用 1800 元购买的科技书与用 1200 元购买的文学书数量相等.

(1)求去年购买的文学书和科技书的单价各是多少元？

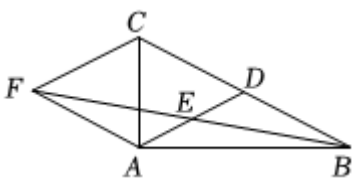
(2)若今年文学书的单价提高到 10 元，科技书的单价与去年相同，该校今年计划再购买文学书和科技书共 280 本，且购买科技书和文学书的总费用不超过 3000 元，该校今年至少要购买多少本文学书？

20. (本小题 8 分)

如图，AD 是 $\triangle ABC$中 BC 边上的中线，BF 与 AD 相交于点 E，且$BE = EF$，$AF//BC$.

(1)求证：四边形 $ADCF$ 为平行四边形；

(2)若$DA = DC = 3$，$AC = 4$，求 $\triangle ABC$的面积.



21. (本小题 9 分)

<table>
<tr><td colspan="2">生活中的数学
某学校组织七、八年级学生进行研学活动，由学生会通过调研获取信息供学校参考制定出行方案.经学生会调查，得到以下信息.</td></tr>
<tr><td>信息1</td><td>某旅游公司只有 60 座客车 14 辆，45 座客车 25 辆可供租用<table><tr><td></td><td>45 座客车</td><td>60 座客车</td></tr><tr><td>载客量(人/辆)</td><td>45</td><td>60</td></tr><tr><td>租金(元/辆)</td><td>250</td><td>300</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>信息2</td><td>七年级若每位老师带 40 名学生，则还剩 10 名学生没老师带；若每位老师带 41 名学生，则恰好完成分配.</td></tr>
<tr><td>信息3</td><td>八年级师生如果租用 45 座的客车 n 辆，那么还有 30 人没有座位；如果租用 60 座的客车可少租 2 辆，且正好坐满.</td></tr>
<tr><td>任务1</td><td>(1)参加此次活动的七年级师生共有_____人；</td></tr>
<tr><td>任务2</td><td>(2)求参加此次活动的八年级师生共有多少人；</td></tr>
<tr><td>任务3</td><td>(3)学校计划此次研学活动由七八年级师生共同租用两种客车，要使每位师生都有座位，且每辆客车恰好坐满，总费用不超过 4800 元，你能得出哪几种不同的租车方案？请直接写出具体的租车方案.</td></tr>
</table>

22. (本小题 10 分)

综合与实践：

【问题情境】

活动课上，同学们以等边三角形为背景开展旋转探究活动，数学小组经过研究发现“等边三角形在旋转过程中，对应边所在直线的夹角与旋转角存在一定关系”(注：平面内两直线的夹角是指两直线相交形成的小于或等于90°的角).如图 1，将等边 $\triangle ABC$绕点 A 逆时针旋转15°得到 $\triangle ADE$，则线段 BC 与线段 DE 的夹角 $\angle BMD = 15^\circ$.如图 2，将等边 $\triangle ABC$绕点 A 逆时针旋转100°得到 $\triangle ADE$，则线段 BC 与线段 DE 所在直线的夹角$\angle BMD = 80^\circ$.

【特例分析】

(1)如图 1，若将等边 $\triangle ABC$绕点 A 逆时针旋转30°得到 $\triangle ADE$，线段 BC 与线段 DE 所在直线的夹角度数为_____度；如图 2，若将等边 $\triangle ABC$绕点 A 逆时针旋转110°得到 $\triangle ADE$，线段 BC 与线段 DE 所在直线的夹

角度数为_____度.

【类比分析】

(2)如图 3，已知 $\triangle ABC$是等边三角形，分别在边 AB 和 AC 上截取 AD 和 AE，使得$AD = AE$，连接DE.如图 4，将 $\triangle ADE$绕点 A 逆时针旋转$\theta(0^\circ \le \theta \le 180^\circ)$，连接 CE，当 BC 和 DE 所在直线互相垂直时，线段 AE，AC，CE 之间有怎样的等量关系？试探究你的结论，并说明理由.

【延伸应用】

(3)在(2)的条件下，如图 3，若$AB = 4$，$AD = AE = 2\sqrt{3}$，将 $\triangle ADE$绕点 A 逆时针旋转$\theta(0^\circ \le \theta \le 360^\circ)$.当 BC 和 DE 所在直线互相垂直时，请直接写出此时 CD 的长.

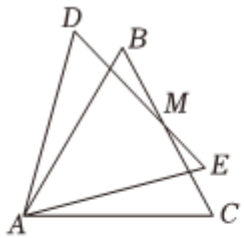


图 1

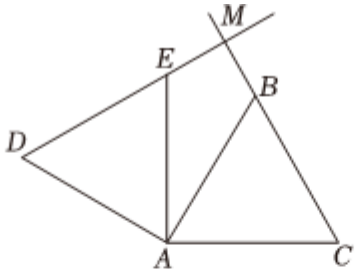


图 2

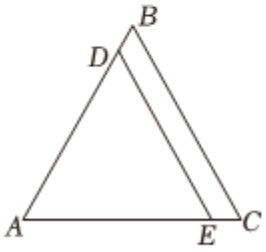


图 3

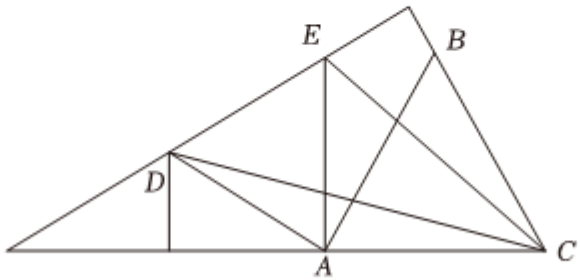
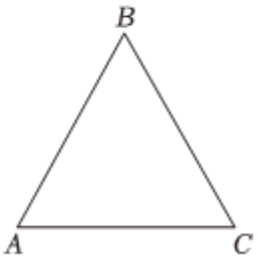


图 4



备用图

答案和解析

1.【答案】C

【解析】解：选项 A、B、D 均不能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后和原图形完全重合，所以不是中心对称图形．

选项 C 能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后和原图形完全重合，所以是中心对称图形．

故选：C.

根据中心对称图形的定义，结合选项所给图形进行判断即可．把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

此题主要考查了中心对称图形的概念，熟知中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合是解题的关键．

2.【答案】B

【解析】解：A.由$m > n$，得$m-3 > n-3$，故不符合题意．

B.由$m > n$，得$3m > 3n$，故符合题意．

C.由$m > n$，得$-\frac{1}{4}m < -\frac{1}{4}n$，故不符合题意．

D.由$m > n$，得$n-m < 0$，故不符合题意．

故选：B.

根据不等式的基本性质解答即可．

本题考查的是不等式的性质，解题的关键是熟练掌握不等式的性质．

3.【答案】A

【解析】解：A.$x^2 + x-6 = (x + 3)(x-2)$，从左边到右边的变形属于因式分解，故本选项符合题意；

B.$2(2x-3y) = 4x-6y$，从左边到右边的变形是整式乘法计算，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

C.$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$，从左边到右边的变形是整式乘法计算，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

D.$ax + bx + c = x(a + b) + c$，等式的右边不是几个整式的积的形式，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

故选：A.

根据因式分解的定义判断即可．

本题主要考查了因式分解的定义和因式分解的方法，能熟记因式分解的定义是解此题的关键，注意：把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫因式分解．

4.【答案】*D*

【解析】解：要使代数式$\frac{x+2}{1-x}$在实数范围内有意义，必须1−x ≠ 0，

解得：x ≠ 1，

故选：D.

根据分式有意义的条件得出1−x ≠ 0，再求出答案即可.

本题考查了分式有意义的条件，能熟记式子$\frac{A}{B}$中B ≠ 0是解此题的关键.

5.【答案】*A*

【解析】*A*. ∵ O为 *AC* 中点，

∴ OA = OC，

∵ OB = OD，

∴ 四边形 *ABCD* 是平行四边形，

故 *A* 符合题意；

B、*C*、*D* 都不能判定四边形 *ABCD* 是平行四边形，

故选：A.

根据平行四边形的判定定理分别对各个选项进行判断即可.

本题主要考查了平行四边形的判定，熟练掌握平行四边形判定定理是解答本题的关键.

6.【答案】*B*

【解析】解：*A*、等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线及底边上的高线互相重合，原说法正确，不符合题意；

B、六边形内角和为720°，原说法错误，符合题意；

C、线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等，原说法正确，不符合题意；

D、用反证法证明“三角形中必有一个角不大于60°”，可以先假设这个三角形中每一个内角都大于60°，原说法正确，不符合题意.

故选：B.

利用等腰三角形的性质、多边形内角和、线段垂直平分线的性质及反证法分别判断后即可确定正确的选项.

本题主要考查了反证法，线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质以及多边形内角与外角，熟记相关性质或解答方法即可作出正确判断.

7.【答案】*B*

【解析】解：方程两边都乘$x+1$，

得$k=2(x+1)$，

∵原方程有增根，

∴最简公分母$x+1=0$，

解得$x=-1$，

当$x=-1$时，$k=0$.

故选：B.

增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根．所以应先确定增根的可能值，让最简公分母$x+1=0$，得到$x=-1$，然后代入化为整式方程的方程算出 k 的值．

本题考查了分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行：

①让最简公分母为 0 确定增根；

②化分式方程为整式方程；

③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值．

8.【答案】A

【解析】解：∵$A(0,3)$，$D(1,0)$，

∴$OA=3$，$OD=1$，

∵$\angle AOD=90^{\circ}$，

∴$AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，CD 在 x 轴上，

∴$AB//x$轴，

由作图得 DH 平分$\angle ADC$，

∴$\angle ADH=\angle CDH$，

∵$AB//CD$，

∴$\angle AHD=\angle CDH$，

∴$\angle ADH=\angle AHD$，

∴$AH=AD=\sqrt{10}$，

∵$AH//x$轴，

∴$H(\sqrt{10},3)$，

故选：A.

由$A(0,3)$，$D(1,0)$，$\angle AOD=90^{\circ}$，求得$AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{10}$，由作图得 DH 平分$\angle ADC$，则

$\angle ADH = \angle CDH$，由AB//CD，得$\angle AHD = \angle CDH$，所以$\angle ADH = \angle AHD$，则$AH = AD = \sqrt{10}$，所以$H(\sqrt{10},3)$，于是得到问题的答案.

此题重点考查图形与坐标、勾股定理、平行四边形的性质、等腰三角形的判定等知识，推导出$\angle ADH = \angle AHD$，进而证明$AH = AD$是解题的关键.

9.【答案】*A*

【解析】【分析】

本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

根据单价=总价 ÷ 数量，结合少拿一株椽后剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，即可得出关于 x 的分式方程，此题得解.

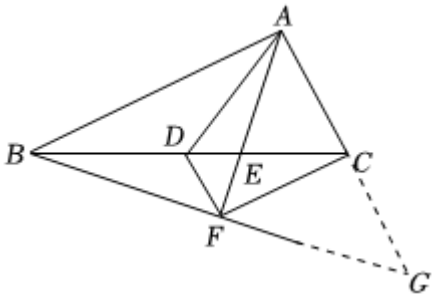
【解答】

解：依题意，得：$3(x-1) = \frac{6210}{x}$.

故选：A.

10.【答案】*C*

【解析】解：如图，分别延长 *AC*、*BF* 交于点 *G*，



∵ AE平分$\angle BAC$，

∴ $\angle BAF = \angle GAF$，

∵ $BF \perp AE$，

∴ $\angle AFB = \angle AFG = 90°$，

在 △ AFB和 △ AFG中，

$$\begin{cases} \angle BAF = \angle GAF \\ AF = AF \\ \angle AFB = \angle AFG \end{cases},$$

∴△ AFB≌ △ AFG(ASA)，

∴ $AG = AB = 6$，$BF = FG$，

∴ $CG = AG - AC = 6 - 3 = 3$，

∵ $BF = FG$，$AD = DC$，

∴ DF是 △ BCG的中位线，

∴ $DF = \frac{1}{2}CG = 1.5$，

故选：C.

分别延长 *AC*、*BF* 交于点 *G*，证明 △ AFB≌ △ AFG，根据全等三角形的性质得到$AG = AB = 6$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/648141112143006117