

2021 年上海 16 区二模汇编

专题 09 圆与正多边形

1. (2021 崇明二模) 2. (2021 静安二模) 3. (2021 宝山二模) 4. (2021 金山二模)
5. (2021 普陀二模) 6. (2021 闵行二模) 7. (2021 虹口二模) 8. (2021 长宁二模)
9. (2021 杨浦二模) 10. (2021 松江二模) 11. (2021 嘉定二模) 12. (2021 奉贤二模)
13. (2021 青浦二模) 14. (2021 黄埔二模) 15. (2021 浦东新区二模) 16. (2021 松江二模)

【2021 年崇明二模】

小题考察一题，分值 4 分

大题考察一题，分值 10 分

共计考察 14 分，占总分 9.3%

5. (4 分) 如果一个正多边形的外角是锐角，且它的余弦值是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，那么它是 ()

A. 等边三角形 B. 正六边形 C. 正八边形 D. 正十二边形

【分析】利用任意凸多边形的外角和均为 360° ，正多边形的每个外角相等即可求出答案.

【解答】解：∵ 一个外角为锐角，且其余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

∴ 这个一个外角 $= 30^\circ$ ，

∴ $360 \div 30 = 12$.

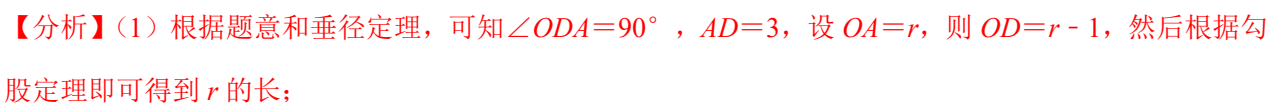
故它是正十二边形.

故选：D.

21. (10 分) 如图已知 $\odot O$ 经过 A 、 B 两点， $AB=6$ ， C 是 $\widehat{AB}$ 的中点，联结 OC 交弦 AB 与点 D ， $CD=1$.

(1) 求圆 $\odot O$ 的半径；

(2) 过点 B 、点 O 分别作点 AO 、 AB 的平行线，交于点 G ， E 是 $\odot O$ 上一点，联结 EG 交 $\odot O$ 于点 F ，当 $EF=AB$ ，求 $\sin \angle OGE$ 的值.



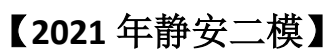
【解答】解：（1） $\because AB=6$ ， C 是 $\widehat{AB}$ 的中点， $CD=1$ ，

$$\therefore AD=3, \angle ODA=90^\circ,$$
$$\therefore r^2 = 3^2 + (r - 1)^2,$$

即圆 $\odot O$ 的半径为5;

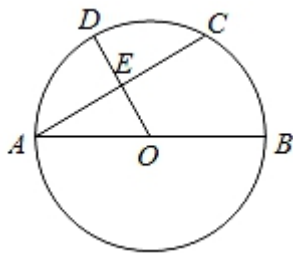
$$\therefore OH=OD=4, \quad \angle OHG=90^\circ,$$
$$\therefore OG = AB,$$
$$\therefore OG \equiv 6,$$

即 $\sin \angle OGE = \frac{2}{3}$.



【2021 年宝山二模】

16. 如图, AB 是圆 O 的直径, $\widehat{AD} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$, AC 与 OD 交于点 E . 如果 $AC = 3$, 那么 DE 的长为_____.



【分析】根据 $\widehat{AD} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$ ，可得 $\angle AOD = 60^\circ$ ， $OD \perp AC$ ， $AE = CE = \frac{1}{2}AC = \frac{3}{2}$ ，再根据含 30° 度角的直角三角形即可求出结果。

解：∵ $\widehat{AD} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$ ，

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ, OD \perp AC, AE = CE = \frac{1}{2}AC = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore OE = AE \cdot \tan 30^\circ = \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore OA = OD = 2OE = \sqrt{3},$$

$$\therefore DE = OD - OE = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

22. 图 1 是某地摩天轮的图片，图 2 是示意图．已知线段 BC 经过圆心 D 且垂直于地面，垂足为点 C ，当座舱在点 A 时，测得摩天轮顶端点 B 的仰角为 15° ，同时测得点 C 的俯角为 76° ，又知摩天轮的半径为 10 米，求摩天轮顶端 B 与地面的距离．（精确到 1 米）

参考数据： $\sin 15^\circ \approx 0.26$ ， $\cos 15^\circ \approx 0.96$ ， $\tan 15^\circ \approx 0.27$ ， $\sin 76^\circ \approx 0.97$ ， $\cos 76^\circ \approx 0.24$ ， $\tan 76^\circ \approx 4.01$ ．

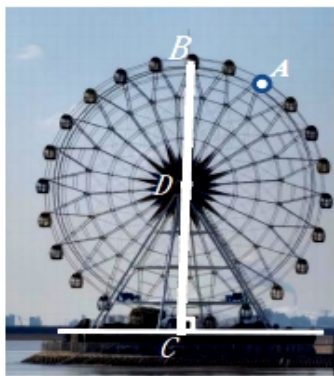


图 1

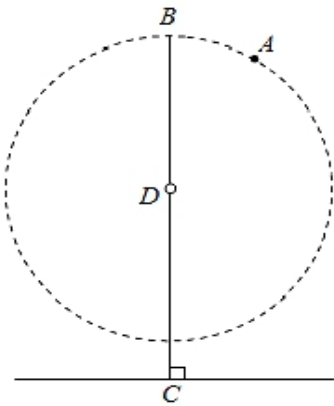


图 2

【分析】连接 AB 、 AD 、 AC ，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E ，由题意得 $DB = DA$ ，由锐角三角函数定义求出

BE 、 CE 的长，即可求解.

【答案】解：连接 AB 、 AD 、 AC ，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E ，

则 $\angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$ ，

由题意得：点 A 、 B 在圆 D 上，

$\therefore DB = DA$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $\angle BAE = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle DBA = \angle DAB = 75^\circ$ ， $\angle DAE = 60^\circ$ ，

$\because OA = 10$ 米，

$\therefore AE = 5$ （米），

$\therefore BE = AE \times \tan 15^\circ \approx 5 \times 0.27 = 1.35$ （米），

$\because \angle EAC = 76^\circ$ ，

$\therefore CE = AE \times \tan 76^\circ \approx 5 \times 4.01 = 20.05$ （米），

$\therefore BC = BE + CE = 1.35 + 20.05 \approx 21$ （米），

答：摩天轮顶端 B 与地面的距离约为 21 米.

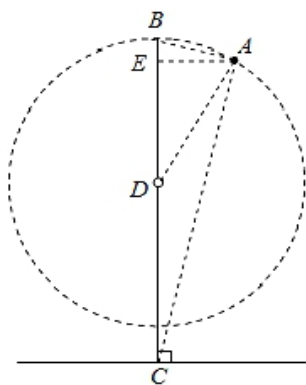


图 2

【2021 年金山二模】

小题考察两题，分值 8 分

大题考察一题，分值 10 分

共计考察 18 分，占总分 12%

6. 已知 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径分别为 2、3、4，且 $AB = 5$ ， $AC = 6$ ， $BC = 6$ ，那么这三个圆的位置关系是（ ）

- (A) $\odot A$ 与 $\odot B$ 、 $\odot C$ 外切， $\odot B$ 与 $\odot C$ 相交；
- (B) $\odot A$ 与 $\odot B$ 、 $\odot C$ 相交， $\odot B$ 与 $\odot C$ 外切；
- (C) $\odot B$ 与 $\odot A$ 、 $\odot C$ 外切， $\odot A$ 与 $\odot C$ 相交；

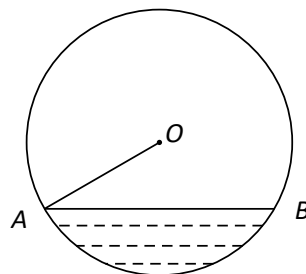
(D) $\odot B$ 与 $\odot A$ 、 $\odot C$ 相交, $\odot A$ 与 $\odot C$ 外切.

14. 已知在正六边形 $ABCDEF$ 中, $AB = 6$, 那么正六边形 $ABCDEF$ 的面积等于_____.

21. (本题满分 10 分, 每小题满分 5 分) 如图, 是一个地下排水管的横截面图, 已知 $\odot O$ 的半径 OA 等于 50cm , 水的深度等于 25cm (水的深度指 $\widehat{AB}$ 的中点到弦 AB 的距离).

求: (1) 水面的宽度 AB .

(2) 横截面浸没在水中的 $\widehat{AB}$ 的长 (结果保留 π).



第 21 题图

【答案】6. A. 14. $54\sqrt{3}$;

21.解: (1) 取 $\widehat{AB}$ 的中点 D , 联结 OD 交弦 AB 于点 H , (1 分)

$\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径, $\widehat{AD} = \widehat{DB}$;

$\therefore AH = BH = \frac{1}{2} AB$, $OD \perp AB$ 即 DH 为 $\widehat{AB}$ 的中点到弦 AB 的距离; (1 分)

由题意可得: $OA = OD = 50$, $HD = 25$;

$\therefore OH = 25$, 即 $OH = \frac{1}{2} AO$;

$\therefore$ 在 $Rt\triangle AOH$ 中, 可得 $\angle OAH = 30^\circ$; (1 分)

$\because \cos \angle OAH = \frac{AH}{OA}$, $\therefore \frac{AH}{50} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 解得: $AH = 25\sqrt{3}$; (1 分)

$\therefore AB = 50\sqrt{3}$ (cm). (1 分)

(2) $\because OH \perp AB$, $\angle OAH = 30^\circ$;

$\therefore \angle AHO = 90^\circ$, $\angle AOD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$; (1 分)

$\therefore l_{AD} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{60 \cdot \pi \times 50}{180} = \frac{50\pi}{3}$ (cm); (2 分)

$\because \widehat{AD} = \widehat{BD} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$, $\therefore l_{AB} = 2 \times \frac{50\pi}{3} = \frac{100\pi}{3}$ (cm). (2 分)

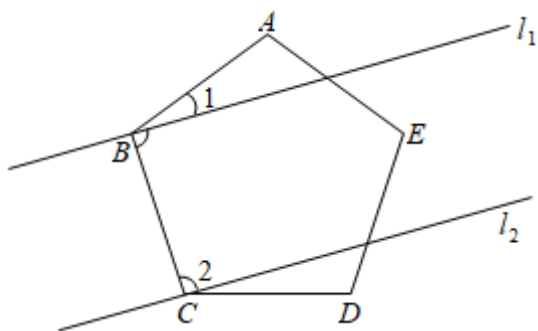
【2021 年普陀二模】

小题考察两题，分值 8 分

大题考察一题，为 25 题，分值 14 分（详见专题 14）

共计考察 22 分，占总分 14.7%

15. 如图，两条平行线 l_1 、 l_2 分别经过正五边形 $ABCDE$ 的顶点 B 、 C 。如果 $\angle 1 = 20^\circ$ ，那么 $\angle 2$ = _____。



【分析】根据正五边形的内角和平行线的性质解答即可。

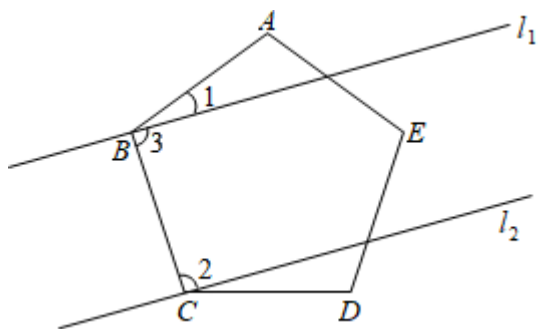
【解答】解： $\because$ 正五边形 $ABCDE$ 的一个内角是 108° ，

$$\therefore \angle 3 = 108^\circ - \angle 1 = 108^\circ - 20^\circ = 88^\circ,$$

$$\because l_1 \parallel l_2, \angle 3 = 88^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ,$$

故答案为： 92° 。



17. 已知等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ， $BC = 6$ ，以 A 为圆心 2 为半径长作 $\odot A$ ，以 B 为圆心 BC 为半径作 $\odot B$ ，如果 $\odot A$ 与 $\odot B$ 内切，那么 $\triangle ABC$ 的面积等于_____。

【分析】根据两圆内切的性质求出 AB ，根据勾股定理求出 AD ，根据三角形的面积公式计算，得到答案。

【解答】解：∵⊙A 的半径为 2，⊙B 的半径为 6，⊙A 与⊙B 内切，

$$\therefore AB=6-2=4,$$

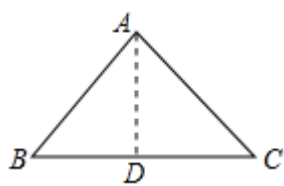
过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D，

$$\text{则 } BD=\frac{1}{2}BC=3,$$

$$\text{由勾股定理得, } AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积}=\frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{7}=3\sqrt{7},$$

故答案为: $3\sqrt{7}$.



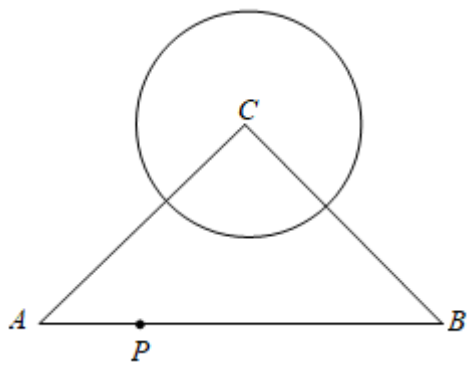
【2021 年闵行二模】

小题考察一题，分值 4 分

大题考察一题，为 25 题，分值 14 分（详见专题 14）

共计考察 18 分，占总分 12%

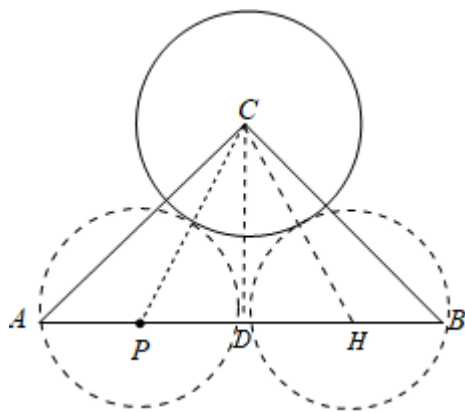
6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=BC$ ， $AB=8$ ，点 P 在边 AB 上，⊙P 的半径为 3，⊙C 的半径为 2，如果⊙P 和⊙C 相交，那么线段 AP 长的取值范围是（ ）



- A. $0 < AP < 8$ B. $1 < AP < 5$ C. $1 < AP < 7$ D. $4 < AP < 8$

【分析】先画出图形，假设相切的时候求出 AP，结合相交，即可找到答案.

【解答】解：根据题意，画出两圆相切的图，如图所示：



$\because \angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, $CD \perp AB$.

$\therefore CD = DB = DA = 4$.

当两圆相切时, 如图知道: $CP = 5$.

根据勾股定理可得: $PD = DH = 5$.

$\therefore$ 图上有: $AP = 1$, $AH = 7$.

如果 $\odot P$ 和 $\odot C$ 相交, 那么线段 AP 长的取值范围为: $8 < AP < 7$.

故选: C.

【点评】本题考查等腰三角形性质, 圆与圆的位置关系知识, 关键在于利用两圆相切求出 AP 的长度. 属于基础题.

【2021 年虹口二模】

小题考察一题, 分值 4 分

大题考察一题, 为 25 题, 分值 14 分 (详见专题 14)

共计考察 18 分, 占总分 12%

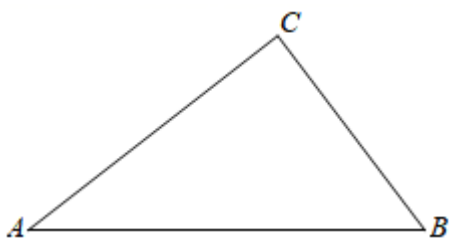
15. 如果正六边形的半径是 1, 那么它的边心距是_____▲_____.

【答案】15. $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

【2021 年长宁二模】

6. 如果两个圆相交, 且其中一个圆的圆心在另一个圆的圆内时, 我们称此两圆的位置关系为“内相交”. 如

图 1, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 点 O 在边 AC 上. 如果 $\odot C$ 与直线 AB 相切, 以 OA 为半径的 $\odot O$ 与 $\odot C$ “内相交”, 那么 OA 的长度可以是 ()



A. $\frac{16}{5}$

B. $\frac{12}{5}$

C. $\frac{8}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

【答案】B

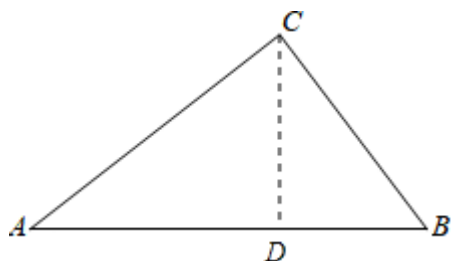
【解析】

【分析】根据勾股定理求得 $AB=5$ ，两个三角形面积公式求得 CD ，即可得出 $\odot C$ 的半径，根据“内相交”的定义得出 $\frac{8}{5} < OA < \frac{16}{5}$ ，即可得出结论.

【详解】解： $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ，

$\therefore AB=5$ ，

作 $CD \perp AB$ 于 D ，以 C 为圆心，以 CD 为半径的圆 C 与直线 AB 相切于 D ，



$\therefore CD$ 是 $\odot C$ 半径，

$\because \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD$ ，即 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 CD$ ，

$\therefore CD = \frac{12}{5}$ ，

$\therefore \odot C$ 的半径为 $\frac{12}{5}$ ，

$\because 4 - \frac{12}{5} = \frac{8}{5}$ ， $4 + \frac{12}{5} = \frac{32}{5}$ ，

$\therefore \frac{8}{5} < OA < \frac{16}{5}$.

故选：B.

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系，勾股定理的应用，三角形的面积，求得 $\odot C$ 的半径是解题的关键.

10. 正多边形的一个外角等于 20° ，则这个正多边形的边数是_____.

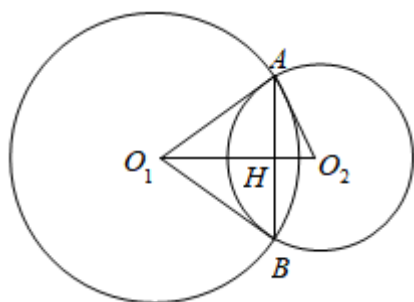
【答案】18

【解析】

【详解】试题分析：因为正多边形的外角和是 360° ，若这个正多边形的一个外角等于 20° ，则这个正多边形的边数是 $360 \div 20 = 18$. 是正十八边形.

考点：正多边形的边角计算.

17. 如图，已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，圆心 O_1 、 O_2 在公共弦 AB 的两侧， $AB = O_1O_2 = 4$ ， $\sin \angle AO_1B = \frac{12}{13}$ ，那么 O_2A 的长是_____.

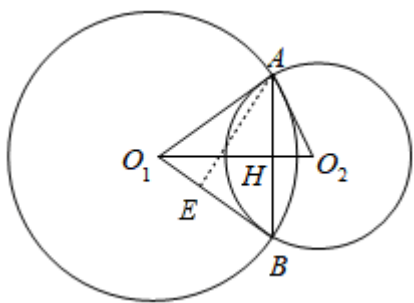


【答案】 $\sqrt{5}$

【解析】

【分析】过点 A 作 $AE \perp O_1B$ 于 E ，由锐角三角函数和勾股定理可求 $AO_1 = 13x = \sqrt{13}$ ，可求 $O_2H = 1$ ，即可求解.

【详解】解：如图，过点 A 作 $AE \perp O_1B$ 于 E ，



∵ $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点,

∴ O_1O_2 垂直平分 AB ,

∴ $AH=BH=2$,

$$\because \sin \angle AO_1B = \frac{AE}{AO_1} = \frac{12}{13} ,$$

∴设 $AE=12x$, $AO_1=13x$,

$$\therefore O_1E = \sqrt{O_1A^2 - AE^2} = 5x ,$$

$$\therefore BE = 8x ,$$

$$\because AE^2 + BE^2 = AB^2 ,$$

$$\therefore 144x^2 + 64x^2 = 16 ,$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{13}}{13} ,$$

$$\therefore AO_1 = 13x = \sqrt{13} ,$$

$$\therefore O_1H = \sqrt{O_1A^2 - AH^2} = \sqrt{13 - 4} = 3 ,$$

$$\therefore O_2H = 1 ,$$

$$\therefore O_2A = \sqrt{AH^2 + O_2H^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} ,$$

故答案为 $\sqrt{5}$.

【点评】 本题考查了锐角三角函数，勾股定理，相交两圆的性质等知识，灵活运用这些性质解决问题是本题的关键.

【2021 年杨浦二模】

小题考察一题，分值 4 分

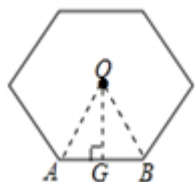
大题考察一题，为 23 题，分值 12 分，详见 23 题专题

15. 已知一个正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$ ，则它的半径为_____.

【答案】2

【解析】试题分析：设正六边形的中心是 O ，一边是 AB ，过 O 作 $OG \perp AB$ 与 G ，在直角 $\triangle OAG$ 中，根据三角函数即可求得 OA 。

解：如图所示，



在 $\text{Rt}\triangle AOG$ 中， $OG = \sqrt{3}$ ， $\angle AOG = 30^\circ$ ，

$$\therefore OA = OG \div \cos 30^\circ = \sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2;$$

故答案为 2.

点评：本题主要考查正多边形和圆的关系. 解题的关键在于利用正多边形的半径、边心距构造直角三角形并利用解直角三角形的知识求解.

【2021 年松江二模】

6. 已知 $\odot O$ 的半径 OA 长为 3，点 B 在线段 OA 上，且 $OB = 2$ ，如果 $\odot B$ 与 $\odot O$ 有公共点，那么 $\odot B$ 的半径

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/655014023320011140>