2025年高考物理复习之小题狂练600题（解答题）：机械振动（10题）

一．解答题（共10小题）

1．（2024•东城区一模）平抛运动、简谐运动、匀速圆周运动是三种典型的质点运动模型，初速度和受力情况的不同决定了质点做何种运动。

（1）平抛运动是加速度为重力加速度g的匀变速曲线运动。一质点以初速度v_0在竖直面内做平抛运动，以抛出点为原点，以v_0的方向为x轴的正方向，竖直向下为y轴的正方向建立坐标系。

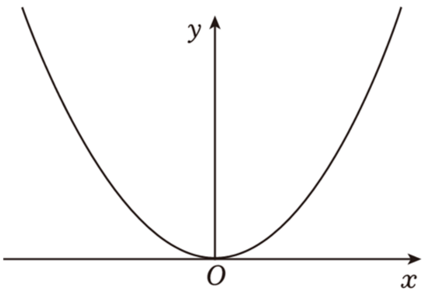
a.某时刻质点速度与水平方向的夹角为θ，质点相对于抛出点的位移与水平方向的夹角为α，请证明θ与α满足：$\tan\theta = 2\tan\alpha$；

b.请写出质点的轨迹方程。

（2）简谐运动的质点所受回复力F与位移x成正比，且方向总和位移相反，即$F = -kx$，其中k为常数。

如图所示，竖直平面内有一光滑的抛物线轨道，其轨迹方程与（1）问中求得的结果相同。现有一质量为m的小珠子套在轨道上，且可在轨道上自由滑动。若将小珠子从轨道上距轨道中心O点很近的地方由静止释放，小珠子将围绕O点做往复运动。请证明小珠子在轨道中心O点附近的往复运动是简谐运动（当θ很小时，$\sin\theta \approx \tan\theta$）。

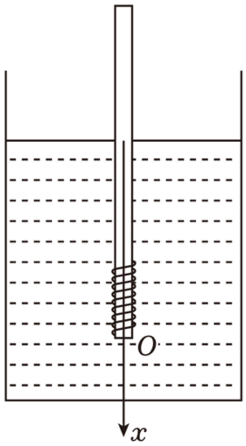
（3）做匀速圆周运动的质点，其合力总指向圆心，大小等于质量乘以向心加速度。若第（2）问的抛物线轨道绕y轴转动，请讨论并说明当以不同角速度匀速转动时，小珠子能否相对轨道静止？若能，请说明相对静止的位置。



2．（2024•泰州模拟）如图所示，一根粗细均匀的木筷下端绕有几圈铁丝，竖直浮在一个较大的盛水容器中，以木筷静止时下端所在位置为坐标原点O建立直线坐标系，把木筷往下压一段距离x＝10cm后放手，木筷就在水中上下振动。已知水的密度为ρ，重力加速度为g，不计水的阻力。

（1）试证明木筷的振动是简谐运动；

（2）观测发现筷子每10秒上下振动20次，从释放筷子开始计时，写出筷子振动过程位移随时间变化的关系式。



3．（2024•昌平区二模）如图所示，一单摆的摆长为l，摆球质量为m，固定在悬点O。将摆球向右拉至N点，由静止释放，摆球将在竖直面内来回摆动，其中P点为摆动过程中的最低位置。摆球运动到N点时，摆线与竖直方向的夹角为θ（约为5°），θ很小时可近似认为sinθ≈θ、$\widehat{PN}=\overline{PN}$。重力加速度为g，空气阻力不计。

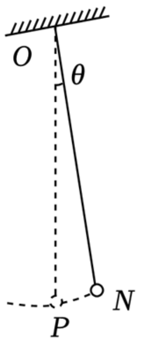
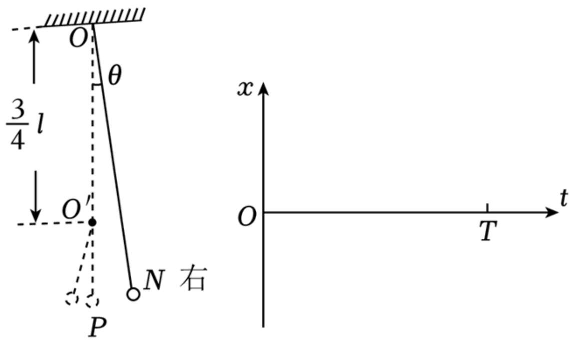


图1



甲　　乙

图2

（1）请证明摆球的运动为简谐运动。

（2）如图2甲所示，若在O点正下方$\frac{3}{4}$l的O'处放置一细铁钉，当摆球摆至P点时，摆线会受到铁钉的阻挡，继续在竖直面内摆动。

a.求摆球摆动一个周期的时间T；

b.摆球向右运动到P点时，开始计时，设摆球相对于P点的水平位移为x，且向右为正方向。在图乙中定性画出摆球在开始一个周期内的x﹣t关系图线。

4．（2024•重庆三模）如图1所示，劲度系数为k的水平轻弹簧左端固定在竖直墙壁上，右端连接一质量为m且可视为质点的物块甲，物块甲处于光滑水平面上，O点为弹簧的原长位置。将物块甲向左缓慢移动至与O点相距x_0的P点，在O点放置一质量为m且可视为质点的物块乙，然后将物块甲从P点由静止开始无初速度释放，物块甲与物块乙碰撞后立即粘合在一起运动，碰撞时间极短可不计。已知质点振动时，如果使质点回到平衡位置的回复力满足$F_{回复}=-kx$（式中x为质点相对平衡位置的位移，k

为比例系数），则质点做简谐运动，且周期$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$；弹簧形变量为 x 时的弹性势能$E_p=\frac{1}{2}kx^2$。弹簧始终处于弹性限度内，重力加速度为 g，不计空气阻力。

图1

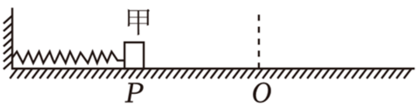


图2

（1）求物块甲与物块乙碰撞粘合在一起后瞬时速度大小，以及碰撞后甲、乙一起第一次回到 O 点所经过的时间；

（2）如图 2 所示，移走物块乙，将物块甲置于粗糙水平面上，物块甲与粗糙水平面间的动摩擦因数为 μ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，其他条件不变且$x_0=\frac{21\mu mg}{2k}$，求物块甲从 P 点由静止释放后，最终停止运动的位置，以及整个运动过程中所经过的时间。

5．（2024•衡水三模）如图所示，倾角 θ＝37° 的光滑斜面固定，斜面下端有固定挡板，质量分别为 m_A＝2kg、m_B＝5kg 的滑块 A、B 用轻弹簧相连放置在斜面上处于静止状态，滑块 A 与挡板接触。现将质量为 m_C＝1kg 的滑块 C 在斜面上与 B 相距 d＝3m 处由静止释放，C 与 B 发生弹性碰撞，碰后立即将 C 取走，B 在斜面上做简谐运动。重力加速度 g＝10m/s^2，sin37°＝0.6，弹簧的劲度系数为 k＝100N/m 且弹簧始终在弹性限度内，已知弹簧的弹性势能为$E_p=\frac{1}{2}kx^2$（k 为弹簧的劲度系数，x 为弹簧的形变量），A、B、C 可视为质点，求：

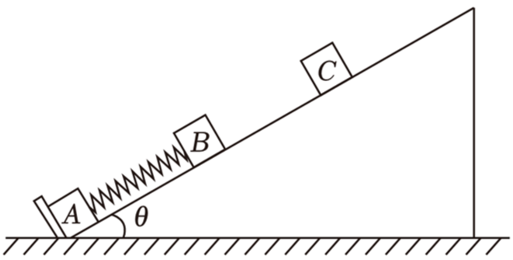
（1）物块 C 与 B 碰后瞬间的速度分别为多大；

（2）物块 C 与 B 碰后 B 做简谐运动的振幅；

（3）若物块 C 从斜面上某处由静止释放后，C 与 B 碰后粘在一起做简谐运动且 A 恰好未离开挡板，求：

①A 对挡板压力的最大值；

②物块 C 从斜面上由静止释放时与 B 的距离。



6．（2024•上海二模）摆钟是最早能够精确计时的一种工具，如图 1 所示。十七世纪意大利天文学家伽利略研究了教堂里吊灯的运动，发现单摆运动具有等时性，后人根据这一原理制成了摆钟，其诞生三百多年来，至今还有很多地方在使用。完成下列问题：

（1）把摆钟的钟摆简化成一个单摆。如果一个摆钟，每小时走慢 1 分钟，可以通过调整钟摆来校准时间，则应该 ________。

A．增加摆长

B．增加摆锤质量

C．缩短摆长

D．减小摆锤质量

（2）如图 2，一单摆的摆长为 L，摆球质量 m，用力将摆球从最低点 A 在竖直平面内向右缓慢拉开一个偏角 θ（θ＜5°），到达 B 点后从静止开始释放。刚释放摆球的瞬间，摆球的回复力大小为 ______________。摆球从释放开始到达最低点 A 的时间为 ________________________。

（3）（计算）接上题，如摆球静止在 A 点时，给摆球一个水平向左的冲量 I，使得摆球能够继续绕悬挂点 O 在竖直平面内做一个完整的圆周运动，则需要的最小冲量为多少？

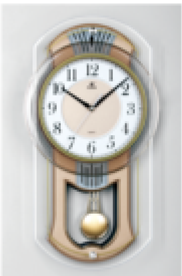


图1

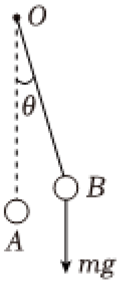


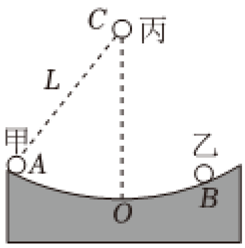
图2

7．（2024•重庆模拟）如图，光滑圆槽的半径 L 远大于小球运动的弧长。甲、乙、丙三小球（均可视为质点）同时由静止释放，开始时乙球的位置 B 低于甲球位置 A，甲球与圆偿圆心连线和竖直方向夹角为 θ，丙球释放位置 C 为圆槽的圆心，Q 为圆槽最低点；重力加速度为 g。若甲、乙、丙三球不相碰，求：

（1）求甲球运动到 O 点速度大小；

（2）通过计算分析，甲、乙、丙三球谁先第一次到达 O 点；

（3）若单独释放甲球从释放到第 15 次经过 O 点所经历的时间。

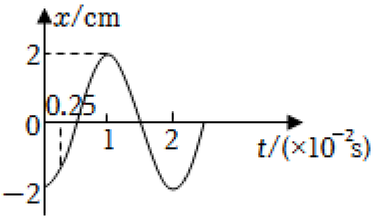


8．（2023•鹰潭一模）一水平弹簧振子做简谐运动的位移与时间的关系如图。

（1）该简谐运动的周期和振幅分别是多少；

（2）求 $t=0.25\times10^{-2}$s 时振子的位移；

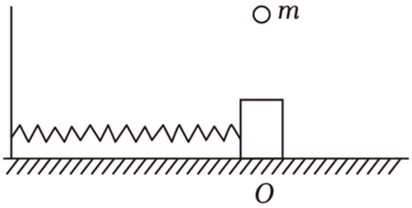
（3）从 t＝0 到 t＝8.25×10⁻²s 的时间内，振子的路程多大？



9．（2023•镇江三模）如图所示，一个处于光滑水平面的弹簧振子，O 点是其平衡位置，振子质量为 m，弹簧劲度系数为 k，其振动周期为$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$，振子经过 O 点的速度为 v，在 O 点正上方有一质量为 m 的物体自由下落，恰好落在振子上，并与振子粘在一起振动。

（1）求物体落在振子上后，振子经过 O 点的速度大小；

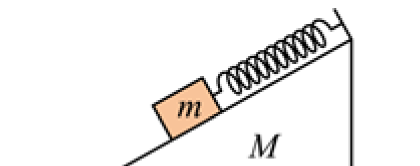
（2）以物体落在振子上为 t＝0 时刻，求振子到达最左端的时刻。



10．（2023•黄山三模）如图所示，质量为 M，倾角为 α 的斜面体（斜面光滑且足够长）静止在粗糙的水平面上，斜面顶端与劲度系数为 k 的轻质弹簧相连，弹簧的另一端连接着质量为 m 的物块。现按住物块使弹簧的长度为原长时，将物块由静止开始释放，在物块运动过程中，斜面体一直保持静止，重力加速度为 g，忽略空气阻力的影响。则：

（1）选物块的平衡位置 O 为坐标原点，沿斜面向下为正方向建立坐标轴，用 x 表示物块相对于平衡位置的位移，证明小物块的运动是简谐运动；

（2）求物块运动到最高点时，斜面体受到的静摩擦力。



2025年高考物理复习之小题狂练600题（解答题）：机械振动（10题）

参考答案与试题解析

一．解答题（共10小题）

1．（2024•东城区一模）平抛运动、简谐运动、匀速圆周运动是三种典型的质点运动模型，初速度和受力情况的不同决定了质点做何种运动。

（1）平抛运动是加速度为重力加速度 g 的匀变速曲线运动。一质点以初速度 v_0 在竖直面内做平抛运动，以抛出点为原点，以 v_0 的方向为 x 轴的正方向，竖直向下为 y 轴的正方向建立坐标系。

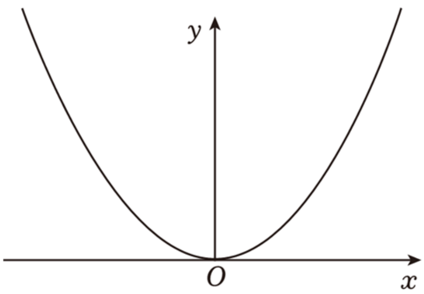
a.某时刻质点速度与水平方向的夹角为 θ，质点相对于抛出点的位移与水平方向的夹角为 α，请证明 θ 与 α 满足：tanθ＝2tanα；

b.请写出质点的轨迹方程。

（2）简谐运动的质点所受回复力 F 与位移 x 成正比，且方向总和位移相反，即 F＝﹣kx，其中 k 为常数。

如图所示，竖直平面内有一光滑的抛物线轨道，其轨迹方程与（1）问中求得的结果相同。现有一质量为 m 的小珠子套在轨道上，且可在轨道上自由滑动。若将小珠子从轨道上距轨道中心 O 点很近的地方由静止释放，小珠子将围绕 O 点做往复运动。请证明小珠子在轨道中心 O 点附近的往复运动是简谐运动（当 θ 很小时，sinθ≈tanθ）。

（3）做匀速圆周运动的质点，其合力总指向圆心，大小等于质量乘以向心加速度。若第（2）问的抛物线轨道绕 y 轴转动，请讨论并说明当以不同角速度匀速转动时，小珠子能否相对轨道静止？若能，请说明相对静止的位置。



【考点】简谐运动的表达式及振幅、周期、频率、相位等参数；信息的传递（初中）；平抛运动速度的计算.

【专题】定量思想；推理法；牛顿第二定律在圆周运动中的应用；分析综合能力.

【答案】（1）a.见解析；

b.质点的轨迹方程为 $y=\frac{g}{2v_0^2}x^2$。

（2）证明过程见解析；

（3）：①若 $\omega=\frac{g}{v_0}$ 小珠子可以相对轨道静止在任意位置处；

②若 $\omega<\frac{g}{v_0}$，小珠子不能相对轨道静止，一定会滑向 O 点，只能在 O 处相对静止；

③若 $\omega>\frac{g}{v_0}$ 小珠子不能相对轨道静止，一定会被向外甩出轨道，只能在 O 处相对静止。

【分析】（1）根据平抛运动规律分析解答；

（2）根据简谐运动的回复力结合平抛运动规律解答；

（3）根据牛顿第二定律结合平抛运动轨道方程分析解答。

【解答】解：（1）a.由平抛运动的位移规律得，$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0t}=\frac{gt}{2v_0}$

由平抛运动的速度规律得：$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{gt}{v_0}$

于是得到：$\tan\theta=2\tan\alpha$

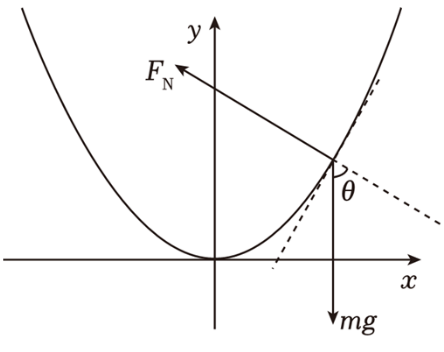
b.由平抛运动的位移规律得 $x=v_0t$ $y=\frac{1}{2}gt^2$

$y=\frac{g}{2v_0^2}x^2$

$y=\frac{1}{2}gt^2$

联立可知 $y=\frac{g}{2v_0^2}x^2$

（2）设小珠子在某时刻的位置坐标为（x，y），此时速度方向（切线方向）与水平方向的夹角为 θ，则质点所受指向平衡位置的力



$F=-mg\sin\theta\approx-mg\tan\theta$（因距 O 点很近，所以 θ 很小）

根据前面抛物线的规律可知：$\tan\theta=2\tan\alpha=2\frac{y}{x}$

代入得到：$F=-\frac{mg^2}{v_0^2}x$

即物体做简谐运动。

（3）假设小珠子相对轨道静止处的位置坐标为（x，y），根据牛顿第二定律：$F_N\cos\theta=mg$

$F_N sin\theta = m\omega^2 x$

$\tan\theta = \frac{\omega^2}{g}x$

$F_N\sin\theta = mx\omega^2$

由 $\tan\theta = 2\tan\alpha = 2\frac{y}{x}$

得 $x^2 = \frac{2g}{\omega^2}y$

由于轨道方程为 $y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$，即 $x^2 = \frac{2v_0^2}{g}y$

于是可得 $\frac{g}{\omega^2}y = \frac{v_0^2}{g}y^2$，由此式可知，当 $\omega = \frac{g}{v_0}$ 时此式恒成立，与 y 无关。

结论：①若 $\omega = \frac{g}{v_0}$ 小珠子可以相对轨道静止在任意位置处；

②若 $\omega < \frac{g}{v_0}$，小珠子不能相对轨道静止，一定会滑向 O 点，只能在 O 处相对静止；

③若 $\omega > \frac{g}{v_0}$ 小珠子不能相对轨道静止，一定会被向外甩出轨道，只能在 O 处相对静止。

答：（1）a.见解析；

b.质点的轨迹方程为 $y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$。

（2）证明过程见解析；

（3）：①若 $\omega = \frac{g}{v_0}$ 小珠子可以相对轨道静止在任意位置处；

②若 $\omega < \frac{g}{v_0}$，小珠子不能相对轨道静止，一定会滑向 O 点，只能在 O 处相对静止；

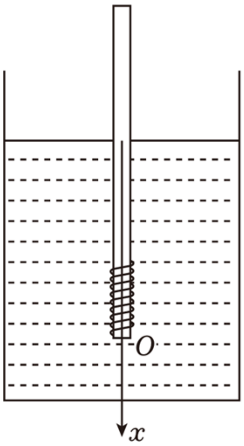
③若 $\omega > \frac{g}{v_0}$ 小珠子不能相对轨道静止，一定会被向外甩出轨道，只能在 O 处相对静止。

【点评】本题考查简谐运动的表达式，解题关键掌握平抛运动及圆周运动的特点，注意平抛运动的速度和位移与水平方向夹角的关系。

2.（2024•泰州模拟）如图所示，一根粗细均匀的木筷下端绕有几圈铁丝，竖直浮在一个较大的盛水容器中，以木筷静止时下端所在位置为坐标原点 O 建立直线坐标系，把木筷往下压一段距离 x＝10cm 后放手，木筷就在水中上下振动。已知水的密度为 ρ，重力加速度为 g，不计水的阻力。

（1）试证明木筷的振动是简谐运动；

（2）观测发现筷子每 10 秒上下振动 20 次，从释放筷子开始计时，写出筷子振动过程位移随时间变化的关系式。



【考点】简谐运动的回复力；简谐运动的表达式及振幅、周期、频率、相位等参数.

【专题】计算题；学科综合题；定量思想；方程法；简谐运动专题；推理能力.

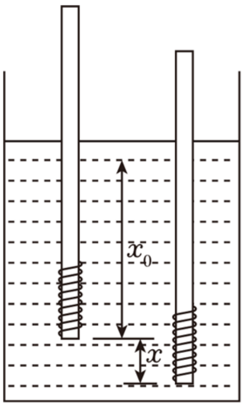
【答案】（1）证明见解答；

（2）筷子振动过程位移随时间变化的关系式为 x＝0.10cos（4πt）（m）。

【分析】（1）对木筷进行受力分析，然后结合简谐振动的条件与公式分析即可；

（2）根据其周期，结合振动方程的通式写出振动关系式。

【解答】解：（1）如图所示



取向下为正方向，将木筷往下按 x 之前 $mg＝F_{浮}＝\rho gsx_0$

按下 x 后 $F_{浮}＝\rho gS（x_0+x）$

回复力 $F_{回}＝－F_{浮}+mg＝－\rho gSx$

令 $\rho gS＝k$

则 $F_{回}＝－kx$

所以，木筷在水中的运动为简谐运动。

（2）由题意可知筷子的振幅 A＝10cm＝0.10m；因为筷子每 10 秒上下振动 20 次，则筷子简谐运动的周期为 T＝0.5s

则筷子振动过程位移随时间变化的关系式 $x=A\cos(\frac{2\pi}{T}t)=0.10\cos(\frac{2\pi}{0.5}t)$（m）$=0.10\cos(4\pi t)$（m）

答：（1）证明见解答；

（2）筷子振动过程位移随时间变化的关系式为 $x=0.10\cos(4\pi t)$（m）。

【点评】该题中筷子做简谐振动，其受力的情况与运动的情况都可以与弹簧振子的受力与运动相似，可以应用比较法进行解答，容易理解。

3．（2024•昌平区二模）如图所示，一单摆的摆长为 l，摆球质量为 m，固定在悬点 O。将摆球向右拉至 N 点，由静止释放，摆球将在竖直面内来回摆动，其中 P 点为摆动过程中的最低位置。摆球运动到 N 点时，摆线与竖直方向的夹角为 θ（约为 5°），θ 很小时可近似认为 $\sin\theta\approx\theta$、$\widehat{PN}=\overline{PN}$。重力加速度为 g，空气阻力不计。

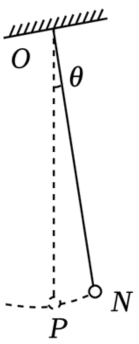
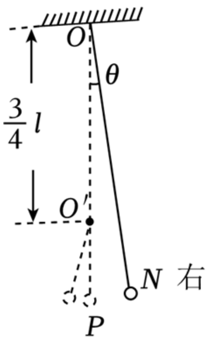


图1



甲

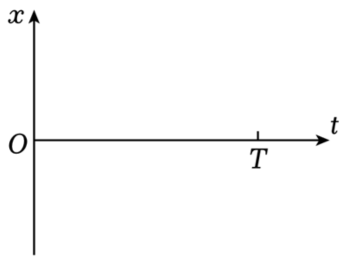


图2　　乙

（1）请证明摆球的运动为简谐运动。

（2）如图 2 甲所示，若在 O 点正下方 $\frac{3}{4}$l 的 O'处放置一细铁钉，当摆球摆至 P 点时，摆线会受到铁钉的阻挡，继续在竖直面内摆动。

a.求摆球摆动一个周期的时间 T；

b.摆球向右运动到 P 点时，开始计时，设摆球相对于 P 点的水平位移为 x，且向右为正方向。在图乙中定性画出摆球在开始一个周期内的 x－t 关系图线。

【考点】单摆及单摆的条件．

【专题】定量思想；推理法；单摆问题；推理能力．

【答案】（1）请明过程见解析；

（2）a.摆球摆动一个周期的时间为 $\frac{3}{2}\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$；

b.x－t 关系图线见解析。

【分析】（1）根据 $F_{回}=-kx$ 判断摆球的运动是否为简谐运动；

（2）a.；根据 T＝2π$\sqrt{\frac{l}{g}}$判断周期；

b.根据简谐运动的特点分别画出 x﹣t 关系图线。

【解答】解：（1）设摆球的回复力为 F 回，摆球的位移为 x，则 F 回＝mgsinθ≈mgθ＝mg$\frac{\widehat{PN}}{l}\approx\frac{mg}{l}$x

F 回的方向与方向时刻相反，F 回 $=-\frac{mg}{l}$x

满足 F 回＝﹣kx，故摆球的运动为简谐运动。

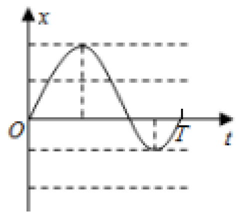
（2）a.当 x≥0 时，摆长为 1，周期为 T_1＝2π$\sqrt{\frac{l}{g}}$

当 x＜0 时，摆长为 1′ ＝$\frac{1}{4}$l，周期为 T_2＝π$\sqrt{\frac{l}{g}}$

T＝$\frac{1}{2}$（T_1+T_2）

解得 T＝$\frac{3}{2}\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

b.x﹣t 关系图线如图



答：（1）请明过程见解析；

（2）a.摆球摆动一个周期的时间为$\frac{3}{2}\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$；

b.x﹣t 关系图线见解析。

【点评】本题解题中要注意把握简谐运动的特点，注意单摆周期公式的应用。

4.（2024•重庆三模）如图 1 所示，劲度系数为 k 的水平轻弹簧左端固定在竖直墙壁上，右端连接一质量为 m 且可视为质点的物块甲，物块甲处于光滑水平面上，O 点为弹簧的原长位置。将物块甲向左缓慢移动至与 O 点相距 x_0 的 P 点，在 O 点放置一质量为 m 且可视为质点的物块乙，然后将物块甲从 P 点由静止开始无初速度释放，物块甲与物块乙碰撞后立即粘合在一起运动，碰撞时间极短可不计。已知质点振动时，如果使质点回到平衡位置的回复力满足 F 回复＝﹣kx（式中 x 为质点相对平衡位置的位移，k 为比例系数），则质点做简谐运动，且周期$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$；弹簧形变量为 x 时的弹性势能$E_p=\frac{1}{2}kx^2$。弹簧始终处于弹性限度内，重力加速度为 g，不计空气阻力。

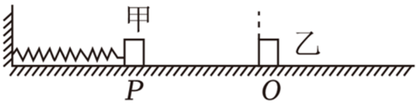


图1

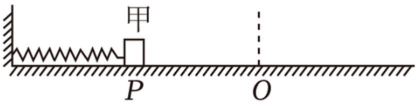


图2

（1）求物块甲与物块乙碰撞粘合在一起后瞬时速度大小，以及碰撞后甲、乙一起第一次回到 O 点所经过的时间；

（2）如图 2 所示，移走物块乙，将物块甲置于粗糙水平面上，物块甲与粗糙水平面间的动摩擦因数为μ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，其他条件不变且$x_0=\frac{21\mu mg}{2k}$，求物块甲从 P 点由静止释放后，最终停止运动的位置，以及整个运动过程中所经过的时间。

【考点】简谐运动的回复力；常见力做功与相应的能量转化；动量守恒与能量守恒共同解决实际问题；简谐运动的表达式及振幅、周期、频率、相位等参数．

【专题】信息给予题；定量思想；推理法；动量定理应用专题；分析综合能力．

【答案】（1）物块甲与物块乙碰撞粘合在一起后瞬时速度大小$v_2=\frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$

甲、乙一起第一次回到 O 点所经过的时间$t=\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

（2）最终停止运动的位置得$\Delta x=\frac{\mu mg}{k}$

整个运动过程中所经过的时间$t'=5\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

【分析】（1）甲、乙碰撞时完全非弹性碰撞，根据动量守恒，可求出碰撞后的速度; 甲、乙粘合在一起后做简谐运动，根据简谐运动的周期公式可以求出运动时间。

（2）甲振动过程中受摩擦力，运动过程中摩擦力方向发生变化，平衡位置发生变化，振幅发生变化，根据振幅变化确定最终停止的位置，再根据振子周期公式求出运动的时间。

【解答】解：（1）设物块甲与物块乙碰撞前瞬时，物块甲的速度大小为 v_1

由能量守恒定律可得：$\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}mv_1^2$

设物块甲与物块乙碰撞粘合在一起后瞬时速度大小为 v_2

设定向右为正方向

碰撞过程中，由动量守恒定律可得：$2mv_2=mv_1$

解得：$v_2=\frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$

由题知，碰撞后，甲、乙将一起做简谐运动，周期$T=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

因此，碰撞后甲、乙一起第一次回到 O 点所经过的时间$t=\frac{T}{2}$

解得：$t=\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

（2）由分析知，物块甲从 P 点由静止释放后，先向右做简谐运动，其平衡位置位于 O 点左侧

设该平衡位置到 O 点的距离为△x，则有：k△x＝μmg，解得：$\Delta x=\frac{\mu mg}{k}$

物块甲第 1 次向右做简谐运动的振幅 $A_1=x_0-\Delta x$，解得 $A_1=9.5\Delta x$

物块甲第 1 次向右运动至速度减为零后，又向左做简谐运动，其平衡位置位于 O 点右侧

由分析可知，该平衡位置到 O 点的距离仍为△x

物块甲第 1 次向左做简谐运动的振幅 $A_2=A_1-2\Delta x=x_0-3\Delta x$，解得：$A_2=7.5\Delta x$ 同理分析可知：

物块甲第 2 次向右做简谐运动的振幅 $A_3=A_2-2\Delta x=5.5\Delta x$

物块甲第 2 次向左做简谐运动的振幅 $A_4=A_3-2\Delta x=3.5\Delta x$

物块甲第 3 次向右做简谐运动的振幅 $A_5=A_4-2\Delta x=1.5\Delta x$

由 $k(A_5-\Delta x)=0.5\mu mg<\mu mg$ 可知，物块甲第 3 次向右运动至速度减为零后，将停止运动

即物块甲最终停在 O 点右侧，到 O 点的距离为 $\Delta x'=A_5-\Delta x=0.5\Delta x=\frac{\mu mg}{2k}$

由题知，物块甲做简谐运动的周期恒为 $T'=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

因此，整个运动过程中所经过的时间 $t'=5\cdot\frac{T'}{2}$

解得：$t'=5\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

答：（1）物块甲与物块乙碰撞粘合在一起后瞬时速度大小 $v_2=\frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$

甲、乙一起第一次回到 O 点所经过的时间 $t=\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

（2）最终停止运动的位置 $\Delta x'=\frac{\mu mg}{2k}$

整个运动过程中所经过的时间 $t'=5\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

【点评】本题考查简谐与动量守恒定律的综合应用。解题的关键是搞清楚物体的运动状态。

5.（2024•衡水三模）如图所示，倾角 θ＝37°的光滑斜面固定，斜面下端有固定挡板，质量分别为 m_A＝2kg、m_B＝5kg 的滑块 A、B 用轻弹簧相连放置在斜面上处于静止状态，滑块 A 与挡板接触。现将质量为 m_C＝1kg 的滑块 C 在斜面上与 B 相距 d＝3m 处由静止释放，C 与 B 发生弹性碰撞，碰后立即将 C 取走，B 在斜面上做简谐运动。重力加速度 g＝10m/s^2，sin37°＝0.6，弹簧的劲度系数为 k＝100N/m 且弹簧始终在弹性限度内，已知弹簧的弹性势能为 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$（k 为弹簧的劲度系数，x 为弹簧的形变量），A、B、C 可视为质点，求：

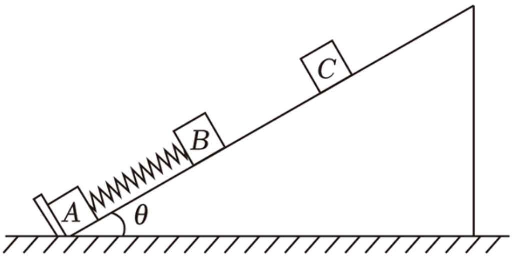
（1）物块 C 与 B 碰后瞬间的速度分别为多大；

（2）物块 C 与 B 碰后 B 做简谐运动的振幅；

（3）若物块 C 从斜面上某处由静止释放后，C 与 B 碰后粘在一起做简谐运动且 A 恰好未离开挡板，求：

①A 对挡板压力的最大值；

②物块 C 从斜面上由静止释放时与 B 的距离。



【考点】简谐运动的回复力；动量守恒定律在含有弹簧的碰撞问题中的应用.

【专题】定量思想；推理法；简谐运动专题；动量和能量的综合；分析综合能力.

【答案】（1）物块 C 与 B 碰后瞬间的速度大小分别为 4m/s，2m/s；

（2）物块 C 与 B 碰后 B 做简谐运动的振幅为$\frac{\sqrt{5}}{5}m$；

（3）①A 对挡板压力的最大值为 96N；

②物块 C 从斜面上由静止释放时与 B 的距离为 11.34m。

【分析】（1）根据机械能守恒定律求得物块 C 与 B 碰前瞬间的速度大小，物块 C 与 B 发生弹性碰撞，根据动量守恒定律与机械能守恒定律求解物块 C 与 B 碰后瞬间的各自的速度大小；

（2）碰撞后 B 在斜面上做简谐运动，由平衡条件求得 B 在平衡位置时弹簧的压缩量。根据机械能守恒定律求解振幅；

（3）①碰撞后 B、C 结合体在斜面上做简谐运动，由平衡条件求得 BC 在平衡位置时弹簧的压缩量，再求得物体 A 恰好不能离开挡板时弹簧的伸长量，进而可得 BC 做简谐运动的振幅。当 BC 运动到最低点时，A 对挡板的压力最大，确定此时弹簧的压缩量，根据胡克定律与牛顿第三定律求解 A 对挡板的压力最大值；

②根据机械能守恒定律求得 B、C 碰后粘在一起的初速度大小，根据动量守恒定律求得物块 C 与 B 碰撞前瞬间的速度大小，对物块 C 下滑过程，根据机械能守恒定律求解物块 C 静止释放时与 B 的距离。

【解答】解：（1）物块 C 与 B 碰前瞬间的速度大小为 v_0，根据机械能守恒定律得：

$m_C gd\sin\theta=\frac{1}{2}m_C v_0^2$，解得：$v_0$＝6m/s

物块 C 与 B 发生弹性碰撞，设碰后瞬间的速度分别为 v_C、v_B，以沿斜面向下为正方向，根据动量守恒

定律与机械能守恒定律得：

$m_Cv_0=m_Bv_B+m_Cv_C$

$$\frac{1}{2}m_Cv_0^2=\frac{1}{2}m_Bv_B^2+\frac{1}{2}m_Cv_C^2$$

联立解得：$v_C=-4m/s$，$v_B=2m/s$

（2）碰撞后 B 在斜面上做简谐运动，B 初始静止时所处的位置为平衡位置。

由平衡条件：$kx_0=m_Bg\sin\theta$，可得 B 在平衡位置时弹簧的压缩量为：$x_0=0.3m$

C 与 B 碰撞后，B 获得初速度 $v_B=2m/s$，开始做简谐运动，设其振幅为 A，当它运动到最低位置时，根据机械能守恒定律得：

$$\frac{1}{2}k(A+x_0)^2-\frac{1}{2}kx_0^2=m_BgA\sin\theta+\frac{1}{2}m_Bv_B^2$$

解得：$A=\frac{\sqrt{5}}{5}m$

（3）①碰撞后 B、C 结合体在斜面上做简谐运动，设 B、C 结合体在处于平衡位置时，弹簧弹簧的压缩量为 x_0'。

由平衡条件：$kx_0'=(m_B+m_C)g\sin\theta$

解得：$x_0'=0.36m$

设物体 A 恰好不能离开挡板时弹簧的伸长量为 x，此时对 A 则有：

$m_Ag\sin\theta=kx$，解得：$x=0.12m$

可得 BC 做简谐运动的振幅为：$A'=x+x_0'=0.36m+0.12m=0.48m$

当 BC 运动到最低点时，A 对挡板的压力最大，由对称性可知，此时弹簧的压缩量为：

$\Delta x=A'+x_0'=0.48m+0.36m=0.84m$

此时弹簧的弹力为：$F=k\Delta x=100\times0.84N=84N$

根据牛顿第三定律可知，A 对挡板的压力的最大值为：$F'=F+m_Ag\sin\theta$

解得：$F'=96N$

②设 B、C 碰后粘在一起的初速度大小为 v_{BC}，从碰后到运动到最低点的过程由机械能守恒定律得：

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2-\frac{1}{2}kx_0^2=(m_B+m_C)g(\Delta x-x_0)\sin\theta+\frac{1}{2}(m_B+m_C)v_{BC}^2$$

解得：$v_{BC}^2=\frac{11.34}{3}m^2/s^2$

设物块 C 与 B 碰撞前瞬间的速度为 v_0'，以沿斜面向下为正方向，根据动量守恒定律得：

$m_Cv_0'=(m_B+m_C)v_{BC}$，解得：$v_0'=6v_{BC}$

物块 C 从斜面上由静止释放时与 B 的距离为 L，对物块 C 下滑过程，由机械能守恒定律得：

$m_C gL\sin\theta=\frac{1}{2}m_C{v_0}'^2$

联立解得：L＝11.34m

答：（1）物块 C 与 B 碰后瞬间的速度大小分别为 4m/s，2m/s；

（2）物块 C 与 B 碰后 B 做简谐运动的振幅为$\frac{\sqrt{5}}{5}m$；

（3）①A 对挡板压力的最大值为 96N；

②物块 C 从斜面上由静止释放时与 B 的距离为 11.34m。

【点评】本题为简谐运动与碰撞模型的综合。考查了求解简谐运动的平衡位置和振幅，动量守恒定律与机械能守恒定律的应用。对于存在弹簧的系统，解答时要注意分析弹簧的初末状态是压缩的还是伸长的，通过弹簧形变量的变化确定所研究过程的初末位置及位移。

6．（2024•上海二模）摆钟是最早能够精确计时的一种工具，如图 1 所示。十七世纪意大利天文学家伽利略研究了教堂里吊灯的运动，发现单摆运动具有等时性，后人根据这一原理制成了摆钟，其诞生三百多年来，至今还有很多地方在使用。完成下列问题：

（1）把摆钟的钟摆简化成一个单摆。如果一个摆钟，每小时走慢 1 分钟，可以通过调整钟摆来校准时间，则应该 ___C___。

A．增加摆长

B．增加摆锤质量

C．缩短摆长

D．减小摆锤质量

（2）如图 2，一单摆的摆长为 L，摆球质量 m，用力将摆球从最低点 A 在竖直平面内向右缓慢拉开一个偏角 θ（θ＜5°），到达 B 点后从静止开始释放。刚释放摆球的瞬间，摆球的回复力大小为 ___mgsinθ___。摆球从释放开始到达最低点 A 的时间为 ___$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}$（2n﹣1）（其中 n＝1、2、3……）___。

（3）（计算）接上题，如摆球静止在 A 点时，给摆球一个水平向左的冲量 I，使得摆球能够继续绕悬挂点 O 在竖直平面内做一个完整的圆周运动，则需要的最小冲量为多少？

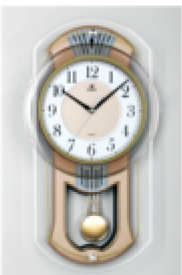


图1

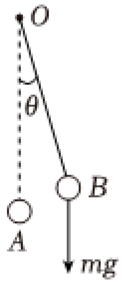


图2

【考点】单摆及单摆的条件；单摆的回复力；机械能守恒定律的简单应用；动量定理的内容和应用．

【专题】定量思想；推理法；单摆问题；分析综合能力．

【答案】（1）C；（2）mgsinθ；$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}$（2n﹣1）（其中n＝1、2、3……）；（3）需要的最小冲量为$m\sqrt{5gL}$。

【分析】（1）根据单摆周期公式，结合题干中钟摆走的慢，分析周期可得出正确选项；

（2）对单摆受力分析可求出回复力大小，根据周期公式，可求出回到A点的时间；

（3）对小球分析，利用重力提供向心力、机械能守恒以及动量定理可求出动量大小。

【解答】解：（1）根据单摆的周期公式$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$，每小时走慢一分钟说明钟摆的周期比准确的钟摆周期而言要大，所以应当缩短摆长，故C正确，ABD错误。

故选：C。

（2）单摆的回复力大小即为重力沿单摆切线的分力F＝mgsinθ

根据单摆周期公式$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$，可知从最高点释放后，第一次到达A点为$\frac{1}{4}$T，第二次到达A点的时间为$\frac{3}{4}$T，第三次到达A点的时间为$\frac{5}{4}$T，以此类推得到

$t=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}$（2n﹣1）（其中n＝1、2、3……）

故答案为：mgsinθ；$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}$（2n﹣1）（其中n＝1、2、3……）。

（3）小球能通过最高点，速度为v_1，重力提供向心力

$$mg=m\frac{v_1^2}{L}$$

A点到最高点，机械能守恒，取A点为零势能点

$$mg\cdot 2L+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_A^2$$

根据动量定理，$I=mv_A-0$

联立解得$I=m\sqrt{5gL}$

故答案为：（1）C；（2）mgsinθ；$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}$（2n﹣1）（其中n＝1、2、3……）；（3）需要的最小冲量为$m\sqrt{5gL}$。

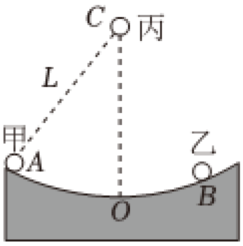
【点评】学生在解答本题时，应注意对于单摆有比较系统的了解，尤其是单摆的周期公式，以及要注意到单摆的运动是周期性的往复运动。

7.（2024•重庆模拟）如图，光滑圆槽的半径L远大于小球运动的弧长。甲、乙、丙三小球（均可视为质点）同时由静止释放，开始时乙球的位置B低于甲球位置A，甲球与圆偿圆心连线和竖直方向夹角为θ，丙球释放位置C为圆槽的圆心，Q为圆槽最低点；重力加速度为g。若甲、乙、丙三球不相碰，求：

（1）求甲球运动到 O 点速度大小；

（2）通过计算分析，甲、乙、丙三球谁先第一次到达 O 点；

（3）若单独释放甲球从释放到第 15 次经过 O 点所经历的时间。



【考点】单摆及单摆的条件；自由落体运动的规律及应用；机械能守恒定律的简单应用.

【专题】计算题；学科综合题；定量思想；方程法；自由落体运动专题；单摆问题；推理能力.

【答案】（1）甲球运动到 O 点速度大小为$\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$；

（2）丙球先第一次到达 O 点；

（3）若单独释放甲球从释放到第 15 次经过 O 点所经历的时间是$\frac{29}{2}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$。

【分析】（1）由机械能守恒定律求出 A 到达 O 点的速度；

（2）光滑圆槽的半径 R 远大于甲、乙球运动的弧长，两球的摆动近似为简谐运动，等效为摆长 R 的单摆，根据单摆运动的周期公式求出甲、乙运动到 C 点的时间。丙球做自由落体运动，由 $R=\frac{1}{2}gt^2$，可求出丙球从 C 点运动到 O 点的时间；

（3）第 15 次经过 O 点所经历的时间为$7\frac{1}{4}$个周期，结合周期公式即可求出。

【解答】解：（1）设甲球质量为 m，根据题意可知甲球静止释放，运动到 O 点过程中只有重力做功，

由机械能守恒定律$mg(L-L\cos\theta)=\frac{1}{2}mv^2$

解得甲球运动到 O 点速度大小为$v=\sqrt{2gL(1-cos\theta)}$

（2）对于丙球，根据自由落体运动规律有$L=\frac{1}{2}gt_{甲}^2$

解得$t_{甲}=\sqrt{\frac{2L}{g}}$

对于甲乙两球可看成类似单摆的简谐运动，其运动周期为$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

甲乙两球第一次到达点 O 时运动$\frac{1}{4}T$周期，则$t_{乙}=t_{甲}=\frac{1}{4}T=\frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

丙球最先到达，甲乙同时到达。

（3）根据题意可知甲球做简谐运动，运动一个周期经过两次 O 点，第 15 次经过 O 点所经历的时间为

$t=7T+\frac{T}{4}$

已知周期$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

解得$t=\frac{29}{2}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

答：（1）甲球运动到 O 点速度大小为$\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$；

（2）丙球先第一次到达 O 点；

（3）若单独释放甲球从释放到第 15 次经过 O 点所经历的时间是$\frac{29}{2}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$。

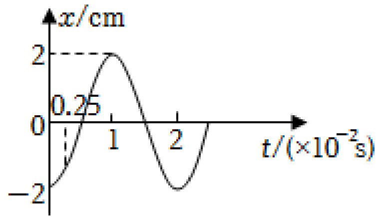
【点评】本题考查单摆的周期公式和自由落体运动的基本公式，关键要知道甲球的运动可看作简谐运动，等效为摆长 R 的单摆。

8.（2023•鹰潭一模）一水平弹簧振子做简谐运动的位移与时间的关系如图。

（1）该简谐运动的周期和振幅分别是多少；

（2）求 $t=0.25\times10^{-2}s$ 时振子的位移；

（3）从 $t=0$ 到 $t=8.25\times10^{-2}s$ 的时间内，振子的路程多大？



【考点】简谐运动的表达式及振幅、周期、频率、相位等参数.

【专题】定量思想；推理法；简谐运动专题；推理能力.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由图知，简谐振动的周期和振幅；

（2）该简谐运动的表达式为 $x=A\sin(\omega t+\varphi)$，解得角频率与初相位可解得；将 $t=0.25\times10^{-2}s$ 代入简谐运动的表达式可解得位移；

（3）一个周期振子的路程为 4A。

【解答】解：（1）由图知 $T=2\times10^{-2}s$，$A=2cm$

（2）根据公式有$\omega=\frac{2\pi}{T}=100\pi rad/s$，$\varphi=\frac{3\pi}{2}$

振子的振动方程为$x=2\sin(100\pi t+\frac{3\pi}{2})cm$

当 $t=0.25\times10^{-2}s$ 时，位移为$x=2\sin(100\pi\times0.25\times10^{-2}+\frac{3\pi}{2})cm=-\sqrt{2}cm$

（3）从 $t=0$ 到 $t=8.25\times10^{-2}s$，因 $8.25\times10^{-2}s=4T+\frac{T}{8}$，故弹簧振子先做了 4 次全振动，后在$\frac{T}{8}$