2024 届内蒙古巴彦淖尔市高三下学期期末统考数学试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设等比数列$\{a_n\}$的前项和为S_n，若$8a_{2019}+a_{2016}=0$，则$\frac{S_6}{S_3}$的值为（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{7}{8}$　　D．$\frac{9}{8}$

2．设 M 是ΔABC边 BC 上任意一点，N 为 AM 的中点，若$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+\mu$的值为(　　)

A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

3．已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过$F_1$的直线交椭圆于 *A*，*B* 两点，交 *y* 轴于点 *M*，若F_1、*M* 是线段 *AB* 的三等分点，则椭圆的离心率为(　　)

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}$

4．已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（其中$A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）的图象关于点$M\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$成中心对称，且与点$M$相邻的一个最低点为$N\left(\frac{2\pi}{3},-3\right)$，则对于下列判断：

①直线$x=\frac{\pi}{2}$是函数$f(x)$图象的一条对称轴；

②点$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$是函数$f(x)$的一个对称中心；

③函数$y=1$与$y=f(x)\left(-\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{35\pi}{12}\right)$的图象的所有交点的横坐标之和为$7\pi$.

其中正确的判断是（　　）

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

5．已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期为$\pi$,$f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后关于$y$

轴对称，则 $f(x-\frac{\pi}{6})$ 的单调递增区间为(　　)

A．$\left[\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{5\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$　　B．$\left[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$

C．$\left[-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{5\pi}{12}+k\pi\right]k\in Z$　　D．$\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right]k\in Z$

6．设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y\le 1\\2x+y\ge -1\\x-y\le 0\end{cases}$，若 $z=-3x+2y$ 的最大值为 n，则 $\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中 x^2 项的系数为(　　)

A．60　　B．80　　C．90　　D．120

7．在 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$ 的展开式中，含 x^3 的项的系数是（　　）

A．74　　B．121　　C．-74　　D．-121

8．一个陶瓷圆盘的半径为 $10cm$，中间有一个边长为 $4cm$ 的正方形花纹，向盘中投入 1000 粒米后，发现落在正方形花纹上的米共有 51 粒，据此估计圆周率 π 的值为（精确到 0.001）（　　）

A．3.132　　B．3.137　　C．3.142　　D．3.147

9．我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水.天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸.若盆中积水深九寸，则平地降雨量是（注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸；③台体的体积公式 $V=\frac{1}{3}(S_{上}+\sqrt{S_{上}S_{下}}+S_{下})\cdot h$）.

A．2 寸　　B．3 寸　　C．4 寸　　D．5 寸

10．已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1,\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$，且 $(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b})$，则实数 λ 的值为（　）

A．-7　　B．-3　　C．2　　D．3

11．已知三棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的球面上，$AD\perp$ 平面 ABC，$\angle BAC=120^\circ$，$AD=2$，若球 O 的表面积为 20π，则三棱锥 $A-BCD$ 的体积的最大值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{3}$

12．一只蚂蚁在边长为 4 的正三角形区域内随机爬行，则在离三个顶点距离都大于 2 的区域内的概率为(　　)

A．$1-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　　D．$\frac{1}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=3$，则 $|\vec{a}|=$_____.

14．命题“$\exists x<0$，$x^2-2x-1>0$”的否定是_____.

15．某地区连续5天的最低气温（单位：℃）依次为8，-4，-1，0，2，则该组数据的标准差为_____.

16．已知复数$z=a+bi\ (a,b\in\mathbf{R})$，且满足$iz=9+i$（其中i为虚数单位），则$a+b=$____.

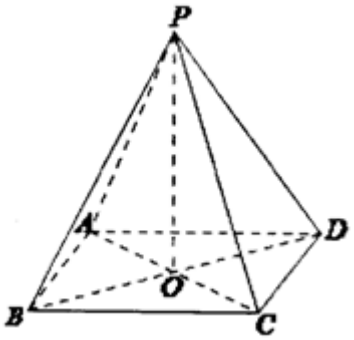
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数$f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2+x(a\in R)$，函数$g(x)=-2x+3$.

（Ⅰ）判断函数$F(x)=f(x)+\frac{1}{2}ag(x)$的单调性；

（Ⅱ）若$-2\le a\le -1$时，对任意$x_1,x_2\in[1,2]$，不等式$\left|f(x_1)-f(x_2)\right|\le t\left|g(x_1)-g(x_2)\right|$恒成立，求实数$t$的最小值.

18．（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是矩形，四条侧棱长均相等.



（1）求证：AB∥平面PCD；

（2）求证：平面$PAC\perp$平面$ABCD$.

19．（12分）已知函数$f(x)=|x-m|-|x+2|$（$m\in R$），不等式$f\left(x-2\right)\ge 0$的解集为$(-\infty,4]$.

（1）求m的值；

（2）若$a>0$，$b>0$，$c>3$，且$a+2b+c=2m$，求$(a+1)(b+1)(c-3)$的最大值.

20．（12分）已知奇函数$f\left(x\right)$的定义域为R，且当$x\in\left(0,+\infty\right)$时，$f\left(x\right)=x^2-x+1$.

（1）求函数$f\left(x\right)$的解析式；

（2）记函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-mx+1$，若函数$g\left(x\right)$有3个零点，求实数$m$的取值范围.

21．（12分）语音交互是人工智能的方向之一，现在市场上流行多种可实现语音交互的智能音箱.主要代表有小米公司的“小爱同学”智能音箱和阿里巴巴的“天猫精灵”智能音箱，它们可以通过语音交互满足人们的部分需求.某经销商为了了解不同智能音箱与其购买者性别之间的关联程度，从某地区随机抽取了100名购买“小爱同学”和100名购买“天猫精灵”的人，具体数据如下：

	“小爱同学”智能音箱	“天猫精灵”智能音箱	合计

男	45	60	105
女	55	40	95
合计	100	100	200

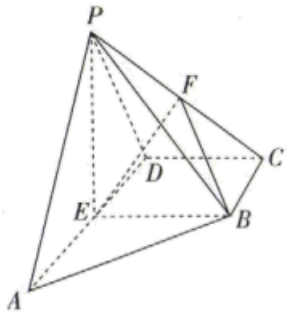
（1）若该地区共有 13000 人购买了“小爱同学”，有 12000 人购买了“天猫精灵”，试估计该地区购买“小爱同学”的女性比购买“天猫精灵”的女性多多少人？

（2）根据列联表，能否有 95%的把握认为购买“小爱同学”、“天猫精灵”与性别有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

22.（10 分）在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$BC//AD$，$\angle BCD=90°$，$PA\perp CD$，$BC=CD=\dfrac{1}{2}AD=1$，$PA=PD$，E，F 分别为 AD，PC 的中点.



（1）求证：$PC=2EF$.

（2）若 $EF\perp PC$，求二面角 $P-BE-F$ 的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

求得等比数列$\{a_n\}$的公比，然后利用等比数列的求和公式可求得$\frac{S_6}{S_3}$的值.

【详解】

设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，$\because 8a_{2019}+a_{2016}=0$，$\therefore q^3=\frac{a_{2019}}{a_{2016}}=-\frac{1}{8}$，$\therefore q=-\frac{1}{2}$，

因此，$\frac{S_6}{S_3}=\frac{1-q^6}{1-q^3}=1+q^3=\frac{7}{8}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查等比数列求和公式的应用，解答的关键就是求出等比数列的公比，考查计算能力，属于基础题.

2、B

【解析】

设$\overrightarrow{BM}=t\overrightarrow{BC}$，通过$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$，再利用向量的加减运算可得$\overrightarrow{AN}=\frac{1-t}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{t}{2}\overrightarrow{AC}$，结合条件即可得解.

【详解】

设$\overrightarrow{BM}=t\overrightarrow{BC}$，

则有$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}t\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{t}{2}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1-t}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{t}{2}\overrightarrow{AC}$.

又$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

所以$\begin{cases}\lambda=\frac{1-t}{2}\\ \mu=\frac{t}{2}\end{cases}$，有$\lambda+\mu=\frac{1-t}{2}+\frac{t}{2}=\frac{1}{2}$.

故选 B.

【点睛】

本题考查了向量共线及向量运算知识，利用向量共线及向量运算知识，用基底向量向量来表示所求向量，利用平面向量表示法唯一来解决问题.

3、D

【解析】

根据题意，求得A,M,B的坐标，根据点在椭圆上，点的坐标满足椭圆方程，即可求得结果.

【详解】

由已知可知，M 点为 AF_1 中点，F_1 为 BM 中点，

故可得 $x_{F_1}+x_A=2x_M=0$，故可得 $x_A=c$；

代入椭圆方程可得 $\frac{c^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，解得 $y=\pm\frac{b^2}{a}$，不妨取 $y_A=\frac{b^2}{a}$，

故可得 A 点的坐标为 $\left(c,\frac{b^2}{a}\right)$，

则 $M\left(0,\frac{b^2}{2a}\right)$，易知 B 点坐标 $\left(-2c,-\frac{b^2}{2a}\right)$，

将 B 点坐标代入椭圆方程得 $a^2=5c^2$，所以离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$，

故选：D.

【点睛】

本题考查椭圆离心率的求解，难点在于根据题意求得 A,B,M 点的坐标，属中档题.

4、C

【解析】

分析：根据最低点，判断 A=3，根据对称中心与最低点的横坐标求得周期 T，再代入最低点可求得解析式为 $f\left(x\right)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，依次判断各选项的正确与否.

详解：因为 $M\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$ 为对称中心，且最低点为 $N\left(\frac{2\pi}{3},-3\right)$，

所以 A=3，且 $T=4\times\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{5\pi}{12}\right)=\pi$

由 $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$

所以 $f\left(x\right)=3\sin\left(2x+\varphi\right)$，将 $N\left(\frac{2\pi}{3},-3\right)$ 带入得

$\varphi=\frac{\pi}{6}$ ，

所以 $f\left(x\right)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

由此可得①错误，②正确，③当$-\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{35\pi}{12}$时，$0\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 6\pi$，所以与$y=1$有6个交点，设各个交点坐标依次为$x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6$，则$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=7\pi$，所以③正确

所以选C

点睛：本题考查了根据条件求三角函数的解析式，通过求得的解析式进一步研究函数的性质，属于中档题.

5、D

【解析】

先由函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的周期和图象的平移后的函数的图象性质得出函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的解析式，从而得出$f(x-\frac{\pi}{6})$的解析式，再根据正弦函数$f(x)=\sin x$的单调递增区间得出函数$f(x-\frac{\pi}{6})$的单调递增区间，可得选项.

【详解】

因为函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期是$\pi$，所以$\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，即$\omega=2$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$，

$f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到的函数解析式为

$y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\varphi\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$，

由于其图象关于y轴对称，所以$\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

所以$f(x-\frac{\pi}{6})=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

因为$f(x)=\sin x$的递增区间是：$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$，$k\in Z$，

由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，得：$-\frac{\pi}{6}+k\pi\le x\le k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，

所以函数$f(x-\frac{\pi}{6})$的单调递增区间为$\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right]$（$k\in Z$）.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查正弦型函数的周期性，对称性，单调性，图象的平移，在进行图象的平移时，注意自变量的系数，属于中档题.

6、B

【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到$n=5$，再利用二项式定理计算得到答案.

【详解】

如图所示：画出可行域和目标函数，

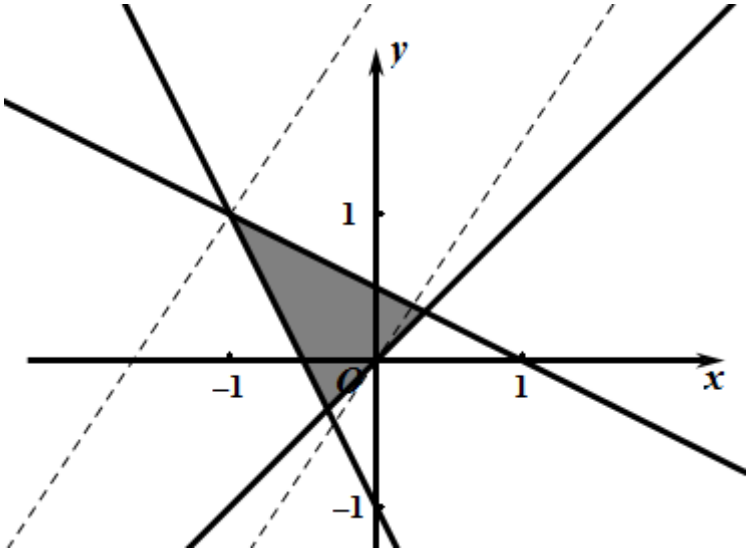
$z=-3x+2y$，即$y=\frac{3}{2}x+\frac{z}{2}$，故$z$表示直线与$y$截距的$2$倍，

根据图像知：当$x=-1,y=1$时，$z=-3x+2y$的最大值为5，故$n=5$.

$\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$展开式的通项为：$T_{r+1}=C_5^r\cdot(2x)^{5-r}\left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_5^r\cdot2^{5-r}\cdot(-1)^r\cdot x^{5-\frac{3}{2}r}$，

取$r=2$得到x^2项的系数为：$C_5^2\cdot2^{5-2}\cdot(-1)^2=80$.

故选：B.



【点睛】

本题考查了线性规划求最值，二项式定理，意在考查学生的计算能力和综合应用能力.

7、D

【解析】

根据$(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，利用通项公式得到含$x^3$的项为：$(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)(-x)^3$，进而得到其系数，

【详解】

因为在$(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，

所以含x^3的项为：$(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)(-x)^3$，

所以含x^3的项的系数是的系数是$-(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)$，

$=-(10+20+35+56)=-121$，

故选：D

【点睛】

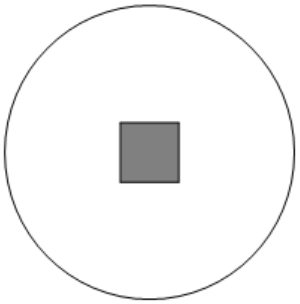
本题主要考查二项展开式及通项公式和项的系数，还考查了运算求解的能力，属于基础题，

8、B

【解析】

结合随机模拟概念和几何概型公式计算即可

【详解】



如图，由几何概型公式可知：$\frac{S_{正}}{S_{圆}}=\frac{4^2}{\pi\cdot10^2}\approx\frac{51}{1000}\Rightarrow\pi\approx3.137$.

故选：B

【点睛】

本题考查随机模拟的概念和几何概型，属于基础题

9、B

【解析】

试题分析：根据题意可得平地降雨量$=\frac{\frac{1}{3}\times9\times(10^2\pi+\sqrt{10^2\pi\times6^2\pi}+6^2\pi)}{14^2\pi}=3$，故选 B.

考点：1.实际应用问题；2.圆台的体积.

10、D

【解析】

由已知可得$\left(\vec{a}+\lambda\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，结合向量数量积的运算律，建立$\lambda$方程，求解即可.

【详解】

依题意得$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times1\times cos\frac{2\pi}{3}=-1$

由$\left(\vec{a}+\lambda\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，得$2\vec{a}^{2}-\lambda\vec{b}^{2}+\left(2\lambda-1\right)\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

即$-3\lambda+9=0$，解得$\lambda=3$.

故选: D.

【点睛】

本题考查向量的数量积运算，向量垂直的应用，考查计算求解能力，属于基础题.

11、B

【解析】

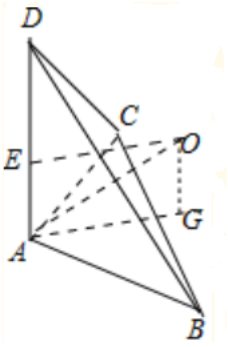
由题意画出图形，设球 O 得半径为 R，$AB=x$, $AC=y$,由球 O 的表面积为 20π，可得 $R^2=5$，再求出三角形 ABC 外接圆的半径,利用余弦定理及基本不等式求 xy 的最大值，代入棱锥体积公式得答案.

【详解】

设球O的半径为R，$AB=x$，$AC=y$，

由$4\pi R^{2}=20\pi$，得$R^{2}=5$.

如图：



设三角形ABC的外心为G，连接OG，GA，OA，

可得$OG=\frac{1}{2}AD=1$，则$AG=\sqrt{R^{2}-1}=2$.

在ΔABC中，由正弦定理可得：$\frac{BC}{\sin 120^{\circ}}=2AG=4$，

即$BC=2\sqrt{3}$，

由余弦定理可得，$BC^{2}=12=x^{2}+y^{2}-2xy\times(-\frac{1}{2})=x^{2}+y^{2}+xy\ldots 3xy$，

$\therefore xy\text{„}4$.

则三棱锥$A-BCD$的体积的最大值为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 4\times\sin 120^{\circ}\times 2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：B.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/655011030324011303