

第 26 讲 圆的相关概念及性质

目录

题型过关练

- 题型 01 理解圆的相关概念
- 题型 02 圆的周长与面积相关计算
- 题型 03 圆中的角度计算
- 题型 04 圆中线段长度的计算
- 题型 05 求一点到圆上一点的距离最值
- 题型 06 由垂径定理及推论判断正误
- 题型 07 利用垂径定理求解
- 题型 08 根据垂径定理与全等/相似三角形综合求解
- 题型 09 在坐标系中利用勾股定理求值或坐标
- 题型 10 利用垂径定理求平行弦问题
- 题型 11 利用垂径定理求同心圆问题
- 题型 12 垂径定理在格点中的应用
- 题型 13 利用垂径定理的推论求解
- 题型 14 垂径定理的实际应用
- 题型 15 利用垂径定理求取值范围
- 题型 16 利用弧、弦、圆心角关系判断正误
- 题型 17 利用弧、弦、圆心角关系求解
- 题型 18 利用弧、弦、圆心角关系求最值
- 题型 19 利用弧、弦、圆心角关系证明
- 题型 20 利用圆周角定理求解
- 题型 21 利用圆周角定理推论求解
- 题型 22 已知圆内接四边形求角度
- 题型 23 利用圆的有关性质求值
- 题型 24 利用圆的有关性质证明
- 题型 25 利用圆的有关性质解决翻折问题
- 题型 26 利用圆的有关性质解决多结论问题
- 题型 27 圆有关的常见辅助线-遇到弦时，常添加弦心距
- 题型 28 圆有关的常见辅助线-遇到有直径时，常添加（画）直径所对的圆周角

真题实战练

题型 01 理解圆的相关概念

1. (2023·上海普陀·统考二模) 下列关于圆的说法中, 正确的是 ()
- A. 过三点可以作一个圆
B. 相等的圆心角所对的弧相等
C. 平分弦的直径垂直于弦
D. 圆的直径所在的直线是它的对称轴
2. (2020·内蒙古乌兰察布·校考一模) 下列命题: ①三点确定一个圆; ②直径是圆的对称轴; ③平分弦的直径垂直于弦; ④三角形的外心到三角形三边的距离相等; ⑤相等的圆心角所对的弧相等, 正确命题的个数是 ()
- A. 0 个
B. 1 个
C. 2 个
D. 3 个
3. (2023·江苏徐州·统考一模) 下列说法中, 正确的是 ()
- ①对角线垂直且互相平分的四边形是菱形; ②对角线相等的四边形是矩形;
③同弧或等弧所对的圆周角相等; ④半圆是弧, 但弧不一定是半圆.
- A. ①④
B. ②③
C. ①③④
D. ②③④
4. (2023·福建泉州·南安市实验中学·校考二模) 生活中经常把井盖做成圆形的, 这样井盖就不会掉进井里去, 这是因为 ()
- A. 同样长度的线段围成的平面图形中圆的面积最大
B. 同一个圆所有的直径都相等
C. 圆的周长是直径的 π 倍
D. 圆是轴对称图形

题型 02 圆的周长与面积相关计算

5. (2022·山西临汾·统考二模) 山西著名工艺品平遥推光漆器外观古朴雅致、闪光发亮, 绘饰金碧辉煌, 以手掌推出光泽而得名. 图 1 是平遥推光漆器的一种图案, 图 2 是选取其某部分并且放大后的示意图. 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, 分别以正方形的四个顶点为圆心, $\frac{1}{2}$ 对角线的长为半径画弧, 四条弧相交于点 O , 则图中阴影部分的面积为 ()



图1

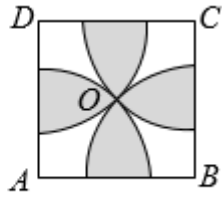
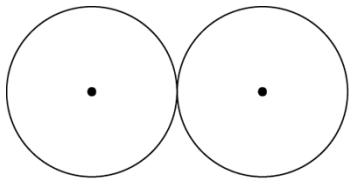


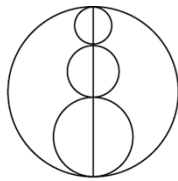
图2

- A. $2\pi - 4$ B. $\pi - 2$ C. 2π D. $\frac{1}{4}\pi$

6. (2019·广东佛山·佛山市三水区三水中学校考一模) 某公园计划砌一个形状如图(1)所示的喷水池, 后来有人建议改为图(2)的形状, 且外圆的直径不变, 喷水池边沿的宽度、高度不变, 你认为砌喷水池的边沿()



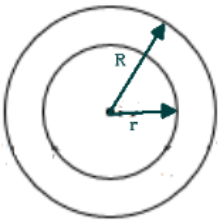
图(1)



图(2)

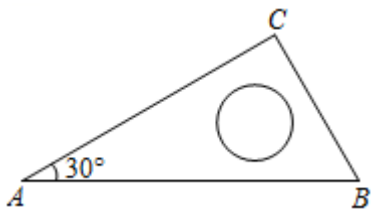
- A. 图(1)需要的材料多 B. 图(2)需要的材料多
C. 图(1)、图(2)需要的材料一样多 D. 无法确定

7. (2019·河北张家口·统考一模) 半径为 R 、 r 的两个同心圆如图所示, 已知半径为 r 的圆周长为 a , 且 $R - r = 1$, 则半径为 R 的圆周长为()



- A. $a + 1$ B. $a + 2$ C. $a + \pi$ D. $a + 2\pi$

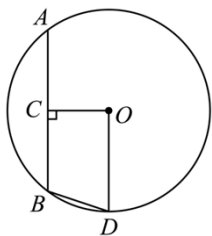
8. (2021·江苏宿迁·统考一模) 一块含有 30° 角的三角板 ABC 如图所示, 其中 $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 3$ cm. 将此三角板在平面内绕顶点 A 旋转一周.



- (1) 画出边 BC 旋转一周所形成的图形;
(2) 求出该图形的面积.

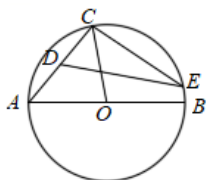
题型 03 圆中的角度计算

9. (2023·山东聊城·统考一模) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OC \perp AB$, 垂足为 C , $OD \parallel AB$, $OC = \frac{1}{2}OD$, 则 $\angle ABD$ 的度数为 ()



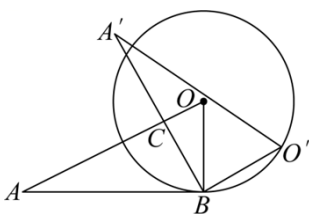
- A. 90° B. 95° C. 100° D. 105°

10. (2023·河北秦皇岛·统考一模) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, $\angle AOC = 80^\circ$, 点 D 为弦 AC 的中点, 点 E 为 \widehat{BC} 上任意一点, 则 $\angle CED$ 的大小可能是 ()



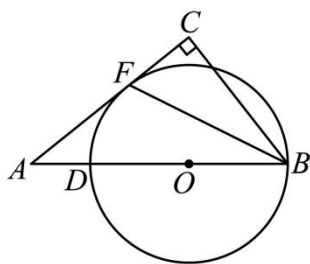
- A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°

11. (2023·湖南湘西·统考模拟预测) 如图, $\odot O$ 与 $\triangle OAB$ 的边 AB 相切, 切点为 B . 将 $\triangle OAB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转得到 $\triangle O'A'B$, 使点 O 落在 $\odot O$ 上, 边 $A'B$ 交线段 AO 于点 C . 若 $\angle A' = 27^\circ$, 则 $\angle OCB =$ _____ 度.



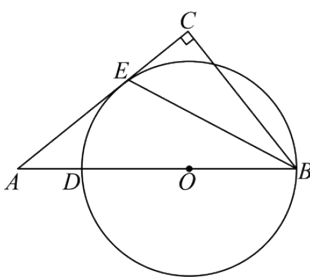
题型 04 圆中线段长度的计算

12. (2023·湖南益阳·统考二模) 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 在斜边 AB 上, 以 BD 为直径的 $\odot O$ 经过边 AC 上的点 E , 连接 BE , 且 BE 平分 $\angle ABC$, 若 $\odot O$ 的半径为 3, $AD = 2$, 则线段 BC 的长为 ()



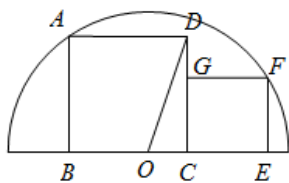
- A. $\frac{40}{3}$ B. 8 C. $\frac{24}{5}$ D. 6

13. (2023·广东深圳·统考二模) 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 在斜边 AB 上, 以 BD 为直径的 $\odot O$ 经过边 AC 上的点 E , 连接 BE , 且 BE 平分 $\angle ABC$, 若 $\odot O$ 的半径为 3, $AD = 2$, 则线段 BC 的长为 ()



- A. $\frac{40}{3}$ B. 8 C. $\frac{24}{5}$ D. $\frac{9}{5}$

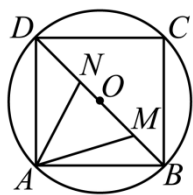
14. (2022·湖北武汉·武汉第三寄宿中学校考模拟预测) 如图, 将两个正方形如图放置 (B, C, E 共线, D, C, G 共线), 若 $AB = 3$, $EF = 2$, 点 O 在线段 BC 上, 以 OF 为半径作 $\odot O$, 点 A , 点 F 都在 $\odot O$ 上, 则 OD 的长是 ()



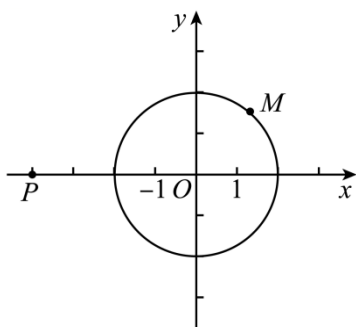
- A. 4 B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{26}$

题型 05 求一点到圆上一点的距离最值

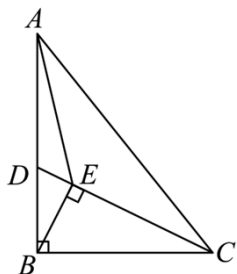
15. (2023·湖北咸宁·统考二模) 如图, 正方形 $ABCD$ 内接于圆 O , 线段 MN 在对角线 BD 上运动, 若圆 O 的面积为 2π , $MN = 1$, $\triangle AMN$ 周长的最小值是_____.



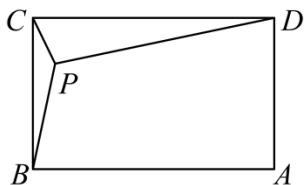
16. (2023·浙江嘉兴·统考一模) 平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为2, 点 M 在 $\odot O$ 上, 点 N 在线段 OM 上, 设 $ON = t$ ($1 < t < 2$), 点 P 的坐标为 $(-4, 0)$, 将点 P 沿 OM 方向平移2个单位, 得到点 P' , 再将点 P' 作关于点 N 的对称点 Q , 连接 PQ , 当点 M 在 $\odot O$ 上运动时, PQ 长度的最大值与最小值的差为____. (用含 t 的式子表示)



17. (2023·山东济宁·统考三模) 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 8$, $BC = 6$, D 为线段 AB 上的动点, 连接 CD , 过点 B 作 $BE \perp CD$ 交 CD 于点 E , 则在点 D 的运动过程中, 求线段 AE 的最小值为____.



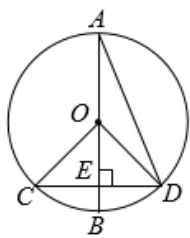
18. (2023·安徽合肥·校联考一模) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 4$, P 是矩形内部一动点, 且满足 $\angle BCP = \angle PDC$, 则线段 BP 的最小值是____; 当 BP 取最小值时, DP 延长线交线段 BC 于 E , 则 CE 的长为____.



题型 06 由垂径定理及推论判断正误

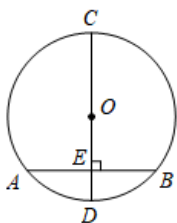
19. (2022·山东济宁·二模) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, CD 是弦, $AB \perp CD$, 垂足为 E , 连接 CO 、 AD 、

OD , $\angle BAD = 22.5^\circ$, 则下列说法中不正确的是 ()



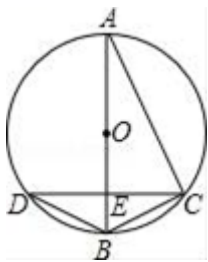
- A. $CE = EO$ B. $OC = \sqrt{2}CD$
 C. $\angle OCE = 45^\circ$ D. $\angle BOC = 2\angle BAD$

20. (2022·河南许昌·统考一模) 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$ 于点 E , 则下列结论不一定成立的是 ()



- A. $AE = BE$ B. $OE = DE$ C. $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ D. $\widehat{AD} = \widehat{BD}$

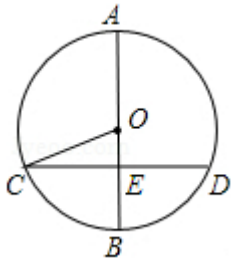
21. (2018·内蒙古包头·校联考一模) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于 E , 连接 BC 、 BD 、 AC , 下列结论中不一定正确的是 ()



- A. $\angle ACB = 90^\circ$ B. $OE = BE$ C. $BD = BC$ D. $\widehat{AD} = \widehat{AC}$

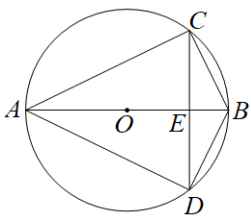
题型 07 利用垂径定理求解

22. (2023·云南·模拟预测) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, $AB \perp CD$. 垂足为 E . 若 $AB = 26$, $CD = 24$, 则 $\angle OCE$ 的余弦值为 ()



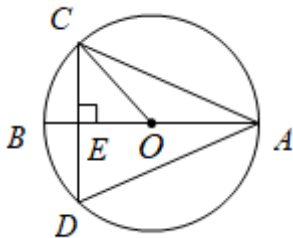
- A. $\frac{7}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{7}{12}$ D. $\frac{13}{12}$

23. (2023·陕西西安·校考二模) 如图, CD 是圆 O 的弦, 直径 $AB \perp CD$, 垂足为 E , 若 $AB=12$, $BE=3$, 则四边形 $ACBD$ 的面积为()

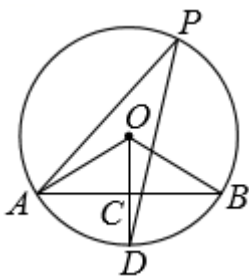


- A. $36\sqrt{3}$ B. $24\sqrt{3}$ C. $18\sqrt{3}$ D. $72\sqrt{3}$

24. (2022·北京丰台·统考一模) 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足为 E , $\angle CAD=45^\circ$, 则 $\angle BOC = \underline{\quad}^\circ$.

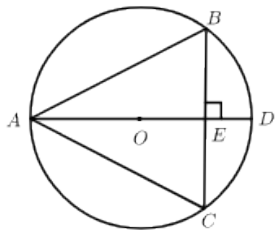


25. (2023·新疆乌鲁木齐·统考一模) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦, $\angle AOB=120^\circ$, $OC \perp AB$, 垂足为 C , OC 的延长线交 $\odot O$ 于点 D . 若 $\angle APD$ 是 \widehat{AD} 所对的圆周角, 则 $\angle APD$ 的度数是 $\underline{\quad}$.



题型 08 根据垂径定理与全等/相似三角形综合求解

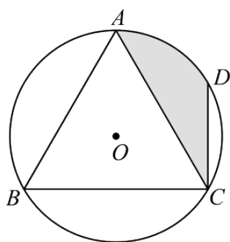
26. (2022·新疆乌鲁木齐·统考一模) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$ 于点 E .



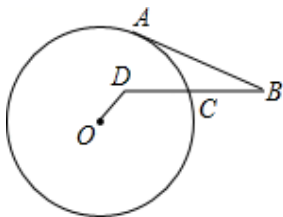
(1) 求证: $\angle BAD = \angle CAD$;

(2) 连接 BO 并延长, 交 AC 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 G , 连接 GC . 若 $\odot O$ 的半径为 5, $OE = 3$, 求 GC 和 OF 的长.

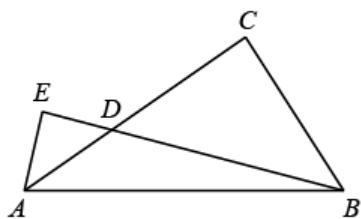
27. (2023·广东深圳·校联考模拟预测) 小明向如图所示的圆形区域内投掷飞镖. 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 点是弧 AC 的中点, 则飞镖落在阴影部分的概率为_____.



28. (2022·广东广州·统考一模) 如图 AB 与圆 O 相切于 A , D 是圆 O 内一点, DB 与圆相交于 C . 已知 $BC = DC = 3$, $OD = 2$, $AB = 6$, 则圆的半径为_____.

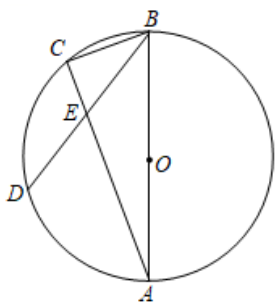


29. (2022·广西钦州·统考一模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 4$, 点 D 是 AC 边上一动点, 过点 A 作 $AE \perp BE$ 交 BD 的延长线于点 E , 则 $\frac{BD}{DE}$ 的最小值为_____.



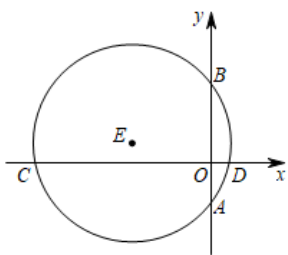
30. (2021·四川成都·统考二模) 如图, 在半径为 $3\sqrt{2}$ 的 $\odot O$ 中, AB 是直径, AC 是弦, D 是 \widehat{AC} 的中点, AC

与 BD 交于点 E . 若 E 是 BD 的中点, 则 AC 的长是_____.



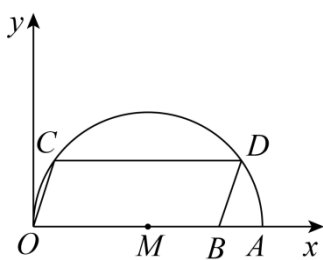
题型 09 在坐标系中利用勾股定理求值或坐标

31. (2022·山东淄博·统考一模) 如图, 在平面直角坐标系中, 半径为 5 的 $\odot E$ 与 y 轴交于点 $A(0, -2)$, $B(0, 4)$, 与 x 轴交于 C, D , 则点 D 的坐标为 ()



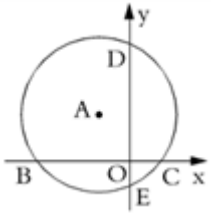
A. $(4 - 2\sqrt{6}, 0)$ B. $(-4 + 2\sqrt{6}, 0)$ C. $(-4 + \sqrt{26}, 0)$ D. $(4 - \sqrt{26}, 0)$

32. (2021·浙江宁波·统考二模) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(10, 0), B(8, 0)$, 点 C, D 是以 OA 为直径的半圆上两点, 且四边形 $OCDB$ 是平行四边形, 则点 C 的坐标是 ()



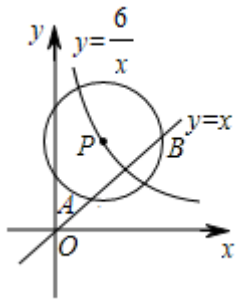
A. $(2, 3)$ B. $(2, 4)$ C. $(1, 2)$ D. $(1, 3)$

33. (2017·山东临沂·校考一模) 如图, 已知 $\odot A$ 在平面直角坐标系中, $\odot A$ 与 x 轴交于点 B, C , 与 y 轴交于点 D, E , 若圆心 A 的坐标为 $(-4, 6)$, 点 B 的坐标为 $(-12, 0)$, 则 DE 的长度为 ()



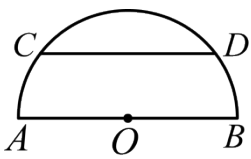
- A. $2\sqrt{21}$ B. $4\sqrt{21}$ C. 8 D. 16

34. (2022·四川泸州·模拟预测) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 点 P 是反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 图像上的一个动点, 若以点 P 为圆心, 3为半径的圆与直线 $y = x$ 相交, 交点为 A 、 B , 当弦 AB 的长等于 $2\sqrt{5}$ 时, 点 P 的坐标为_____.

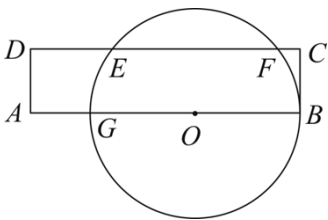


题型 10 利用垂径定理求平行弦问题

35. (2021·浙江衢州·校考一模) 如图, 已知 AB 是半圆 O 的直径, 弦 $CD \parallel AB$, $CD=8$. $AB=10$, 则 CD 与 AB 之间的距离是_____.



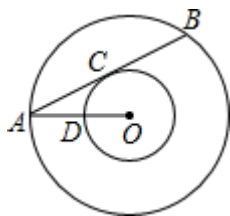
36. (2022·黑龙江·统考一模) 如图, 矩形 $ABCD$ 与圆心在 AB 上的 $\odot O$ 交于点 G , B , F , E , $GB=5$, $EF=4$, 那么 $AD=$ _____.



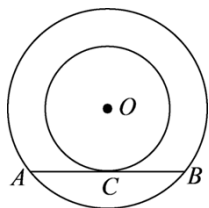
37. (2022·黑龙江牡丹江·统考二模) 在半径为 4cm 的 $\odot O$ 中, 弦 CD 平行于弦 AB , $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $\angle BOD = 90^\circ$, 则 AB 与 CD 之间的距离是_____ cm .

题型 11 利用垂径定理求同心圆问题

38. (2022·福建·模拟预测) 如图, 以点 O 为圆心的两个圆中, 大圆的弦 AB 切小圆于点 C , 大圆的半径 OA 交小圆于点 D , 若 $OD=3$, $\tan\angle OAB=\frac{1}{2}$, 则 AB 的长是__.



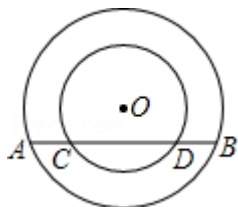
39. (2019·黑龙江哈尔滨·统考三模) 如图, 两个圆都以 O 为圆心, 大圆的弦 AB 与小圆相切于点 C , 若 $AB=6$, 则圆环的面积为_____.



40. (2022·甘肃武威·统考模拟预测) 已知在以点 O 为圆心的两个同心圆中, 大圆的弦 AB 交小圆于点 C, D (如图).

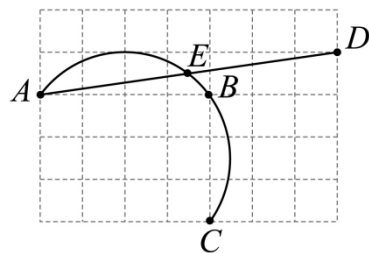
(1) 求证: $AC=BD$;

(2) 若大圆的半径 $R=10$, 小圆的半径 $r=8$, 且圆 O 到直线 AB 的距离为 6, 求 AC 的长.



题型 12 垂径定理在格点中的应用

41. (2023·河北石家庄·统考模拟预测) 如图所示, 在由边长为 1 的小正方形组成的网格图中, 一段圆弧经过格点 A, B, C , AE 的延长线经过格点 D , 则 \widehat{AE} 的长为 ()



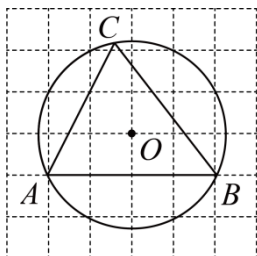
A. $\frac{3\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{2}$

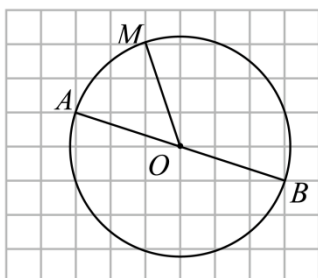
C. $\frac{5\pi}{8}$

D. $\frac{5\pi}{4}$

42. (2023·辽宁葫芦岛·统考二模) 如图, 在边长为 1 的正方形网格中, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 点 A, B, O 均在格点上, 则 $\sin C =$ _____.



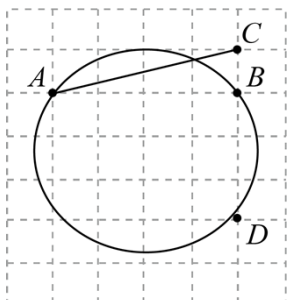
43. (2023·天津东丽·统考二模) 如图, 在网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 每个小正方形的顶点称为格点, 点 A, B, M 均为格点, 以格点 O 为圆心, AB 为直径作圆, 点 M 在圆上.



(I) 线段 AB 的长等于 _____;

(II) 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 在 \widehat{BM} 上找出一一点 P , 使 $\widehat{PM} = \widehat{AM}$, 并简要说明画图方法 (不要求证明) _____.

44. (2023·天津·校联考一模) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, B, C, D 均为格点, 且点 A, B 在圆上.

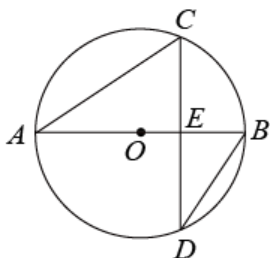


(1) 线段 AC 的长等于 _____;

(2) 过点 D 作 $DF \parallel AC$, 直线 DF 与圆交于点 M, N (点 M 在 N 的左侧), 画出 MN 的中点 P , 简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.

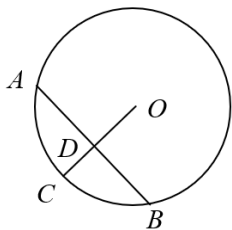
题型 13 利用垂径定理的推论求解

45. (2023·湖南长沙·模拟预测) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 交 AB 于点 E , $\widehat{BC} = \widehat{BD}$, $\angle CDB = 30^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, 则 $OE =$ ()

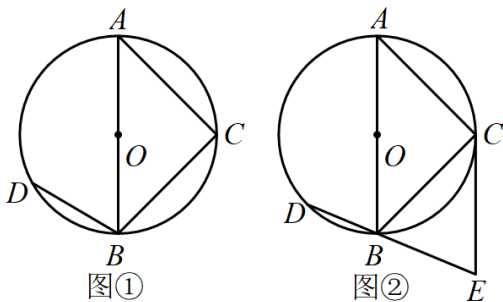


- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. 2

46. (2021·江苏扬州·统考一模) 如图, 在 $\odot O$ 中, 点 C 是 \widehat{AB} 的中点, 连接 OC 交弦 AB 于点 D , 若 $OD = 3$, $DC = 2$, 则 AB 的长是_____.

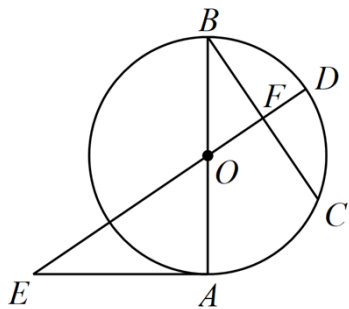


47. (2023·天津西青·统考一模) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 是 $\odot O$ 上两点, $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, 连接 AC, BC, DB .



- (1) 如图①, 若 $AB = 10$, $BD = 5$, 求 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的大小;
 (2) 如图②, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 DB 的延长线交于点 E , 若 $CE = CB$, 求 $\angle ABD$ 的大小.

48. (2023·陕西西安·西安市铁一中学校考一模) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 是弧 BC 的中点, 点 E 在 DO 的延长线上, 连接 AE . 若 $\angle E = \angle B$.



(1) 求证: AE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 AC . 若 $AC = 6$, $CF = 4$, 求 OE 的长.

题型 14 垂径定理的实际应用

49. (2021·山东临沂·统考二模) 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具. 如图 1, 明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理. 如图 2, 筒车盛水桶的运行轨迹是以轴心 O 为圆心的圆. 已知圆心在水面上方, 且圆被水面截得的弦 AB 长为 6 米, $\angle OAB = 41.3^\circ$, 若点 C 为运行轨道的最高点 (C, O 的连线垂直于 AB), 求点 C 到弦 AB 所在直线的距离. (参考数据: $\sin 41.3^\circ \approx 0.66$, $\cos 41.3^\circ \approx 0.75$, $\tan 41.3^\circ \approx 0.88$)



图 1

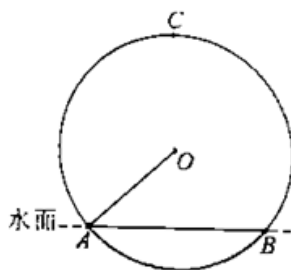
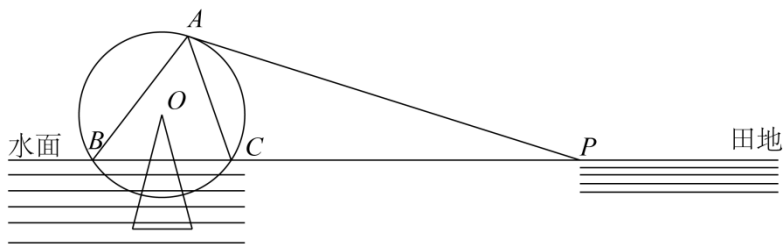


图 2

50. (2022·河南开封·统考一模) 中国 5A 级旅游景区开封市清明上河园, 水车园中的水车是由立式水轮, 竹筒、支撑杆和水槽等配件组成, 如图是水车园中半径为 $5m$ 的水车灌田的简化示意图, 立式水轮 $\odot O$ 在水流的作用下利用竹筒将水运送到到点 A 处, 水沿水槽 AP 流到田地, $\odot O$ 与水面交于点 B, C , 且点 B, C, P 在同一直线上; AP 与 $\odot O$ 相切, 若点 P 到点 C 的距离为 32 米, 立式水轮 $\odot O$ 的最低点到水面的距离为 2 米, 连接 AC, AB .

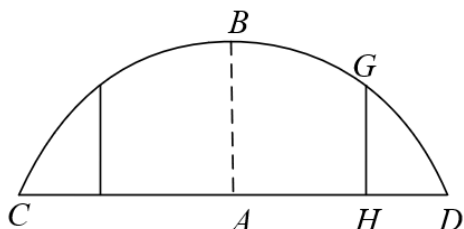


请解答下列问题，

(1) 求证： $\angle PAC = \angle PBA$.

(2) 请求出水槽 AP 的长度.

51. (2023·广东深圳·校考模拟预测) 如图是正在修建的某大门上半部分的截面，其为圆弧型，跨度 CD (弧所对的弦) 的长为3.2米，拱高 AB (弧的中点到弦的距离) 为0.8米.



(1) 求该圆弧所在圆的半径;

(2) 在修建中，在距大门边框的一端 (点 D) 0.4米处将竖立支撑杆 HG ，求支撑杆 HG 的高度;

52. (2021·云南大理·统考二模) 我们定义：如果圆的两条弦互相垂直且相交，那么这两条弦互为“十字弦”，也把其中的一条弦叫做另一条弦的“十字弦”. 如图1，已知 $\odot O$ 的两条弦 $AB \perp CD$ ，则 AB 、 CD 互为“十字弦”， AB 是 CD 的“十字弦”， CD 也是 AB 的“十字弦”.

【概念理解】

(1) 若 $\odot O$ 的半径为5，一条弦 $AB = 8$ ，则弦 AB 的“十字弦” CD 的最大值为_，最小值为_.

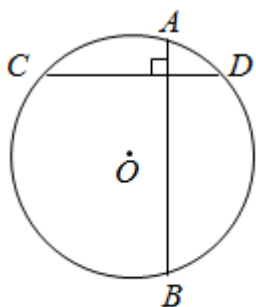


图1

(2) 如图2，若 $\odot O$ 的弦 CD 恰好是 $\odot O$ 的直径，弦 AB 与 CD 相交于 H ，连接 AC ，若 $AC = 12$ ， $DH = 7$ ， $CH = 9$ ，求证： AB 、 CD 互为“十字弦”;

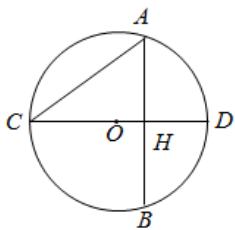


图2

【问题解决】

(3) 如图3, 在 $\odot O$ 中, 半径为 $\sqrt{13}$, 弦 AB 与 CD 相交于 H , AB 、 CD 互为“十字弦”且 $AB=CD$, $\frac{CH}{DH} = 5$, 则 CD 的长度_.

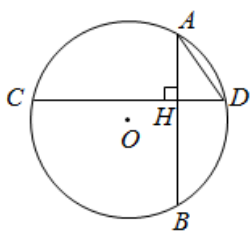
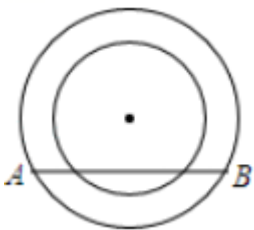


图3

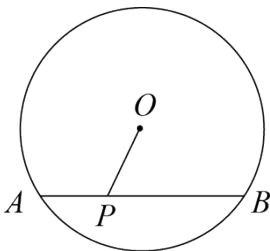
题型 15 利用垂径定理求取值范围

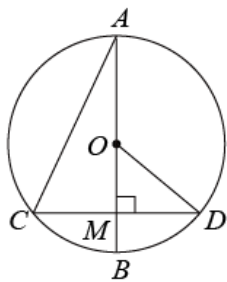
53. (2020·山东泰安·校考模拟预测) 如图, 两个同心圆, 大圆的半径为5, 小圆的半径为3, 若大圆的弦 AB 与小圆有公共点, 则弦 AB 的取值范围是 ()



- A. $8 \leq AB \leq 10$ B. $8 < AB \leq 10$ C. $4 \leq AB \leq 5$ D. $4 < AB \leq 5$

54. (2023·安徽合肥·统考一模) 如图, $\odot O$ 的弦 $AB = 8$, 点 P 是 AB 上一动点, 若 $\odot O$ 的直径是10, 则 OP 的长的取值范围是_____.

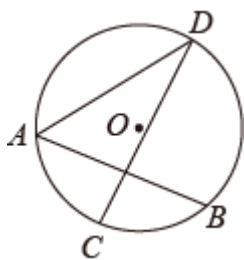




- A. $AC=CD$ B. $OM=BM$ C. $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOD$ D. $\angle A = \frac{1}{2}\angle ACD$

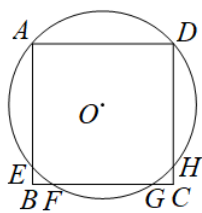
题型 17 利用弧、弦、圆心角关系求解

60. (2022·福建泉州·一模) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 且 $AB=6$, 点 C 是弧 AB 中点, 点 D 是优弧 AB 上的一点, $\angle ADC=30^\circ$, 则圆心 O 到弦 AB 的距离等于 ()



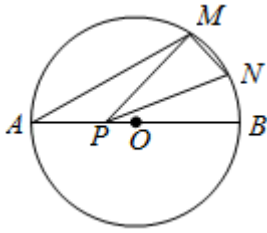
- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

61. (2022·江苏扬州·统考二模) 将一张正方形的透明纸片 $ABCD$ 和 $\odot O$ 按如图位置叠放, 顶点 A 、 D 在 $\odot O$ 上, 边 AB 、 BC 、 CD 分别与 $\odot O$ 相交于点 E 、 F 、 G 、 H , 则下列弧长关系中正确的是 ()



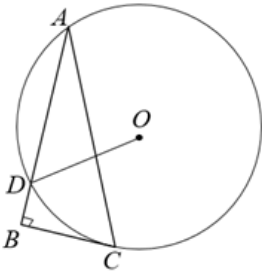
- A. $\widehat{AD} = \widehat{AE}$ B. $\widehat{AD} = \widehat{AF}$
C. $\widehat{AF} = \widehat{DG}$ D. $\widehat{AF} = \widehat{DH}$

62. (2022·安徽合肥·校联考三模) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB=8$, 点 M 在 $\odot O$ 上, $\angle MAB=20^\circ$, N 是 \widehat{MB} 的中点, P 是直径 AB 上的一动点, 若 $MN=2$, 则 $\triangle PMN$ 周长的最小值为 ()

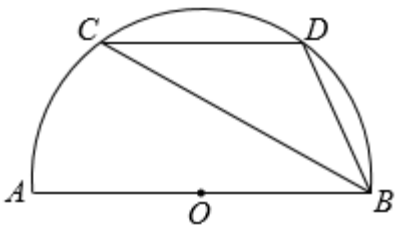


- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

63. (2023·山东德州·统考三模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\odot O$ 过点 A 、 C , 与 AB 交于点 D , 与 BC 相切于点 C , 若 $\angle A = 32^\circ$, 则 $\angle ADO =$ _____

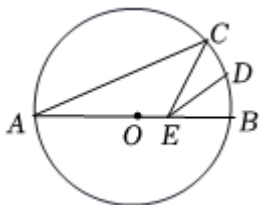


64. (2022·上海静安·统考二模) 如图, 已知半圆直径 $AB = 2$, 点 C 、 D 三等分半圆弧, 那么 $\triangle CBD$ 的面积为_____.



题型 18 利用弧、弦、圆心角关系求最值

65. (2022·山东枣庄·校考一模) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 2$, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle CAB = 30^\circ$, D 为弧 BC 的中点, E 是直径 AB 上一动点, 则 $CE + DE$ 最小值为 ()



- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

66. (2022·安徽淮南·统考一模) 如图, 在扇形 BOC 中, $\angle BOC = 60^\circ$, OD 平分 $\angle BOC$ 交弧 BC 于点 D . 点 E 为半径 OB 上一动点, 若 $OB = 2$, 则 $CE + DE$ 长的最小值为_____.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/657032002005006111>