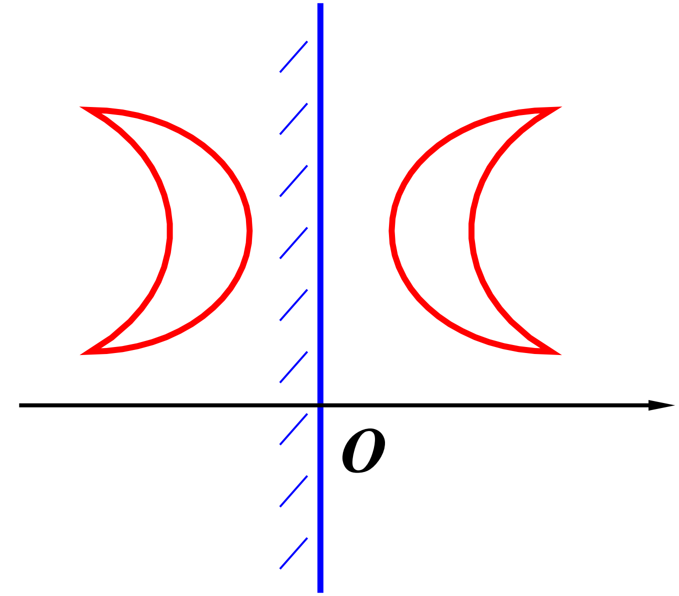
§5.4对称性·对称性与守恒定律

一、对称性

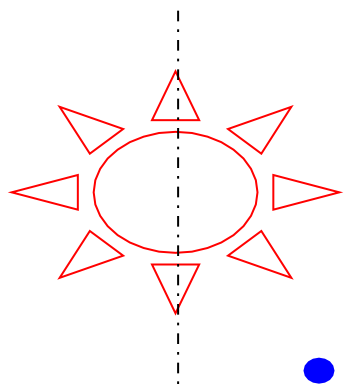
有关对称性的普遍的严格的定义是德国数学家魏尔（H.Weyl）1951年给出的：对一种事物进行一次变动或操作，假如经过操作后，该事物完全复原，则称该事物对所经历的操作是对称的. 而该操作就叫对称操作. 因为操作方式不同而有若干种不同的对称性.

常见的对称性

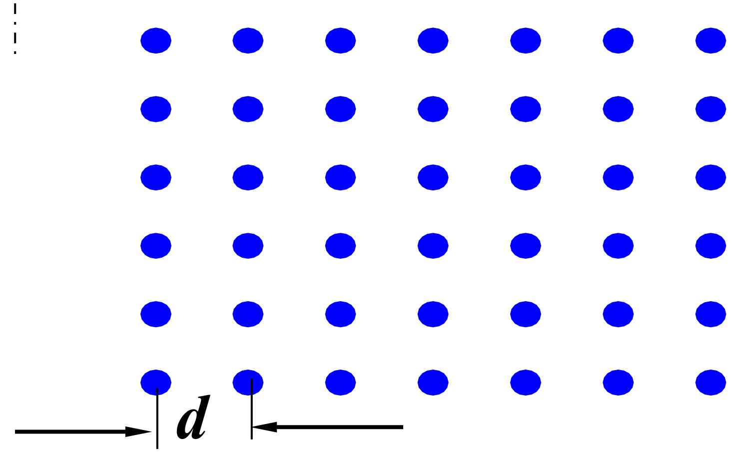
(1)镜象对称或左右对称



(2)转动对称



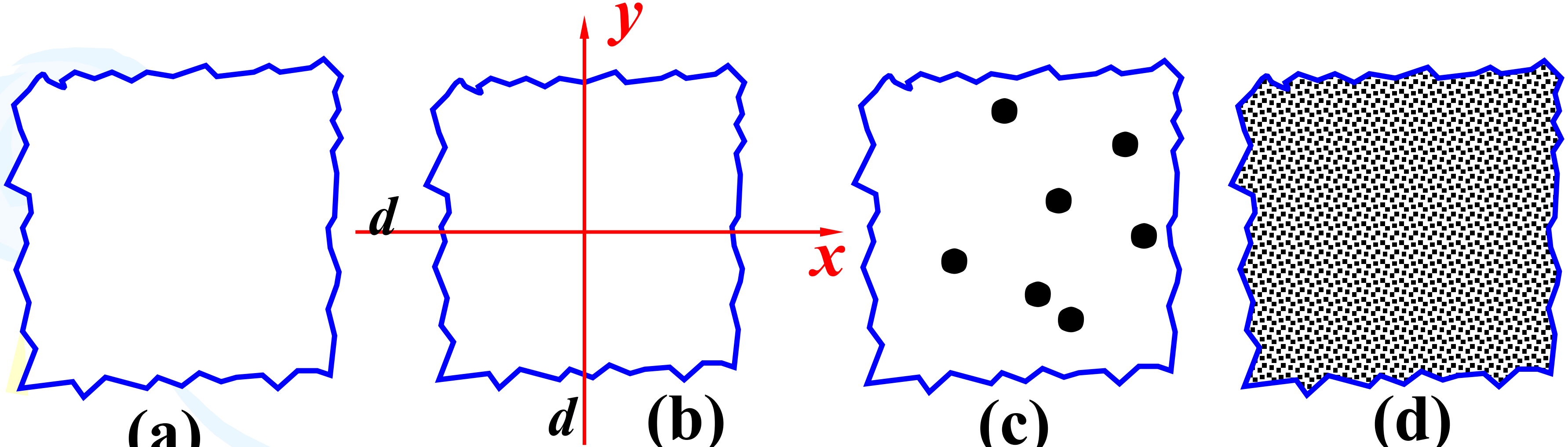
(3)平移对称



二、基本操作与对称性的分类

1. 空间操作与空间对称性

①平移：$\vec{r} \rightarrow \vec{r}+\vec{r}_0$ 的操作。



(a) 平移对称

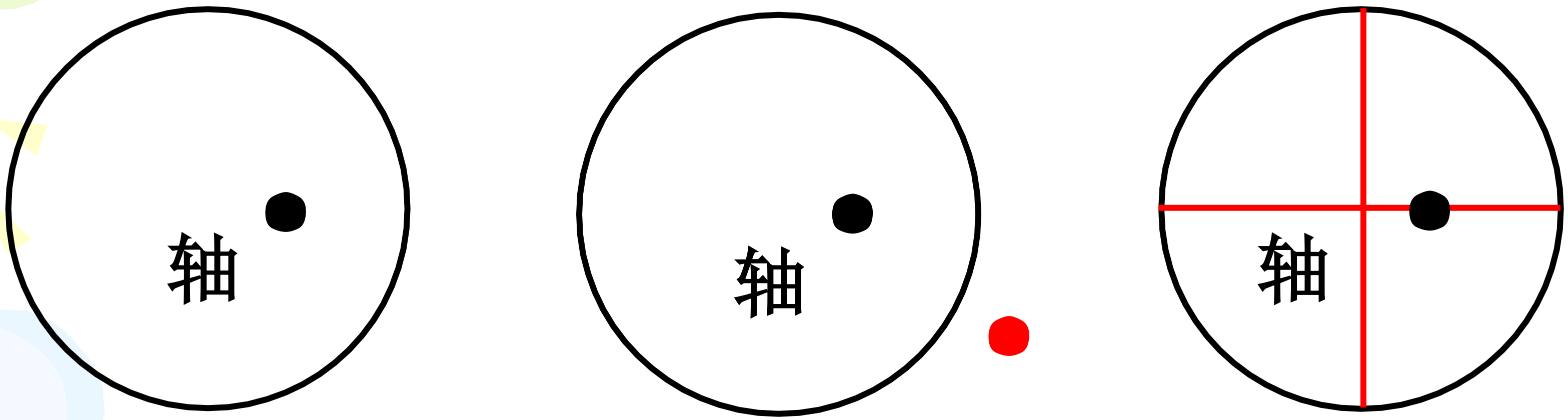
(b) 平移 d 对称

(c) 无平移对称

(d) 宏观上平移对称

对平移操作状态不变的系统具有**平移对称性。**

②转动：绕某个定轴旋转一种角度的操作。

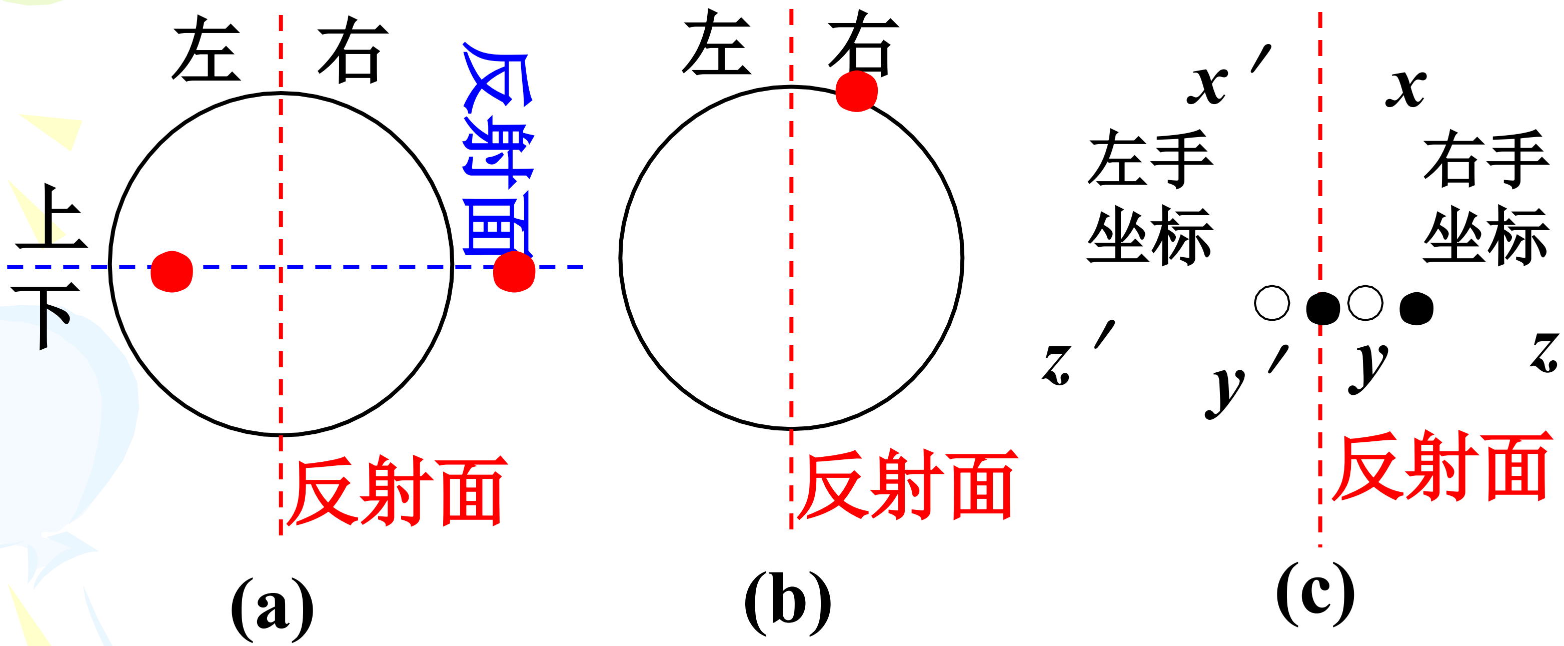


(a) 轴对称 (b) 一次轴（对称） (c) 四次轴（对称）

对转动操作状态不变的系统具有**转动对称性**。

对绕空间一固定点作任意旋转都不变的系统具有**球对称性**。

③镜象反射：相当于“照镜子”的变换。



(a) 上下、左右均对称

(b) 只左右对称

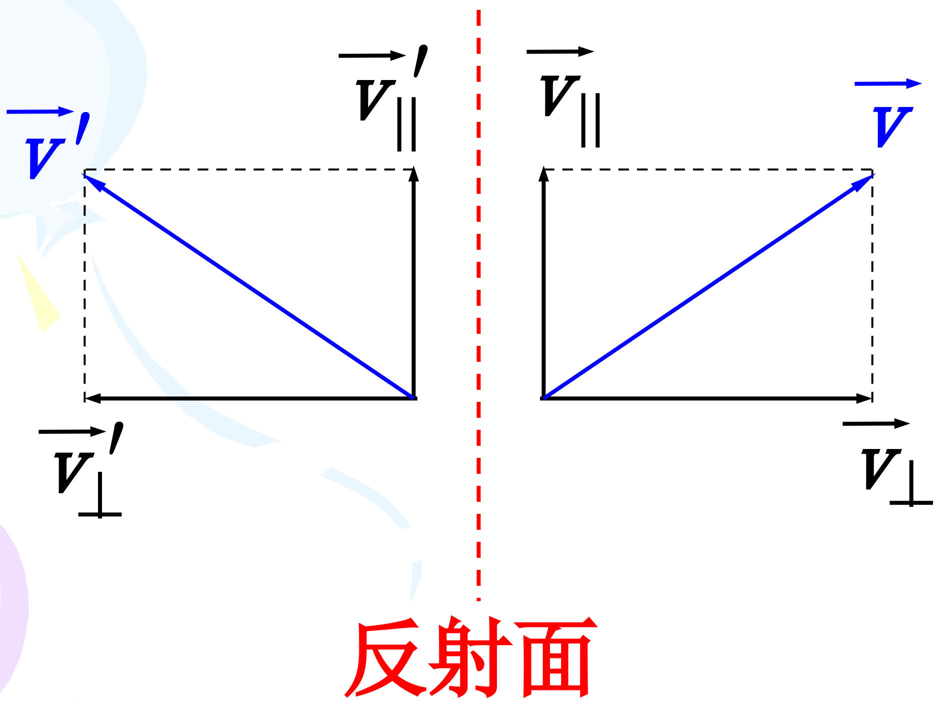
(c) 坐标系反射

根据镜象反射的性质可将物理学中的矢量

提成两类： 极矢量 和 轴矢量

极矢量：镜象反射中垂直反射面的分量反向，平行反射面的分量不变向。

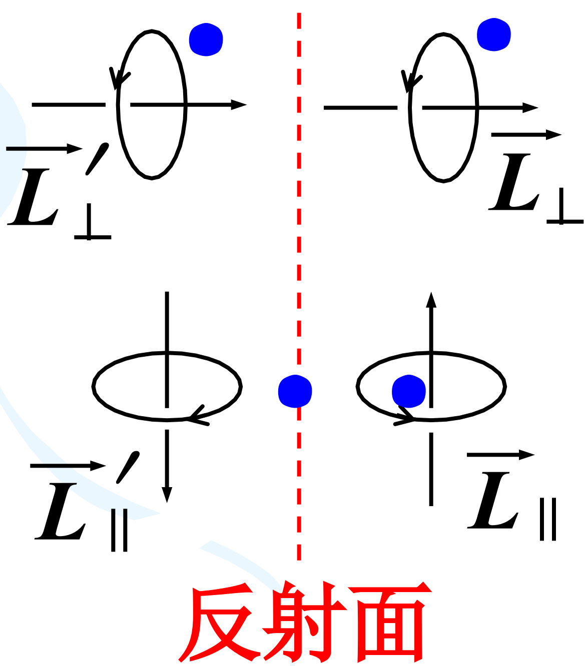
如：r r r r ，…



$$\begin{cases} \vec{v}_{\parallel}' = \vec{v}_{\parallel} \\ \vec{v}_{\perp}' = -\vec{v}_{\perp} \end{cases}$$

轴矢量（赝矢量）：镜象反射中垂直反射面的分量不变向，平行反射面的分量反向。

如：$\vec{\omega}$、$\vec{L}$、$\vec{n}$ 、$\vec{B}$、 …



$$\begin{cases} \vec{L}_{\perp}' = \vec{L}_{\perp} \\ \vec{L}_{\parallel}' = -\vec{L}_{\parallel} \end{cases}$$

$\vec{r} \times \vec{n} = \vec{I}$

（极） （极） （轴）

能够证明：极矢量×极矢量 ⟶ 轴矢量

▲ 文学创作中也有镜象对称

回文词　　　纳兰性德

雾 窗 寒 对 遥 天 暮	暮 天 遥 对 寒 窗 雾
花 落 正 啼 鸦	鸦 啼 正 落 花
袖 罗 垂 影 瘦	瘦 影 垂 罗 袖
风 剪 一 丝 红	红 丝 一 剪 风

镜象反射面

回文诗

《题金山寺》

苏东坡

潮随暗浪雪山倾　远浦渔舟钓月明　｜　明月钓舟…

桥对寺门松径小　巷当泉眼石波清　｜　清波石眼…

迢迢远树江天晓　蔼蔼红霞晚日晴　｜　晴日晚霞…

遥望四山云接水　碧峰千点数鸥轻　｜　轻鸥数点…

反射面

回文对联

上海自来水来自海上　｜　上海自来水来自海上

南山长生松生长山南　｜　南山长生松生长山南

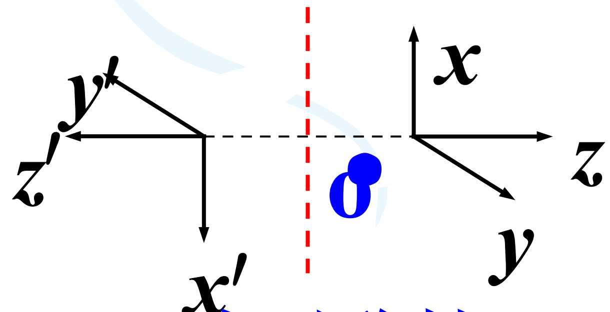
④空间反演：$\vec{r} \to -\vec{r}$ 的操作称为对原点O的空间反演。

直角坐标系中的空间反演 $\begin{cases} x \to -x \\ y \to -y \\ z \to -z \end{cases}$

空间反演不变的系统具有对O的点对称性。

例如，立方体对其中心具有点对称性。

反应空间反演对称性的物理量叫宇称 (parity)。



点对称性

空间反演 = $\begin{cases} \boxed{\text{镜面反射}} \\ + \\ \boxed{\text{绕镜面法线旋转 }180°} \end{cases}$

2. 时间操作与时间对称性

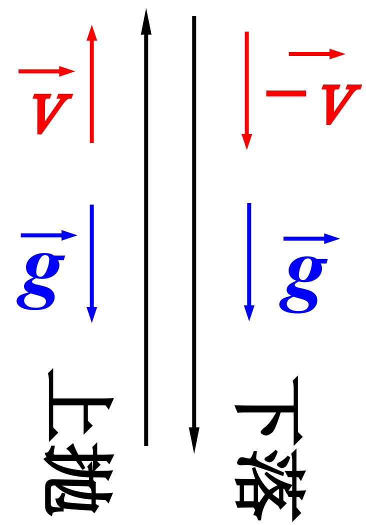
①时间平移：$t \to t + t_0$ 的变换。

- ▲ 静止物体对时间平移具有对称性；
- ▲ 匀速运动物体的速度对时间平移具有对称性；
- ▲ 周期系统对时间平移整数周期具有对称性。

②时间反演：$t \to -t$ 的变换（时间倒流）

▲ $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} \xrightarrow[dt \to -dt]{t \to -t}$

▲ $\vec{a} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} \xrightarrow[dt^2 \to dt^2]{t \to -t}$



▲ 力对时间反演变换有两种情况：

保守力只与物体相对位置有关，

故对时间反演不变。

耗散力与速度方向有关，

故对时间反演变化。

▲ 牛顿第二定律对保守系统时间反演不变，

对非保守系统则不具有时间反演不变性。

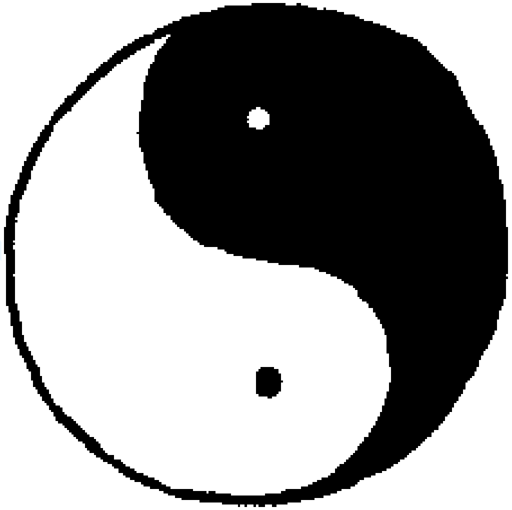
▲ 统计规律（如扩散）没有对时间反演的不变性。

研究系统时间反演的性质要区别宏观和微观。

3. 联合操作与对称性

有的系统对某种操作可能不具有对称性，但对几种操作的联合却可能具有对称性。

例如：



阴阳鱼

对绕中心转180°和黑白置换的联合操作具有对称性。

Escher 的骑士图案

对镜象反射加上黑白置换可能还要加上必要的平移操作才构成对称操作。

伽里略变换是一种时空联合操作，牛顿定律对此联合操作是不变的。

一样，洛仑兹变换也是一种时空联合操作，但牛顿定律对此联合操作就不是不变的了。

物理学中除上述的时间、空间操作外， 还涉及到某些其他的操作， 例如：电荷共轭变换（粒子与反粒子间的变换）， 规范变换，全同粒子置换等等。它们也和系统的某些对称性相联络。

三、 对称性原理

自然规律反应了事物之间的“ 因果关系 ”。

稳定的因果关系要求有可反复性和预见性。

即：相同的原因肯定产生相同的成果。

称性原理：（**Pierre Curie 1894**年首先提出）

原因中的对称性必然存在于成果中，

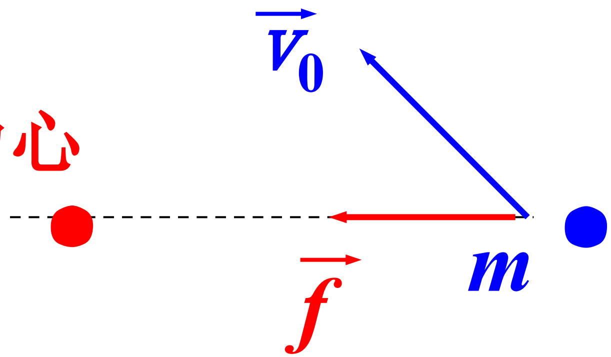
成果中的不对称性必然存在于原因中。

对称性原理是凌驾于物理规律之上的自然界的

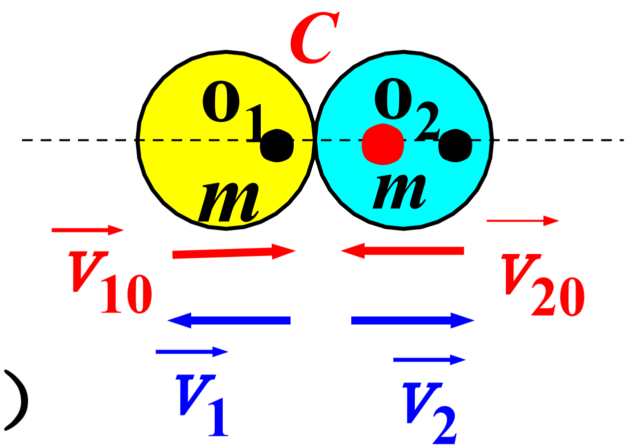
一条基本原理。根据对称性原理，往往可在不具体懂得某些物理规律的情况下给出所需的结论。

应用举例：

▲ 根据对称性原理可论证，质点在有心力场的作用下，必在同一平面内运动。



▲ 论证质心系中两个质量相等的球对心碰撞后，速度必在球心联线上，且大小相等、方向相反。（动量守恒）



▲ 假如抛体轨迹不在铅直面内(成果中出现了不对称)，则一定存在对铅直面不对称的原因。

这是对称性原理反过来的应用。

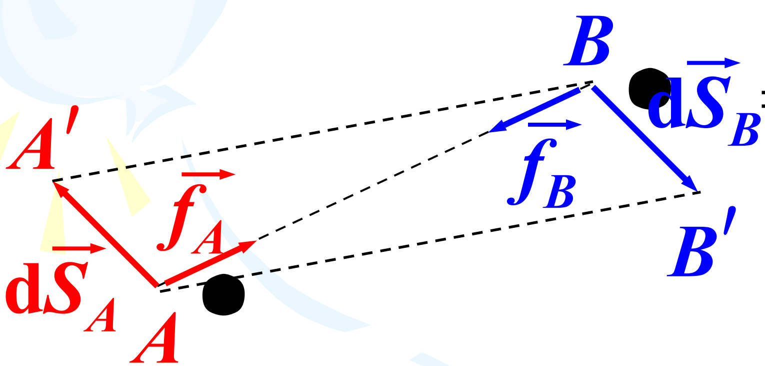
四、对称性与守恒定律

每个守恒定律都相应于一种对称性(变换不变性)

▲ **空间平移对称性与动量守恒定律：**

有空间平移对称性的系统，其动量必然守恒。

以两粒子系统为例：



$d\vec S_B = -d\vec S_A$ 设系统相互作用能U。

平移对称 $\longrightarrow \mathrm{d}U_A = \mathrm{d}U_B$

$\longrightarrow \vec f_A = -\vec f_B$ ($d\vec S$ 任意

$\mathrm{d}U_A = -\vec f_A \cdot \mathrm{d}\vec S_A$

$\mathrm{d}U_B = -\vec f_B \cdot \mathrm{d}\vec S_B$

$\dfrac{\mathrm{d}\vec P_A}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}\vec P_B}{\mathrm{d}t} \longrightarrow \vec P_A + \vec P_B = \vec C$

这么就由系统的平移对称性，造成了不受外力作用的系统的动量守恒。

即从空间平移不变性导出了动量守恒定律。

▲ 空间的各向同性与角动量守恒定律：

一种系统中的物理现象假如和该系统所处的方位无关，则系统具有转动对称性（各向同性）。

能够证明：

系统假如具有转动对称性，则必然角动量守恒。空间各向同性将造成角动量守恒定律成立。

▲ 时间均匀与能量守恒定律：

系统中的物理现象假如和时间的平移无关，就阐明时间是均匀的。

能够证明：

时间的均匀性将造成能量守恒定律的成立。

一种系统假如对时间平移变换具有对称性，则其能量必然守恒。

伴随物理学的发展，人们认识的对称性和守恒量也越来越多。除能量、动量和角动量外还有电荷、轻子数、 重子数、 宇称等守恒量。

对称性原理是超越物理各个领域的普遍法则，

在未涉及某些详细定律之前，我们往往可能根据

对称性原理作出某些判断，得出某些有用的信息。

这些法则不但不会与已知领域中的详细定律相悖，

而且还能指导我们去探索未知的领域。