2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 $f\left(x\right)=\left|\ln x\right|$，若函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-ax$ 在区间 $\left(0,e^2\right)$ 上有三个零点，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．$\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$　　B．$\left(\frac{1}{e^2},\frac{1}{e}\right)$　　C．$\left(\frac{2}{e^2},\frac{2}{e}\right)$　　D．$\left(\frac{2}{e^2},\frac{1}{e}\right)$

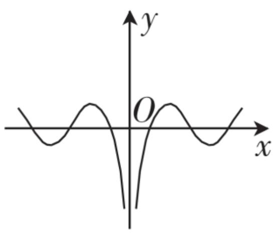
2．在四面体 $P-ABC$ 中，$\triangle ABC$ 为正三角形，边长为 6，$PA=6$，$PB=8$，$PC=10$，则四面体 $P-ABC$ 的体积为（　　）

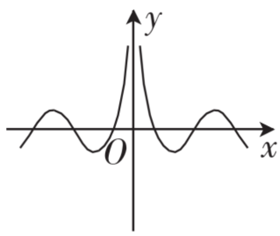
A．$8\sqrt{11}$　　B．$8\sqrt{10}$　　C．24　　D．$16\sqrt{3}$

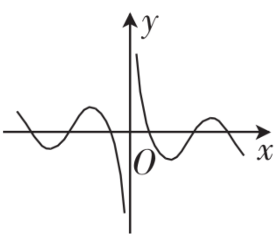
3．在钝角 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，B 为钝角，若 $a\cos A=b\sin A$，则 $\sin A+\sin C$ 的最大值为（　　）

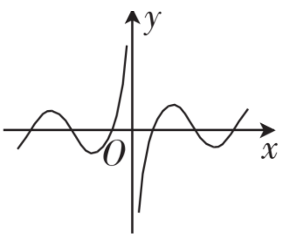
A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{9}{8}$　　C．1　　D．$\frac{7}{8}$

4．函数 $f\left(x\right)=\cos 2x+\frac{2\cos 2x}{2^x-1}$ 的图象大致是（　　）

A．

B．

C．

D．

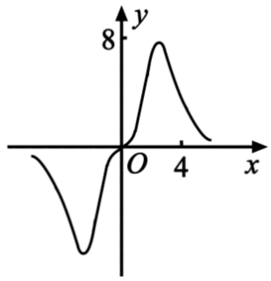
5．在 ΔABC 中，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD},\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda+\mu=$ （　）

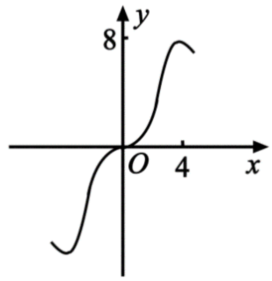
A．$-\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

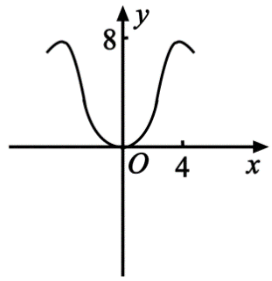
6．若复数 z 满足 $2z-\overline{z}=3+12i$，其中 i 为虚数单位，$\overline{z}$ 是 z 的共轭复数，则复数 $\left|z\right|=$（　　）

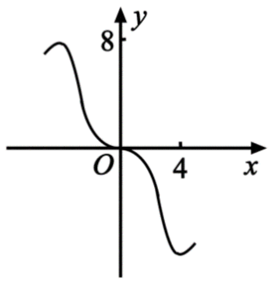
A．$3\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．4　　D．5

7．函数 $y=\dfrac{2x^3}{2^x+2^{-x}}$ 在 $\left[-6,6\right]$ 的图像大致为

A．

B．

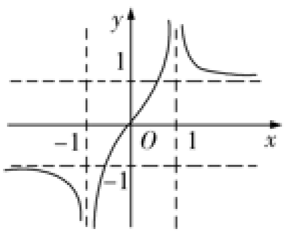
C．

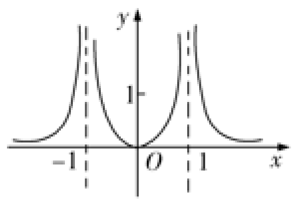
D．

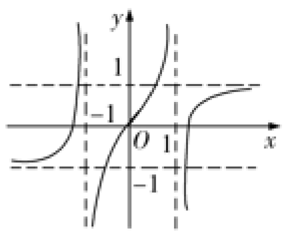
8．已知 S_n 是等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和，若 $S_3+a_1=S_2$，$a_4=6$，则 $S_5=$（　　）

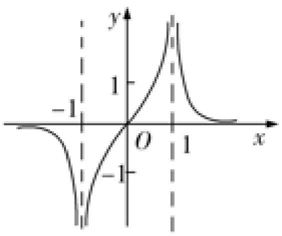
A．5　　B．10　　C．15　　D．20

9．函数 $f(x)=\ln\left|\dfrac{1+x}{1-x}\right|$ 的图象大致为

A．

B．

C．

D．

10．在函数：① $y=\cos|2x|$；② $y=|\cos x|$；③ $y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$；④ $y=\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ 中，最小正周期为 π 的所有函数为（　　）

A．①②③　　B．①③④　　C．②④　　D．①③

11．若集合 $A=\left\{x\middle|-1\le x\le 0\right\}$，$B=\left\{x\middle|\dfrac{x}{x-1}<0\right\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．$\left[-1,1\right)$　　　B．$\left(-1,1\right]$　　　C．$\left(-1,1\right)$　　　D．$\left[-1,1\right]$

12．在平面直角坐标系中，若不等式组$\begin{cases}x-4y+4\le 0\\2x+y-10\le 0\\5x-2y+2\ge 0\end{cases}$所表示的平面区域内存在点$\left(x_0,y_0\right)$，使不等式$x_0+my_0+1\le 0$成立，则实数$m$的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,-\frac{5}{2}]$　　　B．$(-\infty,-\frac{1}{2}]$　　　C．$[4,+\infty)$　　　D．$(-\infty,-4]$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知向量$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(-3,2)$，若向量$k\vec{a}+\vec{b}$与$2\vec{a}-\vec{b}$共线，则$k=$________.

14．已知函数$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}+\frac{1}{2},x<0\\\ln x-x,x>0\end{cases}$，若关于$x$的方程$f(x)+f(-x)=0$在定义域上有四个不同的解，则实数$a$的取值范围是_______.

15．记S_n为等比数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和，已知$a_5=-2$，$S_3=a_2+3a_1$，则$a_1=$_______.

16．“今有女善织，日益功疾，初日织五尺，今一月共织九匹三丈.”其白话意译为：“现有一善织布的女子，从第2天开始，每天比前一天多织相同数量的布，第一天织了5尺布，现在一个月（按30天计算）共织布390尺.”则每天增加的数量为____尺，设该女子一个月中第n天所织布的尺数为a_n，则$a_{14}+a_{15}+a_{16}+a_{17}=$______.

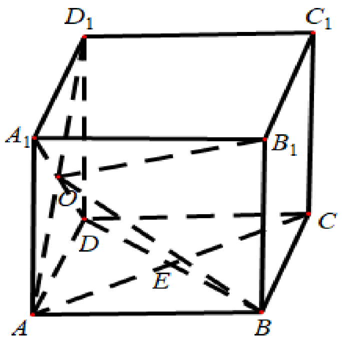
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知正实数a，b满足$a+b=4$．

（1）求$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$的最小值.

（2）证明：$\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2\geqslant\frac{25}{2}$

18．（12分）如图，在直棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$为菱形，$AB=BD=2$，$BB_1=2$，BD与AC相交于点E，A_1D与AD_1相交于点O．



（1）求证：$AC\perp$平面BB_1D_1D；

（2）求直线OB与平面OB_1D_1所成的角的正弦值.

19.（12 分） **[2018·石家庄一检]**已知函数$f\left(x\right)=x\left(\ln x-ax\right)\left(a\in R\right)$.

（1）若$a=1$，求函数$f\left(x\right)$的图像在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程；

（2）若函数$f\left(x\right)$有两个极值点x_1，x_2，且$x_1<x_2$，求证：$f\left(x_2\right)>-\frac{1}{2}$.

20.（12 分）对于很多人来说，提前消费的认识首先是源于信用卡，在那个工资不高的年代，信用卡绝对是神器，稍微大件的东西都是可以选择用信用卡来买，甚至于分期买，然后慢慢还！现在银行贷款也是很风靡的，从房贷到车贷到一般的现金贷．信用卡“忽如一夜春风来”，遍布了各大小城市的大街小巷．为了解信用卡在A市的使用情况，某调查机构借助网络进行了问卷调查，并从参与调查的网友中随机抽取了 100 人进行抽样分析，得到如下2×2列联表（单位：人）

	经常使用信用卡	偶尔或不用信用卡	合计
40 岁及以下	15	35	50
40 岁以上	20	30	50
合计	35	65	100

（1）根据以上数据，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为A市使用信用卡情况与年龄有关？

（2）①现从所抽取的 40 岁及以下的网民中，按“经常使用”与“偶尔或不用”这两种类型进行分层抽样抽取 10 人，然后，再从这 10 人中随机选出 4 人赠送积分，求选出的 4 人中至少有 3 人偶尔或不用信用卡的概率；

②将频率视为概率，从A市所有参与调查的 40 岁以上的网民中随机抽取 3 人赠送礼品，记其中经常使用信用卡的人数为X，求随机变量X的分布列、数学期望和方差.

参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

21.（12 分）已知不等式$\left|2x-1\right|-\left|x+1\right|<2$的解集为$\left\{x\mid a<x<b\right\}$.

（1）求实数 a，b 的值；

（2）已知 $x>y>z$ 存在实数 k 使得 $-\frac{3a}{2\left(x-y\right)}+\frac{b}{4\left(y-z\right)}\geq\frac{k}{x-z}$ 恒成立，求实数 k 的最大值.

22.（10 分）在平面直角坐标系中，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系．已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$；

（1）求直线 l 的直角坐标方程和曲线 C 的直角坐标方程；

(2）若直线 l 与曲线 C 交点分别为 A，B，点 $P\left(1,0\right)$，求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$ 的值.

参考答案

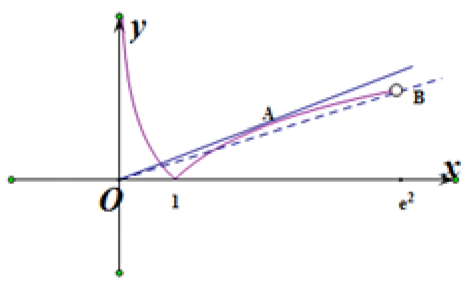
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

令 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-ax=0$，可得 $f\left(x\right)=ax$．

在坐标系内画出函数 $f\left(x\right)=\left|\ln x\right|$ 的图象（如图所示）．



当 $x>1$ 时，$f\left(x\right)=\ln x$.由 $y=\ln x$ 得 $y'=\frac{1}{x}$.

设过原点的直线 $y=ax$ 与函数 $y=\ln x$ 的图象切于点 $A(x_0,\ln x_0)$，

则有$\begin{cases}\ln x_0 = ax_0\\ a=\dfrac{1}{x_0}\end{cases}$，解得$\begin{cases}x_0 = e\\ a=\dfrac{1}{e}\end{cases}$．

所以当直线$y=ax$与函数$y=lnx$的图象切时$a=\dfrac{1}{e}$.

又当直线$y=ax$经过点$B\left(e^2,2\right)$时，有$2=a\cdot e^2$，解得$a=\dfrac{2}{e^2}$.

结合图象可得当直线$y=ax$与函数$f\left(x\right)=\left|\ln x\right|$的图象有**3**个交点时，实数$a$的取值范围是$\left(\dfrac{2}{e^2},\dfrac{1}{e}\right)$.

即函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-ax$在区间$\left(0,e^2\right)$上有三个零点时，实数$a$的取值范围是$\left(\dfrac{2}{e^2},\dfrac{1}{e}\right)$.选 **D.**

点睛：已知函数零点的个数（方程根的个数）求参数值（取值范围）的方法

(1)直接法：直接求解方程得到方程的根，再通过解不等式确定参数范围；

(2)分离参数法：先将参数分离，转化成求函数的值域问题加以解决；

(3)数形结合法：先对解析式变形，在同一平面直角坐标系中，画出函数的图象，然后数形结合求解，对于一些比较复杂的函数的零点问题常用此方法求解.

2、**A**

【解析】

推导出$PB\perp BC$，分别取BC，PC的中点D,E,连结AD,AE,DE，则$AD\perp BC,AE\perp PC,DE\perp BC$，推导出$AE\perp DE$，从而$AE\perp$平面$PBC$，进而四面体$P-ABC$的体积为$V_{P-ABC}=V_{A-PBC}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle PBC}\cdot AE$，由此能求出结果.

【详解】

解：$\because$在四面体$P-ABC$中，$\triangle ABC$为等边三角形，边长为**6**，

$PA=6$，$PB=8$，$PC=10$，

$\therefore PB^2+BC^2=PC^2$，

$\therefore PB\perp BC$，

分别取BC，PC的中点D,E，连结AD,AE,DE，

则$AD\perp BC,AE\perp PC,DE\perp BC$，

且$AD=\sqrt{36-9}=3\sqrt{3}$，$DE=4$，$AE=\sqrt{36-25}=\sqrt{11}$，

$\therefore AE^2+DE^2=AD^2$，

$\therefore AE\perp DE$，

$\because PC\cap DE=E$，$PC\subset$平面PBC，$DE\subset$平面PBC，

$\therefore AE \perp$ 平面PBC，

$\therefore$ 四面体 $P-ABC$ 的体积为：

$V_{P-ABC}=V_{A-PBC}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle PBC}\cdot AE$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times PB\times BC\times AE=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 8\times 6\times\sqrt{11}=8\sqrt{11}$.

故答案为：$8\sqrt{11}$.

【点睛】

本题考查四面体体积的求法，考查空间中线线，线面，面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力.

3、B

【解析】

首先由正弦定理将边化角可得 $\cos A=\sin B$，即可得到 $A=B-\frac{\pi}{2}$，再求出 $B\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，最后根据

$\sin A+\sin C=\sin\left(B-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)-B\right]$求出$\sin A+\sin C$的最大值；

【详解】

解：因为$a\cos A=b\sin A$，

所以$\sin A\cos A=\sin B\sin A$

因为$\sin A\neq 0$

所以$\cos A=\sin B$

$\because B>\frac{\pi}{2}$

$\therefore A=B-\frac{\pi}{2}$

$\because\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<C<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，即$\begin{cases}0<B-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，$\therefore B\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，$\therefore \cos B\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$

$\therefore\sin A+\sin C=\sin\left(B-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)-B\right]$

$=-\cos B-\cos 2B$

$=-2\cos^2 B-\cos B+1$

$=-2\left(\cos B+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$

$\therefore \cos B=-\frac{1}{4}\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$时$(\sin A+\sin C)_{\max}=\frac{9}{8}$

故选：B

【点睛】

本题考查正弦定理的应用，余弦函数的性质的应用，属于中档题.

4、C

【解析】

根据函数奇偶性可排除AB选项；结合特殊值，即可排除D选项.

【详解】

$\because f(x)=\cos 2x+\frac{2\cos 2x}{2^x-1}=\frac{2^x+1}{2^x-1}\times\cos 2x$，

$f(-x)=\frac{2^{-x}+1}{2^{-x}-1}\times\cos(-2x)=-\frac{2^x+1}{2^x-1}\times\cos 2x=-f(x)$，

∴函数$f(x)$为奇函数，

∴排除选项A，B；

又∵当$x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$时，$f(x)>0$，

故选：C.

【点睛】

本题考查了依据函数解析式选择函数图象，注意奇偶性及特殊值的用法，属于基础题.

5、A

【解析】

先根据$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD}$得到$P$为$\Delta ABC$的重心，从而$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，故可得$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，利用$\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}$可得$\overrightarrow{BP}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，故可计算$\lambda+\mu$的值.

【详解】

因为$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD}$,所以$P$为$\Delta ABC$的重心，

所以$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC},\therefore \frac{3}{2}\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,

所以 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

所以 $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，因为 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

所以 $\lambda=-\frac{2}{3},\mu=\frac{1}{3},\therefore\lambda+\mu=-\frac{1}{3}$，故选 **A**.

【点睛】

对于 ΔABC，一般地，如果 G 为 ΔABC 的重心，那么 $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，反之，如果 G 为平面上一点，且满足 $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，那么 G 为 ΔABC 的重心.

6、**D**

【解析】

根据复数的四则运算法则先求出复数 z，再计算它的模长.

【详解】

解：复数 $z=a+bi$，a、$b\in$R；

$\because 2z-\overline{z}=3+12i$，

$\therefore 2(a+bi)-(a-bi)=3+12i$，

即 $\begin{cases}2a-a=3\\2b+b=12\end{cases}$，

解得 $a=3$，$b=4$，

$\therefore z=3+4i$，

$\therefore |z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了复数的计算问题，要求熟练掌握复数的四则运算以及复数长度的计算公式，是基础题.

7、**B**

【解析】

由分子、分母的奇偶性，易于确定函数为奇函数，由 $f(4)$ 的近似值即可得出结果.

【详解】

设 $y=f(x)=\frac{2x^3}{2^x+2^{-x}}$，则 $f(-x)=\frac{2(-x)^3}{2^{-x}+2^x}=-\frac{2x^3}{2^x+2^{-x}}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 是奇函数，图象关于原点成中心对称，

排除选项 **C**．又 $f(4)=\frac{2\times4^3}{2^4+2^{-4}}>0$，排除选项 **D**；$f(6)=\frac{2\times6^3}{2^6+2^{-6}}\approx7$，排除选项 **A**，故选 **B**.