

第十章 概率

10.1.4 概型的基本性质



教学目标

- 1.理解并掌握概率的性质.
- 2.掌握和事件的概率公式,注意分析两事件是否互斥.
- 3.会用对立事件的概率公式求概率.



PART.01

情境引入





温故知新

事件的关系或运算	含义	符合表示
包含	A 发生导致 B 发生	$A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$
并事件(和事件)	A 与 B 至少一个发生	$A \cup B$ 或 $A + B$
交事件(积事件)	A 与 B 同时发生	$A \cap B$ 或 AB
互斥(互不相容)	A 与 B 不能同时发生	$A \cap B = \emptyset$
互为对立	A 与 B 有且只有一个发生	$A \cap B = \emptyset, A \cup B = \Omega$



问题提出

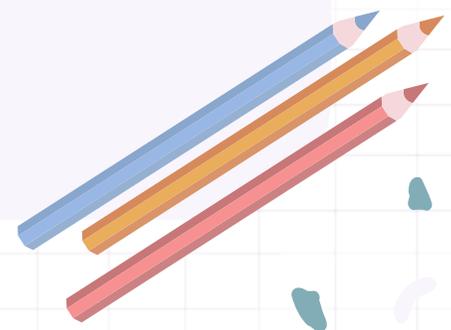
一般而言，给出了一个数学对象的定义，就可以从定义出发研究这个数学对象的性质。例如，在给出指数函数的定义后，我们从定义出发研究了指数函数的定义域、值域、单调性、特殊点的函数值等性质，这些性质在解决问题时可以发挥很大的作用。类似地，在给出了概率的定义后，**我们来研究概率的基本性质。**

下面我们从定义出发研究概率的性质，例如：**概率的取值范围；特殊事件的概率；事件有某些特殊关系时，它们的概率之间的关系；等等。**



PART.02

概率的基本性质





概念讲解

观察：从以下试验你发现概率具有哪些特点？

试验1：一个星期有7天；

必然事件

试验2：4月份有31天；

不可能事件

试验3：抛掷一枚质地均匀的硬币，正面朝上的事件。

随机事件

由概率的定义可知：任何事件的概率都是非负的；

在每次试验中，必然事件一定发生，不可能事件一定不会发生。

一般地，概率有如下性质：

性质1 对任意的事件A，都有 $P(A) \geq 0$ (概率的非负性)

性质2 必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0，(即 $P(\Omega)=1$ ， $P(\Phi)=0$)



概念讲解

探究1: 设事件A与事件B互斥,和事件 $A \cup B$ 的概率与事件A、B的概率之间具有怎样的关系?

例: 一个袋子中有大小和质地相同的4个球,其中有2个红色球(标号为1和2),2个绿色球(标号为3和4),从袋中不放回地依次随机摸出2个球。

事件R=“两次都摸到红球”, G=“两次都摸到绿球”**事件R与事件G互斥**, RUG=“两次摸到的球颜色相同”。那么,**事件R、G、RUG的概率是多少呢?**

因为 $n(R)=2$, $n(G)=2$, $n(R \cup G)=2+2=4$, 所以 $P(R) = P(G) = \frac{2}{12}$

$$P(R \cup G) = \frac{4}{12} = P(R) + P(G)$$



概念讲解

一般地，因为事件A与事件B互斥，即A与B不含有相同的样本点，所以 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ ，这等价于 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ，即两个互斥事件的和事件的概率等于这两个事件概率之和。所以我们就得到互斥事件的概率加法公式。

性质3 如果事件A与事件B互斥，那 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。

性质3的推广 如果事件 A_1, A_2, \dots, A_m 两两互斥，那么事件 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m$ 发生的概率等于这 m 个事件分别发生的概率之和，即 $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_m)$ 。



概念讲解

探究2: 设事件A与事件B互为对立事件,它们的概率有什么关系?

因为事件A和事件B互为对立事件,所以和事件 $A \cup B$ 为必然事件,即 $P(A \cup B)=1$.

由性质3,得 $1=P(A \cup B)=P(A)+P(B)$.

性质4 如果事件A与事件B互为对立事件,那么 $P(B)=1-P(A)$, $P(A)=1-P(B)$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/656031134022010144>