深圳大学师范学院附属中学 2024 年高三第一次调研考试数学试题试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在ΔABC中，D在边AC上满足$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，$E$为$BD$的中点，则$\overrightarrow{CE}=$（　　）．

A．$\frac{7}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$　　B．$\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$　　C．$\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}+\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$　　D．$\frac{7}{8}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$

2．某设备使用年限x（年）与所支出的维修费用y（万元）的统计数据(x,y)分别为$(2,1.5)$，$(3,4.5)$，$(4,5.5)$，$(5,6.5)$，由最小二乘法得到回归直线方程为$\hat{y}=1.6x+\hat{a}$，若计划维修费用超过 15 万元将该设备报废，则该设备的使用年限为（　　）

A．8 年　　B．9 年　　C．10 年　　D．11 年

3．已知实数$a>0$，$a\neq 1$，函数$f(x)=\begin{cases} a^x, x<1 \\ x^2+\frac{4}{x}+a\ln x, x\geq 1 \end{cases}$在$R$上单调递增，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．$1<a\leq 2$　　B．$a<5$　　C．$3<a<5$　　D．$2\leq a\leq 5$

4．已知函数$g(x)=f(2x)+x^2$为奇函数，且$f(2)=3$，则$f(-2)=$（　　）

A．2　　B．5　　C．1　　D．3

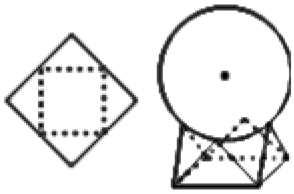
5．集合$A=\{x\,|\,x-2\leq 0\}$，$B=\mathrm{N}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{1\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

6．已知平面$ABCD\perp$平面$ADEF, AB\perp AD, CD\perp AD$，且$AB=3, AD=CD=6, ADEF$是正方形，在正方形$ADEF$内部有一点$M$，满足$MB, MC$与平面$ADEF$所成的角相等，则点$M$的轨迹长度为（　　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．16　　C．$\frac{4}{3}\pi$　　D．8π

7．如图，用一边长为$\sqrt{2}$的正方形硬纸，按各边中点垂直折起四个小三角形，做成一个蛋巢，将体积为$\frac{4\pi}{3}$的鸡蛋（视为球体）放入其中，蛋巢形状保持不变，则鸡蛋中心（球心）与蛋巢底面的距离为（　　）



A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　C．$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

8．已知函数 $f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为$\pi$，且满足$f\left(x+\varphi\right)=f\left(\varphi-x\right)$，则要得到函数$f\left(x\right)$的图像，可将函数$g\left(x\right)=\sin\omega x$的图像（　　）

A．向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度　　　　B．向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度

C．向左平移$\dfrac{5\pi}{12}$个单位长度　　　　D．向右平移$\dfrac{5\pi}{12}$个单位长度

9．若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x\text{-}y\le 0,\\ x+y\le 2,\\ x+1\ge 0,\end{cases}$则 $z=\dfrac{x+3}{y+2}$的取值范围为（　　）

A．$[\dfrac{2}{5},\dfrac{4}{3}]$　　　　B．$[\dfrac{2}{5}$，$3]$　　　　C．$[\dfrac{4}{3}$，$2]$　　　　D．$[\dfrac{2}{5}$，$2]$

10．设$x\in\mathbf{R}$，则“$|x-1|<2$ “是“$x^2<x$”的（　　）

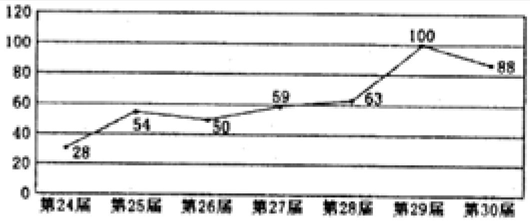
A．充分而不必要条件　　　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必条件

11．下图是我国第 24~30 届奥运奖牌数的回眸和中国代表团奖牌总数统计图，根据表和统计图，以下描述正确的是（　　）．

	金牌（块）	银牌（块）	铜牌（块）	奖牌总数
24	5	11	12	28
25	16	22	12	54
26	16	22	12	50
27	28	16	15	59
28	32	17	14	63

29	**51**	**21**	**28**	**100**
30	**38**	**27**	**23**	**88**



第24～30届奥运会中国代表团奖牌总数统计图

A．中国代表团的奥运奖牌总数一直保持上升趋势

B．折线统计图中的六条线段只是为了便于观察图象所反映的变化，不具有实际意义

C．第 **30** 届与第 **29** 届北京奥运会相比，奥运金牌数、银牌数、铜牌数都有所下降

D．统计图中前六届奥运会中国代表团的奥运奖牌总数的中位数是 **54.5**

12．已知α、$\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，$\alpha\neq\beta$，则下列是等式$\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$成立的必要不充分条件的是（　　）

A．$\sin\alpha>\sin\beta$　　　　**B**．$\sin\alpha<\sin\beta$

C．$\cos\alpha>\cos\beta$　　　　**D**．$\cos\alpha<\cos\beta$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设函数$f\left(x\right)=\begin{cases}1+\log_2\left(2-x\right),x<1\\2^{x-1},x\geq 1\end{cases}$，则$f\left(-2\right)+f\left(\log_2 3\right)=$______.

14．某高中共有 **1800** 人，其中高一、高二、高三年级的人数依次成等差数列，现用分层抽样的方法从中抽取 **60** 人，那么高二年级被抽取的人数为________.

15．已知实数x，y满足$\begin{cases}y\leq x\\x-4y-3\leq 0\\2x+y-6\leq 0\end{cases}$，则目标函数$z=x+2y-1$的最小值为__________.

16．已知函数$f(x)=x-m|\ln x|$恰好有 **3** 个不同的零点，则实数m的取值范围为____

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数$f(x)=\dfrac{e^x}{x^2-ax+1}(a\geq 0)$.

（**1**）当$a=0$时，试求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线；

（**2**）试讨论函数$f(x)$的单调区间.

18．（12 分）已知 A 是抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$上的一点，以点 A 和点 $B(2,0)$为直径两端点的圆 C 交直线 $x=1$ 于 M，N 两点.

（1）若$|MN|=2$，求抛物线E的方程；

（2）若$0<p<1$，抛物线E与圆$(x-5)^2+y^2=9$在x轴上方的交点为P，Q，点G为PQ的中点，O为坐标原点，求直线OG斜率的取值范围.

19．（12分）已知定点$A(-3,0)$，$B(3,0)$，直线AM、BM相交于点M，且它们的斜率之积为$-\frac{1}{9}$，记动点M的轨迹为曲线C。

（1）求曲线C的方程；

（2）过点$T(1,0)$的直线与曲线C交于P、Q两点，是否存在定点$S(x_0,0)$，使得直线SP与SQ斜率之积为定值，若存在，求出S坐标；若不存在，请说明理由。

20．（12分）在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别是a,b,c，且$2a=\sqrt{5}c\sin B+2b\cos C$.

（1）求$\tan B$；

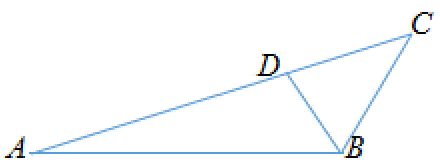
（2）若$a=\sqrt{5},c=3$，求b.

21．（12分）已知$f(x)=|2x+5|-\left|x-\frac{1}{2}\right|$.

（1）求不等式$f(x)…1$的解集；

（2）记$f(x)$的最小值为m，且正实数a,b满足$\frac{4}{a-mb}+\frac{4}{b-ma}=a+b$.证明：$a+b…2$.

22．（10分）如图，在ΔABC中，$AB>BC$，$\angle ABC=120^0$，$AB=3$，$\angle ABC$的角平分线与AC交于点D，$BD=1$.



（Ⅰ）求$\sin A$；

（Ⅱ）求ΔBCD的面积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，可得 $\overrightarrow{CD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{CA})$，再将 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}$ 代入即可.

【详解】

因为 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，所以 $\overrightarrow{CD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$，故 $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{CA})=$

$\frac{1}{2}(-\overrightarrow{BC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}-\frac{3}{4}\overrightarrow{BC})=\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平面向量的线性运算性质以及平面向量基本定理的应用，是一道基础题.

2、D

【解析】

根据样本中心点 $(\overline{x},\overline{y})$ 在回归直线上，求出 $\hat{a}$，求解 $\hat{y}>15$，即可求出答案.

【详解】

依题意 $\overline{x}=3.5,\overline{y}=4.5,(3.5,4.5)$ 在回归直线上，

$4.5=1.6\times 3.5+\hat{a},\hat{a}=-1.1,\therefore \hat{y}=1.6x-1.1$，

由 $\hat{y}=1.6x-1.1>15,x>10\frac{1}{16}$，

估计第 11 年维修费用超过 15 万元.

故选:D.

【点睛】

本题考查回归直线过样本中心点、以及回归方程的应用，属于基础题.

3、D

【解析】

根据题意，对于函数分 2 段分析：当 $x<1,f(x)=a^x$，由指数函数的性质分析可得 $a>1$①，当 $x\geq 1,f(x)=x^2+\frac{4}{x}+a\ln x$，由导数与函数单调性的关系可得 $f'(x)=2x-\frac{4}{x^2}+\frac{a}{x}\geq 0$，在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，变形可得 $a\geq 2$②，再结合函数的单调性，分析可得 $a\leq 1+4$③，联立三个式子，分析可得答案.

【详解】

解：根据题意，函数 $f\left(x\right)=\begin{cases} a^{x}, x<1 \\ x^{2}+\dfrac{4}{x}+a\ln x, x\geq 1 \end{cases}$ 在 R 上单调递增，

当 $x<1, f(x)=a^{x}$，若 $f\left(x\right)$ 为增函数，则 $a>1$ ①，

当 $x\geq 1, f(x)=x^{2}+\dfrac{4}{x}+a\ln x$，

若 $f\left(x\right)$ 为增函数，必有 $f^{'}(x)=2x-\dfrac{4}{x^{2}}+\dfrac{a}{x}\geq 0$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，

变形可得：$a\geq \dfrac{4}{x}-2x^{2}$，

又由 $x\geq 1$，可得 $g\left(x\right)=\dfrac{4}{x}-2x^{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减，则 $\dfrac{4}{x}-2x^{2}\leq \dfrac{4}{1}-2=2$，

若 $a\geq \dfrac{4}{x}-2x^{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，则有 $a\geq 2$ ②，

若函数 $f\left(x\right)$ 在 R 上单调递增，左边一段函数的最大值不能大于右边一段函数的最小值，

则需有 $a\leq 1+4=5$，③

联立①②③可得：$2\leq a\leq 5$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查函数单调性的性质以及应用，注意分段函数单调性的性质.

4、**B**

【解析】

由函数 $g(x)=f(2x)+x^{2}$ 为奇函数,则有 $g(-1)+g(1)=0\Rightarrow f(-2)+1+f(2)+1=0$,代入已知即可求得.

【详解】

$g(-1)+g(1)=0\Rightarrow f(-2)+1+f(2)+1=0\Rightarrow f(-2)=-5$.

故选:B.

【点睛】

本题考查奇偶性在抽象函数中的应用,考查学生分析问题的能力,难度较易.

5、**D**

【解析】

利用交集的定义直接计算即可.

【详解】

$A=\left\{x\,|\,x\leq 2\right\}$，故 $A\cap B=\left\{0,1,2\right\}$，

故选：**D.**

【点睛】

本题考查集合的交运算，注意常见集合的符号表示，本题属于基础题.

6、**C**

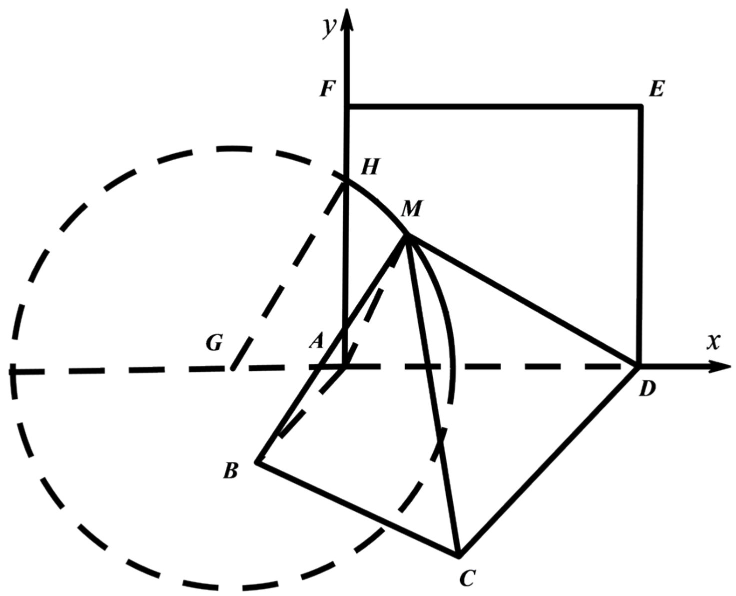
【解析】

根据MB,MC与平面$ADEF$所成的角相等，判断出$MD=2AM$，建立平面直角坐标系，求得M点的轨迹方程，由此求得点M的轨迹长度.

【详解】

由于平面$ABCD\perp$平面$ADEF$，且交线为AD，$AB\perp AD,CD\perp AD$，所以$AB\perp$平面$ADEF$，$CD\perp$平面$ADEF$.所以$\angle \mathrm{BMA}$和$\angle CMD$分别是直线MB,MC与平面$ADEF$所成的角，所以$\angle BMA=\angle CMD$，所以$\tan\angle BMA=\tan\angle CMD$，即$\dfrac{AB}{AM}=\dfrac{CD}{MD}$，所以$MD=2AM$.以$A$为原点建立平面直角坐标系如下图所示，则$A(0,0)$，$D(6,0)$，设$M(x,y)$（点$M$在第一象限内），由$MD=2AM$得$MD^2=4AM^2$，即$(x-6)^2+y^2=4(x^2+y^2)$，化简得$(x+2)^2+y^2=4^2$，由于点$M$在第一象限内，所以$M$点的轨迹是以$G(-2,0)$为圆心，半径为$4$的圆在第一象限的部分.令$x=0$代入原的方程，解得$y=\pm2\sqrt{3}$，故$H(0,2\sqrt{3})$，由于$GA=2$，所以$\angle HGA=\dfrac{\pi}{3}$，所以点$M$的轨迹长度为$\dfrac{\pi}{3}\times4=\dfrac{4\pi}{3}$.

故选：**C**



【点睛】

本小题主要考查线面角的概念和运用，考查动点轨迹方程的求法，考查空间想象能力和逻辑推理能力，考查数形结合的数学思想方法，属于难题.

7、**D**

【解析】

先求出球心到四个支点所在球的小圆的距离，再加上侧面三角形的高，即可求解.

【详解】

设四个支点所在球的小圆的圆心为O'，球心为O，

由题意，球的体积为$\dfrac{4\pi}{3}$，即$\dfrac{4}{3}\pi R^2=\dfrac{4\pi}{3}$可得球$O$的半径为**1**，

又由边长为$\sqrt{2}$的正方形硬纸，可得圆O'的半径为$\dfrac{1}{2}$，

利用球的性质可得$O'O^2=\sqrt{1^2-(\dfrac{1}{2})^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

又由O'到底面的距离即为侧面三角形的高，其中高为$\dfrac{1}{2}$，

所以球心到底面的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$.

故选：***D.***

【点睛】

本题主要考查了空间几何体的结构特征，以及球的性质的综合应用，着重考查了数形结合思想，以及推理与计算能力，属于基础题.

8、**C**

【解析】

依题意可得$\omega=2$，且$x=\varphi$是$f(x)$的一条对称轴，即可求出φ的值，再根据三角函数的平移规则计算可得；

【详解】

解：由已知得$\omega=2$，$x=\varphi$是$f(x)$的一条对称轴，且使$f(x)$取得最值，则$3\varphi=k\pi$，$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，

$f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\left[2\left(x+\dfrac{5\pi}{12}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right]$，$g(x)=\sin 2x=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)$，

故选：**C.**

【点睛】

本题考查三角函数的性质以及三角函数的变换规则，属于基础题.

9、**D**

【解析】

由题意作出可行域，转化目标函数$z=\dfrac{x+3}{y+2}$为连接点$D(-3,-2)$和可行域内的点(x,y)的直线斜率的倒数，数形结合即可得解.

【详解】

由题意作出可行域，如图，

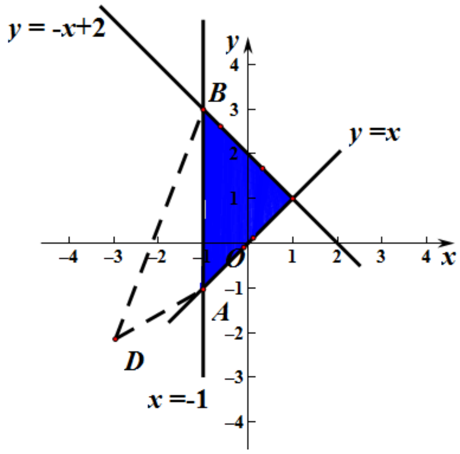
目标函数$z=\dfrac{x+3}{y+2}$可表示连接点$D(-3,-2)$和可行域内的点(x,y)的直线斜率的倒数，

由图可知，直线DA的斜率最小，直线DB的斜率最大，

由$\begin{cases}x-y=0\\x+1=0\end{cases}$可得$A(-1,-1)$，由$\begin{cases}x+y=2\\x+1=0\end{cases}$可得$B(-1,3)$，

所以$k_{DA}=\dfrac{-1+2}{-1+3}=\dfrac{1}{2}$，$k_{DB}=\dfrac{3+2}{-1+3}=\dfrac{5}{2}$，所以$\dfrac{2}{5}\le z\le 2$.

故选：D.



【点睛】

本题考查了非线性规划的应用，属于基础题.

10、B

【解析】

解出两个不等式的解集，根据充分条件和必要条件的定义，即可得到本题答案.

【详解】

由$|x-1|<2$，得$-1<x<3$，又由$x^2<x$，得$0<x<1$，

因为集合$\{x\,|\,0<x<1\}\subset\{x\,|\,-1<x<3\}$，

所以“$|x-1|<2$”是“$x^2<x$”的必要不充分条件.

故选：B