

2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 下列命题为真命题的个数是 () (其中 π, e 为无理数)

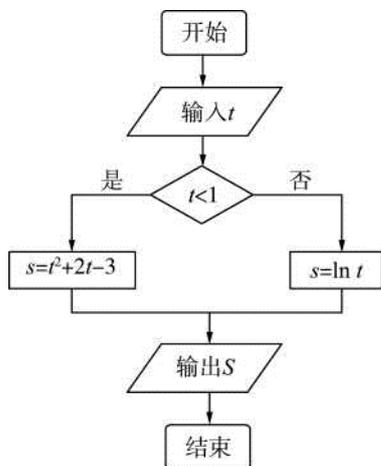
① $\sqrt{e} > \frac{3}{2}$; ② $\ln \pi < \frac{2}{3}$; ③ $\ln 3 < \frac{3}{e}$.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 已知 $p: \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + y\right)$, $q: x = y$ 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 执行如图所示的程序框图, 如果输入 $t \in [-2, e^2]$, 则输出 S 属于 ()

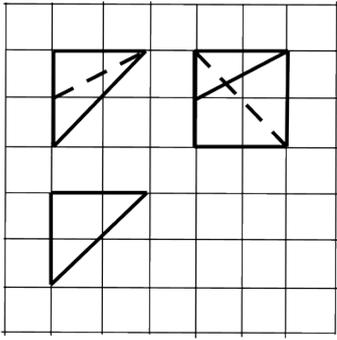


- A. $[-3, 2]$ B. $[-4, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $[-3, e^2]$

4. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的取值范围是

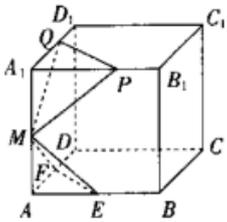
- A. $[0, 6]$ B. $[0, 4]$ C. $[6, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

5. 如图所示, 网络纸上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某四棱锥的三视图, 则该几何体的体积为 ()



- A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. 6 D. 8

6. 在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, M 分别是 AB, AD, AA_1 的中点, 又 P, Q 分别在线段 A_1B_1, A_1D_1 上, 且 $A_1P = A_1Q = m (0 < m < a)$, 设平面 $MEF \perp$ 平面 $MPQ = l$, 则下列结论中不成立的是 ()



- A. $l \parallel$ 平面 BDD_1B_1 B. $l \perp MC$
 C. 当 $m = \frac{a}{2}$ 时, 平面 $MPQ \perp MEF$ D. 当 m 变化时, 直线 l 的位置不变

7. 已知 $y = \log_2(x^2 - 2x + 17)$ 的值域为 $[m, +\infty)$, 当正数 a, b 满足 $\frac{2}{3a+b} + \frac{1}{a+2b} = m$ 时, 则 $7a+4b$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{9}{4}$ B. 5 C. $\frac{5+2\sqrt{2}}{4}$ D. 9

8. 某校为提高新入聘教师的教学水平, 实行“老带新”的师徒结对指导形式, 要求每位老教师都有徒弟, 每位新教师都有一位老教师指导, 现选出 3 位老教师负责指导 5 位新入聘教师, 则不同的师徒结对方式共有 () 种.

- A. 360 B. 240 C. 150 D. 120

9. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | (x+1)(x-2) < 0\}$, 则集合 $A \cap B$ 的真子集的个数是 ()

- A. 8 B. 7 C. 4 D. 3

10. $\frac{(1-2x)^7}{x}$ 的展开式中 x^2 的系数为 ()

- A. -84 B. 84 C. -280 D. 280

11.

五行学说是华夏民族创造的哲学思想，是华夏文明重要组成部分.古人认为，天下万物皆由金、木、水、火、土五类元素组成，如图，分别是金、木、水、火、土彼此之间存在的相生相克的关系.若从 5 类元素中任选 2 类元素，则 2 类元素相生的概率为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

12. 已知复数 $z_1 = 1 + ai$ ($a \in \mathbb{R}$), $z_2 = 1 + 2i$ (i 为虚数单位), 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数, 则 $a =$ ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，直角三角形 ABC 的三个顶点都在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$) 上，其中 $A(0, 1)$ 为直角顶点. 若该三角形的面积的最大值为 $\frac{27}{8}$ ，则实数 a 的值为_____.

14. 若 $f(x) = \frac{1}{3}kx^3 + (k-2)x^2 - 5k + 7$ 在 $(0, 2)$ 上单调递减，则 k 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $f(x) = 4\sin x + \frac{1}{3}x^3$ 在 $x=0$ 处的切线与直线 $nx - y - 6 = 0$ 平行，则 n 为_____.

16. 点 P_0 是曲线 $y = 3\ln x + x + k$ ($k \in \mathbb{R}$) 图象上的一个定点，过点 P_0 的切线方程为 $4x - y - 1 = 0$ ，则实数 k 的值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在中国，不仅是购物，而且从共享单车到医院挂号再到公共缴费，日常生活中几乎全部领域都支持手机支付.出门不带现金的人数正在迅速增加。中国人民大学和法国调查公司益普索合作，调查了腾讯服务的 6000 名用户，从中随机抽取了 60 名，统计他们出门随身携带现金 (单位：元) 如茎叶图所示，规定：随身携带的现金在 100 元以下 (不含 100 元) 的为“手机支付族”，其他为“非手机支付族”。

男性		女性
0	3	5
7	4	08
885	5	35
20	6	05
8	7	0
3	8	558
0	9	5
85000	10	00
98220	11	5
5000	12	08
55420	13	0
6610	14	5
54320	15	6
50	16	

	男性	女性	合计
手机支付族			
非手机支付族			
合计			

(1) 根据上述样本数据，将 2×2 列联表补充完整，并判断有多大的把握认为“手机支付族”与“性别”有关？

(2) 用样本估计总体，若从腾讯服务的用户中随机抽取 3 位女性用户，这 3 位用户中“手机支付族”的人数为 ζ ，求随机变量 ζ 的期望和方差；

(3) 某商场为了推广手机支付，特推出两种优惠方案，方案一：手机支付消费每满 1000 元可直减 100 元；方案二：手机支付消费每满 1000 元可抽奖 2 次，每次中奖的概率同为 $\frac{1}{2}$ ，且每次抽奖互不影响，中奖一次打 9 折，中奖两次打 8.5 折。如果你打算用手机支付购买某样价值 1200 元的商品，请从实际付款金额的数学期望的角度分析，选择哪种优惠方案更划算？

附：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

18. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 且满足 $b \cos A - \sqrt{3} a \sin B = 1$.

(1) 求 A;

(2) 已知 $a = 2\sqrt{3}$, $B = \frac{\pi}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12分) 某调查机构为了了解某产品年产量 x (吨)对价格 y (千克/吨)和利润 z 的影响，对近五年该产品的年产量和价格统计如下表：

x	1	2	3	4	5
-----	---	---	---	---	---

y	17.0	16.5	15.5	13.8	12.2
-----	------	------	------	------	------

(1) 求 y 关于 x 的线性回归方程 $y = \hat{b}x + \hat{a}$;

(2) 若每吨该产品的成本为 12 千元, 假设该产品可全部卖出, 预测当年产量为多少时, 年利润 w 取到最大值?

参考公式:
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - x + a \ln x$ ($a < 0$), 且 $f(x)$ 只有一个零点.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 若 $x_1 < x_2$, 且 $f(x_1) = f(x_2)$, 证明: $x_1 + x_2 > 2$.

21. (12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} = \frac{2\sqrt{3}\sin C}{3\sin A}$.

(1) 求 C 的值;

(2) 若 $\cos A + \sqrt{3}\sin A = 2$, 求 $A + B$ 的取值范围.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = |x-1|$.

(1) 解不等式 $f(x) + f(x+4) \geq 8$;

(2) 若 $|a| < 1, |b| < 1, a \neq 0$, 求证: $f(ab) > |a|f\left(\frac{b}{a}\right)$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

对于①中, 根据指数幂的运算性质和不等式的性质, 可判定值正确的; 对于②中, 构造新函数

$$f(x) = \ln x - \frac{2}{3}, x > 0, \text{ 利用导数得到函数为单调递增函数, 进而得到 } f(\pi) > f(e)$$

, 即可判定是错误的; 对于③中, 构造新函数 $f(x) = e \ln x - x, x > 0$, 利用导数求得函数的最大值为 $f(e) = 0$, 进而得到 $f(3) < 0$, 即可判定是正确的.

【详解】

由题意, 对于①中, 由 $(\sqrt{e})^2 = e, (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2.25$, 可得 $e > 2.25$, 根据不等式的性质, 可得 $\sqrt{e} > \frac{3}{2}$ 成立, 所以是正确的;

对于②中, 设函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{3}, x > 0$, 则 $f'(x) = \frac{1}{x} > 0$, 所以函数为单调递增函数,

因为 $\pi > e$, 则 $f(\pi) > f(e)$

又由 $f(e) = \ln e - \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} > 0$, 所以 $f(\pi) > 0$, 即 $\ln \pi > \frac{2}{3}$, 所以②不正确;

对于③中, 设函数 $f(x) = e \ln x - x, x > 0$, 则 $f'(x) = \frac{e}{x} - 1 = \frac{e-x}{x}$,

当 $x \in (0, e)$ 时, $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 单调递增,

当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减,

所以当 $x = e$ 时, 函数取得最大值, 最大值为 $f(e) = e \ln e - e = 0$,

所以 $f(3) = e \ln 3 - 3 < 0$, 即 $e \ln 3 < 3$, 即 $\ln 3 < \frac{3}{e}$, 所以是正确的.

故选: C.

【点睛】

本题主要考查了不等式的性质, 以及导数在函数中的综合应用, 其中解答中根据题意, 合理构造新函数, 利用导数求得函数的单调性和最值是解答的关键, 着重考查了构造思想, 以及推理与运算能力, 属于中档试题.

2、B

【解析】

根据诱导公式化简 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + y\right) = \cos y$ 再分析即可.

【详解】

因为 $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + y\right) = \cos y$, 所以 q 成立可以推出 p 成立, 但 p 成立得不到 q 成立, 例如 $\cos \frac{\pi}{3} = \cos \frac{5\pi}{3}$, 而

$\frac{\pi}{3} \neq \frac{5\pi}{3}$, 所以 p 是 q 的必要而不充分条件.

故选: B

【点睛】

本题考查充分与必要条件的判定以及诱导公式的运用,属于基础题.

3、B

【解析】

由题意,框图的作用是求分段函数 $S(t) = \begin{cases} t^2 + 2t - 3, & t \in [-2, 1] \\ \ln t, & t \in [1, e^2] \end{cases}$ 的值域,求解即得解.

【详解】

由题意可知,

框图的作用是求分段函数 $S(t) = \begin{cases} t^2 + 2t - 3, & t \in [-2, 1] \\ \ln t, & t \in [1, e^2] \end{cases}$ 的值域,

当 $t \in [-2, 1), S \in [-4, 0)$;

当 $t \in [1, e^2], S \in [0, 2]$

综上: $S \in [-4, 2]$.

故选: B

【点睛】

本题考查了条件分支的程序框图,考查了学生逻辑推理,分类讨论,数学运算的能力,属于基础题.

4、D

【解析】

解: x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \end{cases}$, 表示的可行域如图:

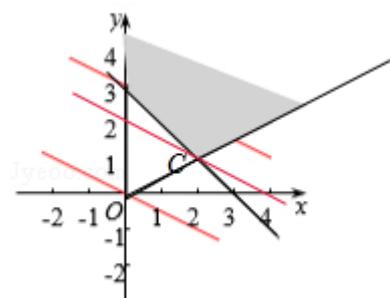
目标函数 $z = x + 2y$ 经过 C 点时, 函数取得最小值,

由 $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ 解得 C (2, 1),

目标函数的最小值为: 4

目标函数的范围是 $[4, +\infty)$.

故选 D.



5、A

【解析】

先由三视图确定该四棱锥的底面形状，以及四棱锥的高，再由体积公式即可求出结果.

【详解】

由三视图可知，该四棱锥为斜着放置的四棱锥，四棱锥的底面为直角梯形，上底为1，下底为2，高为2，四棱锥的高为2，

所以该四棱锥的体积为 $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (1+2) \times 2 \times 2 = 2$.

故选 A

【点睛】

本题主要考查几何的三视图，由几何体的三视图先还原几何体，再由体积公式即可求解，属于常考题型.

6、C

【解析】

根据线面平行与垂直的判定与性质逐个分析即可.

【详解】

因为 $A_1P = A_1Q = m$, 所以 $PQ \parallel B_1D_1$, 因为 $E、F$ 分别是 $AB、AD$ 的中点, 所以 $EF \parallel BD$, 所以 $PQ \parallel EF$, 因为面 $MEF \perp$ 面 $MPQ = l$, 所以 $PQ \parallel EF \parallel l$. 选项 A、D 显然成立;

因为 $BD \parallel EF \parallel l$, $BD \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $l \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 因为 $MC \subset$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $l \perp MC$, 所以 B 项成立;

易知 $AC_1 \perp$ 平面 MEF , $A_1C \perp$ 平面 MPQ , 而直线 AC_1 与 A_1C 不垂直, 所以 C 项不成立.

故选: C

【点睛】

本题考查直线与平面的位置关系. 属于中档题.

7、A

【解析】

利用 $y = \log_2(x^2 - 2x + 17)$ 的值域为 $[m, +\infty)$, 求出 m , 再变形, 利用 1 的代换, 即可求出 $7a + 4b$ 的最小值.

【详解】

解: $\because y = \log_2(x^2 - 2x + 17) = \log_2[(x-1)^2 + 16]$ 的值域为 $[m, +\infty)$,

$\therefore m = 4$,

$\therefore \frac{4}{6a+2b} + \frac{1}{a+2b} = 4$,

$$\therefore 7a+4b = \frac{1}{4} \left[(6a+2b) + (a+2b) \right] \left(\frac{4}{6a+2b} + \frac{1}{a+2b} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left[5 + \frac{6a+2b}{a+2b} + \frac{4(a+2b)}{6a+2b} \right] \geq \frac{1}{4} \times (5+4) = \frac{9}{4},$$

当且仅当 $\frac{6a+2b}{a+2b} = \frac{4(a+2b)}{6a+2b}$ 时取等号,

$$\therefore 7a+4b \text{ 的最小值为 } \frac{9}{4}.$$

故选: A.

【点睛】

本题主要考查了对数复合函数的值域运用,同时也考查了基本不等式中“1的运用”,属于中档题.

8、C

【解析】

可分成两类,一类是3个新教师与一个老教师结对,其他一新一老结对,第二类两个老教师各带两个新教师,一个老教师带一个新教师,分别计算后相加即可.

【详解】

分成两类,一类是3个新教师与同一个老教师结对,有 $C_5^3 A_3^3 = 60$ 种结对方式,第二类两个老教师各带两个新教师,有 $\frac{C_5^2 C_3^2 A_3^3}{2!} = 90$.

\therefore 共有结对方式 $60+90=150$ 种.

故选: C.

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用. 解题关键确定怎样完成新老教师结对这个事情,是先分类还是先分步,确定方法后再

计数. 本题中有一个平均分组问题. 计数时容易出错. 两组中每组中人数都是2, 因此方法数为 $\frac{C_5^2 C_3^2}{2!}$.

9、D

【解析】

转化条件得 $A \cap B = \{0,1\}$, 利用元素个数为 n 的集合真子集个数为 $2^n - 1$ 个即可得解.

【详解】

由题意得 $B = \{x \mid (x+1)(x-2) < 0\} = \{x \mid -1 < x < 2\}$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/655010131112011211>