

# 内江市高中 2024 届第一次模拟考试题

## 数 学 (理 科)

1. 本试卷包括第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

2. 答第 I 卷时,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号;答第 II 卷时,用 0.5 毫米的黑色签字笔在答题卡规定的区域内作答,字体工整,笔迹清楚;不能答在试题卷上。

3. 考试结束后,监考员将答题卡收回。

### 第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每个小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把正确选项的代号填在答题卡的指定位置。)

1. 已知  $i$  是虚数单位,若  $\frac{1-i}{1+i} = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ , 则  $a - b$  的值是

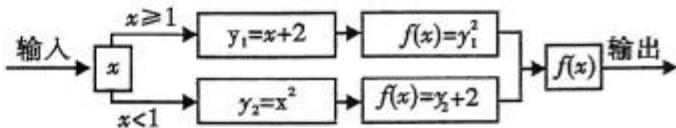
- A. -1                      B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1

2. 集合  $A = \{x | -1 < x < 1\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \cup B = \{x | x < 1\}$ , 则  $a$  的取值范围为

- A.  $[-1, 1]$                       B.  $(-1, 1]$                       C.  $[-1, 1)$                       D.  $(-1, 1)$

3. 如图是一个电子元件在处理数据时的流程图:则下列正确的是

- A.  $f(-3) = 1$   
 B.  $f(1) = 3$   
 C. 若  $f(x) = 16$ , 则  $x = 2$  或  $\sqrt{14}$   
 D. 若  $f(x) = 16$ , 则  $x = 2$  或  $-\sqrt{14}$



4. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x - y + 5 \geq 0 \\ y \geq 5 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ , 则  $z = x + y$  的最大值为

- A. 5                      B. 7                      C. 9                      D. 6

5. 已知  $f(x) = x^2 + 3xf'(1)$ , 则  $f'(2) =$

- A. 1                      B. 2                      C. 4                      D. 8

6. 已知向量  $\vec{a} = (m, n)$ ;  $\vec{b} = (\cos\theta, \sin\theta)$ , 其中  $m, n, \theta \in \mathbb{R}$ . 若  $|\vec{a}| = 4|\vec{b}|$ , 则当  $\vec{a} \cdot \vec{b} < \lambda^2$  恒成立时实数  $\lambda$  的取值范围是

- A.  $\lambda > \sqrt{2}$  或  $\lambda < -\sqrt{2}$       B.  $\lambda > 2$  或  $\lambda < -2$       C.  $-\sqrt{2} < \lambda < \sqrt{2}$       D.  $-2 < \lambda < 2$

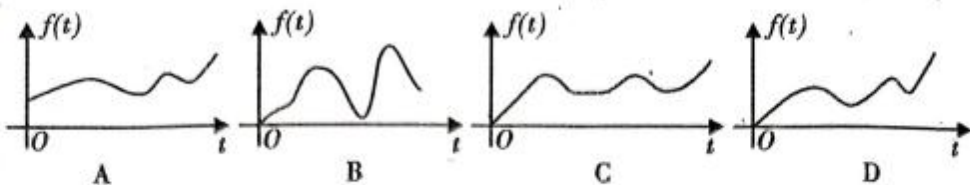
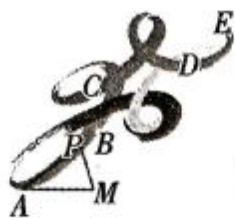
7. 已知函数  $f(x) = |\ln x|$ , 若  $b > a > 0$ , 且  $f(a) = f(b)$ , 则  $2a + b$  的取值范围是

- A.  $(2\sqrt{2}, +\infty)$       B.  $[2\sqrt{2}, +\infty)$       C.  $(3, +\infty)$       D.  $[3, +\infty)$

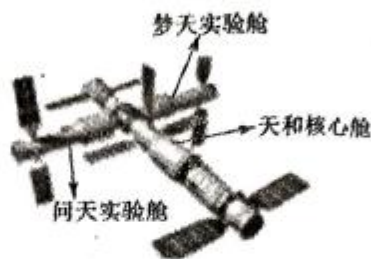
8. 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ , 且  $3\cos 2\alpha - 8\cos \alpha = 5$ , 则  $\sin \alpha =$

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{9}$

9. 随着生活水平的提高,私家车已成为许多人的代步工具.某驾照培训机构仿照北京奥运会会徽设计了科目三路考的行驶路线,即从  $A$  点出发沿曲线段  $B \rightarrow$  曲线段  $C \rightarrow$  曲线段  $D$ , 最后到达  $E$  点.某观察者站在点  $M$  处观察练车场上匀速行驶的小车  $P$  的运动情况,设观察者从点  $A$  开始随车子运动变化的视角为  $\theta$ , 即  $\theta = \angle AMP (\theta > 0)$ , 练车时间为  $t$ , 则函数  $\theta = f(t)$  的图象大致为



10. 中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱. 假设中国空间站要安排甲、乙、丙、丁、戊 5 名航天员开展实验, 其中天和核心舱安排 3 人, 问天实验舱与梦天实验舱各安排 1 人. 若甲、乙两人不能同时在一个舱内做实验, 则不同的安排方案共有



- A. 8 种                      B. 14 种  
C. 20 种                     D. 16 种

11. 设函数  $f(x)$  是定义在  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上的奇函数,  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导函数, 当  $x > 0$  时,  $x \ln x \cdot f'(x) + f(x) > 0$ , 则使得  $\frac{(x+2)f(x)}{x-1} \leq 0$  成立的  $x$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, -2] \cup (0, 1)$                       B.  $[-2, 0) \cup (0, 1)$   
C.  $[-2, 0) \cup (1, +\infty)$                      D.  $(-\infty, -2] \cup (1, +\infty)$

12. 已知函数  $f(x) = xe^x - 2a(\ln x + x)$  有两个零点, 则  $a$  的最小整数值为

- A. 0                          B. 1                          C. 2                          D. 3

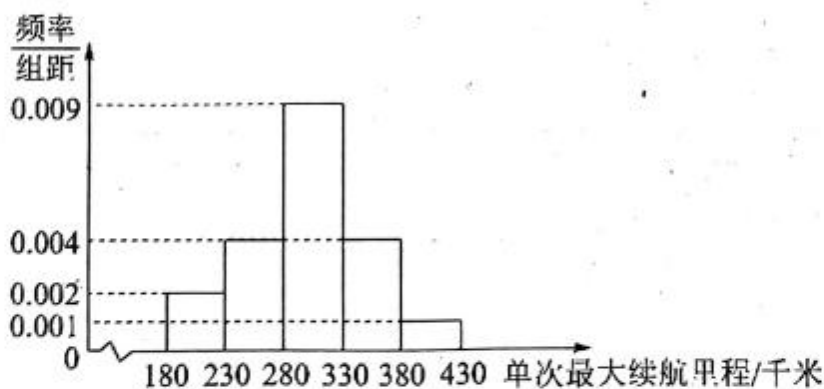
## 第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2, a_{m+n} = a_m a_n$ , 若  $a_{k+1} = 1024$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

14. 在二项式  $(x^2 - \frac{1}{x})^5$  的展开式中, 含  $x^4$  的项的系数是 \_\_\_\_\_.

15. 某汽车公司最近研发了一款新能源汽车, 并在出厂前对 100 辆汽车进行了单次最大续航里程的测试. 现对测试数据进行分析, 得到如图所示的频率分布直方图:



根据大量的测试数据, 可以认为这款汽车的单次最大续航里程  $x$  近似地服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 用样本平均数  $\bar{x}$  和标准差  $S$  分别作为  $\mu, \sigma$  的近似值, 其中样本标准差  $S$  的近似值为 50, 现任取一辆汽车, 则它的单次最大续航里程  $X \in [250, 400]$  的概率为 \_\_\_\_\_.

(参考数据: 若随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827, P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545, P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$ )

16. 设函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{5}) (\omega > 0)$ , 已知  $f(x)$  在  $[0, 2\pi]$  有且仅有 5 个零点, 下述四个

结论:

- ① $f(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 有且仅有3个极大值点; ② $f(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 有且仅有2个极小值点;  
③ $\omega$ 的取值范围是 $[\frac{12}{5}, \frac{29}{10})$ ; ④ $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{10})$ 上单调递增.

其中所有正确结论的编号是\_\_\_\_\_.

三、解答题(共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤,第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答,第22、23题为选考题,考生根据要求作答.)

(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,  $a_2 = 3, S_5 + a_3 = 30$ .

(1)求 $a_n$ 及 $S_n$ ;

(2)若 $b_n = \frac{a_{n+1}}{S_n \cdot S_{n+1}}$ ,求数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ .

18. (本小题满分12分)

某企业为响应国家号召,汇聚科研力量,加强科技创新,准备加大研发资金投入,为了解年研发资金投入额 $x$ (单位:亿元)对年盈利额 $y$ (单位:亿元)的影响,通过对“十二五”和十三五规划发展10年期间年研发资金投入额 $x_i$ 和年盈利额 $y_i$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ )数据进行分析,建立了两个函数模型: $y = \alpha + \beta x^2, y = e^{\lambda x + t}$ ,其中 $\alpha, \beta, \lambda, t$ 均为常数, $e$ 为自然对数的底数,令 $u_i = x_i^2, v_i = \ln y_i$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ ),经计算得如下数据:

$\bar{x} = 26$	$\bar{y} = 215$	$\bar{u} = 680$	$\bar{v} = 5.36$
$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 100$	$\sum_{i=1}^{10} (u_i - \bar{u})^2 = 22500$	$\sum_{i=1}^{10} (u_i - \bar{u})(y_i - \bar{y}) = 260$	$\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 4$
$\sum_{i=1}^{10} (v_i - \bar{v})^2 = 4$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(v_i - \bar{v}) = 18$		

(1)请从相关系数的角度,分析哪一个模型拟合度更好?

(2)根据(1)的选择及表中数据,建立 $y$ 关于 $x$ 的回归方程;(系数精确到0.01)

(3)若希望2024年盈利额 $y$ 为800亿元,请预测2024年的研发资金投入额 $x$ 为多少亿元?(结果精确到0.01)

附:相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ , 参考数据:  $\ln 2 = 0.693, \ln 5 = 1.609$ .

回归直线  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中:  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .







以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/655341340120011133>

