

2024 北京人大附中高二（上）期末

数学

2024 年 1 月 17 日

说明：I 卷满分 100 分、II 卷满分 50 分、全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 椭圆 $C: 2x^2 + y^2 = 2$ 的焦点坐标为 ()

A. $(-1, 0), (1, 0)$

B. $(0, -1), (0, 1)$

C. $(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$

D. $(0, -\sqrt{3}), (0, \sqrt{3})$

【答案】B

【解析】

【分析】

先化为标准方程 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ ，求得 $a^2 = 2, b^2 = 1, c = \sqrt{a^2 - b^2} = 1$ ，判断焦点位置，写焦点坐标.

【详解】因为椭圆 $C: 2x^2 + y^2 = 2$ ，

所以标准方程为 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ ，

解得 $a^2 = 2, b^2 = 1, c = \sqrt{a^2 - b^2} = 1$ ，

因为焦点在 y 轴上，

所以焦点坐标为 $(0, -1), (0, 1)$.

故选：B

【点睛】本题主要考查椭圆的几何性质，还考查了理解辨析的能力，属于基础题.

2. 抛物线 $y^2 = x$ 的准线方程是 ()

A. $x = -\frac{1}{2}$

B. $x = -\frac{1}{4}$

C. $y = -\frac{1}{2}$

D. $y = -\frac{1}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】

由抛物线的标准方程及性质，直接求解.

【详解】由抛物线方程 $y^2 = x$ 可知 $2p = 1$, $p = \frac{1}{2}$,

故准线方程为: $x = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{4}$.

故选: B.

3. 直线 $3x + \sqrt{3}y + 1 = 0$ 的倾斜角是 ()

A. 30°

B. 60°

C. 120°

D. 150°

【答案】C

【解析】

【分析】先求解出直线的斜率，然后根据倾斜角与斜率的关系求解出倾斜角的大小.

【详解】因为直线方程为 $3x + \sqrt{3}y + 1 = 0$ ，所以斜率 $k = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$ ，

设倾斜角为 θ ，所以 $\tan \theta = -\sqrt{3}$ ，所以 $\theta = 120^\circ$ ，

故选: C.

4. 已知点 P 与 $A(0,2), B(-1,0)$ 共线，则点 P 的坐标可以为 ()

A. $(1,-1)$

B. $(1,4)$

C. $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

D. $(-2,1)$

【答案】B

【解析】

【分析】三点共线转化为向量共线，利用共线条件逐个判断即可.

【详解】设 $P(x, y)$ ，则 $\vec{AP} = (x, y-2)$, $\vec{AB} = (-1, -2)$ ，

由 P, A, B 三点共线，则 $\vec{AP} \parallel \vec{AB}$ ，所以 $-2x + (y-2) = 0$ ，

则 $2x - y + 2 = 0$.

选项 A, $2 \times 1 - (-1) + 2 = 5 \neq 0$ ，不满足 $2x - y + 2 = 0$ ，故 A 错误；

选项 B, $2 \times 1 - 4 + 2 = 0$ ，满足 $2x - y + 2 = 0$ ，故 B 正确；

选项 C, $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - (-1) + 2 = 2 \neq 0$ ，不满足 $2x - y + 2 = 0$ ，故 C 错误；

选项 D, $2 \times (-2) - 1 + 2 = -3 \neq 0$, 不满足 $2x - y + 2 = 0$, 故 D 错误.

故选: B.

5. 已知 P 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上的动点. $A(-1, 0), B(1, 0)$, 且 $|PA| + |PB| = 4$, 则 $b^2 =$ ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意, 结合椭圆的定义, 得到点 P 的轨迹表示以 A, B 为焦点的椭圆, 进而求得 b^2 的值.

【详解】因为 $A(-1, 0), B(1, 0)$, 可得 $|AB| = 2$, 则 $|PA| + |PB| = 4 > |AB| = 2$,

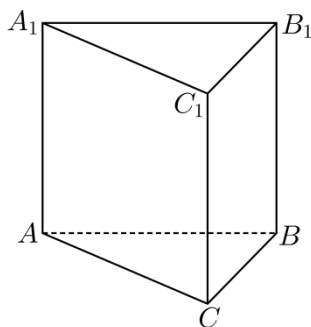
由椭圆的定义, 可得点 P 的轨迹表示以 A, B 为焦点的椭圆,

其中 $2a = 4, 2c = 1$, 可得 $a = 2, c = 1$, 所以 $b^2 = a^2 - c^2 = 3$,

又因为点 P 在椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 所以 $b^2 = 3$.

故选: C.

6. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 $ABB_1A_1 \perp$ 底面 ABC , 则“ $CB \perp BB_1$ ”是“ $CB \perp AB$ ”的 ()



A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】由面面垂直的性质定理可证明“ $CB \perp BB_1$ ”是“ $CB \perp AB$ ”的必要条件, 由底面为正三角形的直三棱柱模型, 可知“ $CB \perp BB_1$ ”不是“ $CB \perp AB$ ”的充分条件.

【详解】①已知侧面 $ABB_1A_1 \perp$ 底面 ABC , 且侧面 $ABB_1A_1 \cap$ 底面 $ABC = AB$,

又 $BC \subset$ 平面 ABC ,

若 $BC \perp AB$, 则由面面垂直的性质定理可得 $BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 ,

$BB_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1 , 则 $CB \perp BB_1$,

所以则“ $CB \perp BB_1$ ”是“ $CB \perp AB$ ”的必要条件;

②若三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 是直三棱柱, 底面 ABC 是正三角形,

则 $BB_1 \perp$ 底面 ABC , $BB_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1 , 则满足条件侧面 $ABB_1A_1 \perp$ 底面 ABC .

又 $BC \subset$ 平面 ABC , 则 $CB \perp BB_1$, 但 BC 与 AB 不垂直.

所以“ $CB \perp BB_1$ ”不是“ $CB \perp AB$ ”的充分条件.

综上所述, “ $CB \perp BB_1$ ”是“ $CB \perp AB$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

7. 在空间直角坐标系 $O - xyz$ 中, 点 $P(-2, 3, 1)$ 到 x 轴的距离为 ()

A. 2

B. 3

C. $\sqrt{5}$

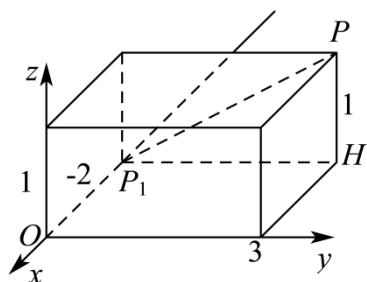
D. $\sqrt{10}$

【答案】D

【解析】

【分析】结合空间直角坐标系, 数形结合利用勾股定理求解点 $P(-2, 3, 1)$ 到 x 轴的距离.

【详解】



在空间直角坐标系 $O - xyz$ 中,

过 P 作 $PH \perp$ 平面 xOy , 垂足为 H , 则 $PH \perp x$ 轴,

在坐标平面 xOy 内, 过 H 作 $HP_1 \perp x$ 轴, 与 x 轴交于 P_1 ,

由 $P(-2, 3, 1)$, 则 $P_1(-2, 0, 0)$, $H(-2, 3, 0)$,

由 $PH \perp HP_1 = H$, $PH \subset$ 平面 PHP_1 , $HP_1 \subset$ 平面 PHP_1 ,

则 x 轴 $\perp$ 平面 PHP_1 , $PP_1 \subset$ 平面 PHP_1 ,

则 x 轴 $\perp PP_1$, 故 PP_1 即点 $P(-2, 3, 1)$ 到 x 轴的距离,

$$\text{则 } |PP_1| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}.$$

故选: D.

8. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右顶点分别为 A_1, A_2 , 右焦点为 F , 以 A_1F 为直径作圆, 与双曲线 C 的

右支交于两点 P, Q . 若线段 PF 的垂直平分线过 A_2 , 则 b^2 的数值为 ()

A. 3

B. 4

C. 8

D. 9

【答案】C

【解析】

【分析】由双曲线方程得 $a=1$, 结合圆的性质及线段垂直平分线的性质得 A_2 是 A_1F 的中点, 得到 a, c 关系求 c , 进而求出 b^2 .

【详解】由双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 得 $a=1$, $A_1(-1, 0), A_2(1, 0), F(c, 0)$,

由题意, 点 P 在以 A_1F 为直径的圆上, 则 $A_1P \perp PF$,

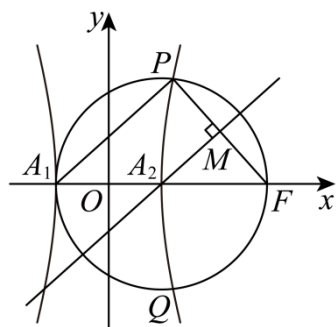
取 PF 的中点 M , 由线段 PF 的垂直平分线过 A_2 , 则 $A_2M \perp PF$,

则 $A_1P \parallel A_2M$, 故 A_2 是 A_1F 的中点, $|A_1A_2| = |A_2F|$

且 $|A_1A_2| = 2a = 2, |A_2F| = c - a = c - 1$, 所以 $c - 1 = 2$, 解得 $c = 3$,

故 $b^2 = c^2 - a^2 = 9 - 1 = 8$.

故选: C.



9. 设动直线 l 与 $e C: (x+1)^2 + y^2 = 5$ 交于 A, B 两点. 若弦长 $|AB|$

既存在最大值又存在最小值，则在下列所给的方程中，直线 l 的方程可以是 ()

A. $x+2y=a$

B. $ax+y=2a$

C. $ax+y=2$

D. $x+ay=a$

【答案】D

【解析】

【分析】由动直线恒与圆相交得直线过圆内一定点，再验证弦长取最值即可.

【详解】圆 $C: (x+1)^2 + y^2 = 5$ ，圆心 $C(-1,0)$ ，半径 $r = \sqrt{5}$ ，

选项 A，由直线 $x+2y=a$ 斜率为 $-\frac{1}{2}$ ，可得动直线为平行直线系，

圆心 $C(-1,0)$ 到直线 $x+2y-a=0$ 的距离 $d = \frac{|-1-a|}{\sqrt{5}}$ ，

当 $a \leq -6$ 或 $a \geq 4$ 时， $d \geq \sqrt{5}$ ，直线与圆不相交，不满足题意，故 A 错误；

选项 B，由直线 $ax+y=2a$ 可化为 $a(x-2)+y=0$ ，

则直线恒过 $(2,0)$ ，因为 $(2+1)^2 > 5$ ，点 $(2,0)$ 在圆外，

故直线不一定与圆相交，故 B 错误；

选项 C，由直线 $ax+y=2$ 恒过 $(0,2)$ ，点 $(0,2)$ 在圆上，

当 $a = \frac{1}{2}$ 时，直线方程可化为 $x+2y-4=0$ ，

此时圆心 $C(-1,0)$ 到直线 $x+2y-4=0$ 的距离 $d = \frac{|-1-4|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} = r$ ，

圆与直线相切，不满足题意，故 C 错误；

选项 D，由直线方程 $x+ay=a$ 可化为 $x+a(y-1)=0$ ，

则直线恒过 $M(0,1)$ ，且点 M 在圆 C 内，故直线恒与圆 C 相交，

当直线过圆心 C 时，弦长最长，由 $(-1,0)$ 在直线 $x+a(y-1)=0$ 上，

可得 $a = -1$ ， $|AB|$ 取到最大值；

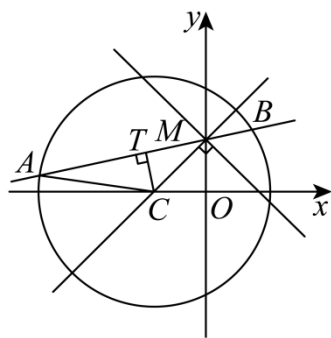
如图，取 AB 中点 T ，则 $CT \perp AB$ ，圆心到直线的距离 $d = |CT| \leq |CM|$

$|AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{5 - d^2}$ ，当 d 取最大值 $|CM|$ 时，弦长最短，

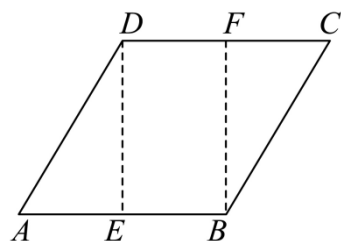
即当直线与 CM 垂直时，弦长最短，由 CM 的斜率为 $k_{CM} = \frac{0-1}{-1-0} = 1$

此时直线斜率为 $k = 1 = \frac{1}{a}$ ，即当 $a = 1$ 时， $|AB|$ 取到最小值. 故 D 正确.

故选：D.



10. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，且 $\angle A = 60^\circ$ ， E, F 分别为棱 AB, DC 中点. 将 $\triangle BCF$ 和 $\triangle ADE$ 分别沿 BF, DE 折叠，若满足 $AC \parallel$ 平面 $DEBF$ ，则线段 AC 的取值范围为（ ）



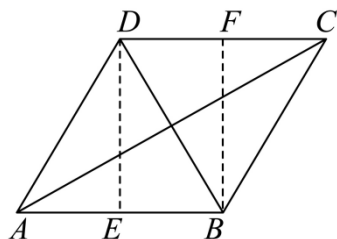
- A. $[\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ B. $[\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$ C. $[2, 2\sqrt{3})$ D. $[2, 2\sqrt{3}]$

【答案】A

【解析】

【分析】借助空间直观想象，折叠前在平面图形中求出 AC 的长度，折叠过程中证明平面 $EAB \parallel$ 平面 FDC ，面面距离即为 AC 的最小值，由此得到 AC 的范围.

【详解】



折叠前，连接 AC, BD

由题意，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = BC = 2$ ，

$$\angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\text{则由余弦定理得， } AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \angle ABC = 4 + 4 - 2 \times 2 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 12,$$

所以， $AC = 2\sqrt{3}$ ，故在折叠过程中， $AC \leq 2\sqrt{3}$.

折叠后, 若 $AC \parallel$ 平面 $DEBF$,

则 $AC \not\subset$ 平面 $DEBF$, 则 $AC < 2\sqrt{3}$, 故 BD 项错误;

折叠前, 在菱形 $ABCD$ 中, $BA = BD = 2$, $\angle DAB = 60^\circ$,

则 $\triangle ABD$ 是正三角形,

由 E, F 分别为棱 AB, DC 中点,

则 $DE \perp AB, BF \perp DC, AB \parallel DC$, 所以 $DE \parallel BF$.

折叠后, $DE \perp AE, DE \perp EB, AE \cap EB = E$,

又 $AE \subset$ 平面 EAB , 且 $EB \subset$ 平面 EAB ,

则 $DE \perp$ 平面 EAB , 同理 $BF \perp$ 平面 FDC , 所以平面 $EAB \parallel$ 平面 FDC ,

则平面 EAB 与平面 FDC 的距离即为 $DE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$,

由点 $A \in$ 平面 EAB , 点 $C \in$ 平面 FDC , 则 $AC \geq \sqrt{3}$.

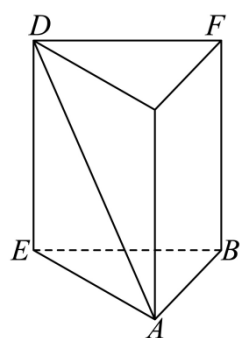
在折叠过程中, 当 $\angle DFC = \angle AEB = 60^\circ$ 时, 由 $AE = EB, DF = FC$,

则 $\triangle EBA, \triangle DFC$ 均为正三角形, 可构成如图所示的正三棱柱 $DFC - EBA$,

满足 $AC \parallel$ 平面 $DEBF$, 此时 $AC = DE = \sqrt{3}$.

所以 AC 最小值为 $\sqrt{3}$, 故 A 正确, C 项错误.

故选: A.



第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

11. 双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 的渐近线方程为_____.

【答案】 $y = \pm 2x$

【解析】

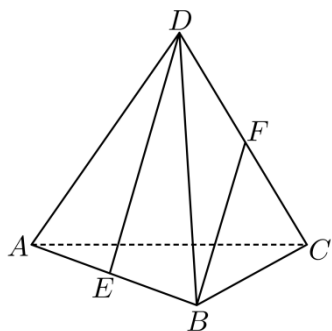
【分析】利用双曲线的性质即可求得渐近线方程.

【详解】由双曲线的相关知识可知: $a=1$, $b=2$

所以焦点在 x 轴双曲线的渐近线方程为: $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm 2x$

故答案为: $y = \pm 2x$

12. 如图, 已知 E, F 分别为三棱锥 $D-ABC$ 的棱 AB, DC 的中点, 则直线 DE 与 BF 的位置关系是 _____ (填“平行”, “异面”, “相交”).



【答案】异面

【解析】

【分析】假设共面推出矛盾.

【详解】假设直线 DE, BF 共面, $EB \subset$ 平面 $DEBF$,

由 $A \in EB$, 则 $AB \subset$ 平面 $DEBF$,

同理, $DC \subset$ 平面 $DEBF$, 故 AB, CD 共面,

这与 $D-ABC$ 是三棱锥矛盾, 故假设错误, 故直线 DE, BF 异面.

故答案为: 异面.

13. 经过点 $A(0,1)$ 且与直线 $l: x+2y-1=0$ 垂直的直线方程为_____.

【答案】 $2x - y + 1 = 0$

【解析】

【分析】求出所求直线的斜率, 利用点斜式方程可得出所求直线的方程.

【详解】直线 $l: x+2y-1=0$ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$,

则与直线 $l: x+2y-1=0$ 垂直的直线的斜率为 2,

则直线方程为 $y - 1 = 2(x - 0)$ ，即 $2x - y + 1 = 0$ 。

故答案为： $2x - y + 1 = 0$

14. 作为我国古代称量粮食的量器，米斗有着吉祥的寓意，是丰饶富足的象征，带有浓郁的民间文化韵味。右图是一件清代老木米斗，可以近似看作正四棱台，测量得其内高为 12cm ，两个底面内棱长分别为 18cm 和 9cm ，则估计该米斗的容积为 _____ cm^3 。

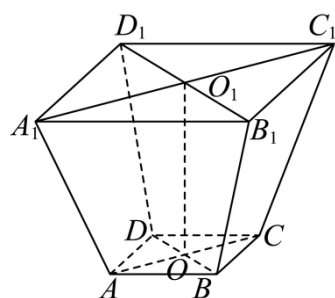


【答案】 2268

【解析】

【分析】先画出正四棱台的直观图，再利用台体的体积公式即可求解。

【详解】根据题意，正四棱台的直观图如下：



由题意可知，高 $OO_1 = h = 12\text{cm}$ ，

下底面正方形的变长 $AB = 9\text{cm}$ ，其面积 $S_1 = 9 \times 9 = 81(\text{cm}^2)$ ，

上底面正方形的变长 $AB = 18\text{cm}$ ，其面积 $S_2 = 18 \times 18 = 324(\text{cm}^2)$ ，

由台体的体积公式可得，该正四面体的体积：

$$V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h = \frac{1}{3} \times (81 + \sqrt{81 \times 324} + 324) \times 12 = 2268(\text{cm}^3).$$

故该米斗的容积为 2268cm^3 。

故答案为： 2268。

15. 已知四边形 $ABCD$ 是椭圆 $M: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的内接四边形，其对角线 AC 和 BD 交于原点 O ，且斜率之

积为 $-\frac{1}{3}$ 。给出下列四个结论：

①四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

②存在四边形 $ABCD$ 是菱形;

③存在四边形 $ABCD$ 使得 $\angle AOD = 91^\circ$;

④存在四边形 $ABCD$ 使得 $|AC|^2 + |BD|^2 = \frac{64}{5}$.

其中所有正确结论的序号为_____.

【答案】①③④

【解析】

【分析】利用椭圆的对称性判断①; 利用菱形的对角线互相垂直可判断②; 利用正切函数的和差公式与性质判断③; 利用斜率关系得到 $|OA|^2 + |OB|^2$ 的表达式, 然后利用基本不等式求 $|AC|^2 + |BD|^2$ 的最大值, 可判断④.

【详解】因为四边形 $ABCD$ 是椭圆 $M: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的内接四边形, AC 和 BD 交于原点 O ,

由椭圆的对称性可知 $|OA| = |OC|$ 且 $|OB| = |OD|$,

所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故①正确;

假设对角线 AC 和 BD 的斜率分别为 k_1, k_2 ,

若四边形 $ABCD$ 是菱形, 则其对角线互相垂直, 即 $k_1 \times k_2 = -1$,

而这与 $k_1 \cdot k_2 = -\frac{1}{3}$ 矛盾, 所以不存在四边形 $ABCD$ 是菱形, 故②错误;

不妨设直线 AC 的倾斜角为 α , 直线 BD 的倾斜角为 β , 且 $\alpha > \beta$,

则 $\tan \alpha = k_1, \tan \beta = k_2 > 0$, 又 $k_1 \cdot k_2 = -\frac{1}{3}$, 则 $k_1 = -\frac{1}{3k_2}$,

则 $\tan \angle AOD = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} = \frac{3}{2} \left(-\frac{1}{3k_2} - k_2 \right)$

$\leq -\frac{3}{2} \times 2 \sqrt{\frac{1}{3k_2} \cdot k_2} = -\sqrt{3} = \tan 120^\circ$,

又 $0^\circ < \angle AOD < 180^\circ$, 则 $90^\circ < \angle AOD < 120^\circ$,

所以存在四边形 $ABCD$ 使得 $\angle AOD = 91^\circ$, 故③正确;

直线 AC 的方程 $y = k_1 x$, 直线 BD 的方程 $y = k_2 x$,

$$\text{由} \begin{cases} y = k_1 x \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \end{cases}, \text{得 } x^2 + 2(k_1 x)^2 = 2, \text{即 } x^2 = \frac{2}{2k_1^2 + 1}, \text{可得 } x_A^2 = x_C^2 = \frac{2}{2k_1^2 + 1},$$

$$\text{同理可得 } x_B^2 = x_D^2 = \frac{2}{2k_2^2 + 1},$$

$$\text{则 } |OA|^2 + |OB|^2 = \frac{2(k_1^2 + 1)}{2k_1^2 + 1} + \frac{2(k_2^2 + 1)}{2k_2^2 + 1} = 2 + \frac{1}{2k_1^2 + 1} + \frac{1}{2k_2^2 + 1},$$

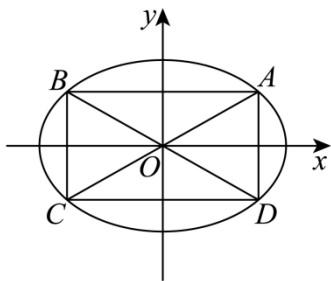
$$\text{由 } k_1 \cdot k_2 = -\frac{1}{3}, \text{得 } k_2^2 = \frac{1}{9k_1^2}, \text{令 } k_1^2 = t, k_2^2 = \frac{1}{9t} (t > 0),$$

$$\text{则 } |OA|^2 + |OB|^2 = 2 + \frac{1}{2t+1} + \frac{1}{\frac{2}{9t}+1} = 2 + \frac{1}{2t+1} + \frac{9t}{9t+2}$$

$$= 3 + \frac{1}{2t+1} + \frac{-2}{9t+2} = 3 + \frac{9t+2-2(2t+1)}{(2t+1)(9t+2)}$$

$$= 3 + \frac{5t}{18t^2 + 13t + 2} = 3 + \frac{5}{18t + \frac{2}{t} + 13} \leq 3 + \frac{5}{2\sqrt{18t \cdot \frac{2}{t}} + 13} = 3 + \frac{1}{5} = \frac{16}{5},$$

当且仅当 $18t = \frac{2}{t}$, 即 $t = \frac{1}{3}$, $k_1^2 = k_2^2 = \frac{1}{3}$ 时, 等号成立;



$$\text{于是 } |AC|^2 + |BD|^2 = (2|OA|)^2 + (2|OB|)^2 = 4(|OA|^2 + |OB|^2) \leq \frac{64}{5},$$

当且仅当 $k_1^2 = k_2^2 = \frac{1}{3}$, 即四边形 $ABCD$ 矩形时, 等号成立,

所以存在四边形 $ABCD$ 使得 $|AC|^2 + |BD|^2 = \frac{64}{5}$, 故④正确.

故答案为: ①③④.

【点睛】关键点睛: 本题结论④的解决关键是利用弦长公式得到 $|AC|^2 + |BD|^2$ 关于 t 的表达式, 从而利用基本不等式即可得解.

三、解答题共 4 小题, 共 40 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

16. 已知圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 与 y 轴相切.

(1) 直接写出圆心 C 的坐标及 r 的值;

(2) 直线 $l: 3x - 4y - 1 = 0$ 与圆 C 交于两点 A, B , 求 $|AB|$.

【答案】(1) 圆心 $C(2, 0)$, $r = 2$

(2) $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1) 由圆的方程得圆心坐标, 结合图形, 圆与 y 轴相切得半径;

(2) 法一由弦长公式求解; 法二利用几何法勾股定理求解.

【小问 1 详解】

$$\text{圆 } C: (x-2)^2 + y^2 = r^2 (r > 0),$$

则圆心 $C(2, 0)$, 因为圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 与 y 轴相切, 则半径 $r = 2$.

【小问 2 详解】

由 (1) 知, 圆的方程为 $C: (x-2)^2 + y^2 = 4$, 圆心 $C(2, 0)$, 半径为 2.

法一: 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} 3x - 4y - 1 = 0 \\ (x-2)^2 + y^2 = 4 \end{cases}, \text{ 得 } 25x^2 - 70x + 1 = 0,$$

$$\Delta = (-70)^2 - 4 \times 25 = 4800 > 0,$$

$$\text{则 } x_1 + x_2 = \frac{14}{5}, x_1 x_2 = \frac{1}{25},$$

$$\text{所以 } |AB| = \sqrt{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} |x_1 - x_2| = \frac{5}{4} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \frac{5}{4} \sqrt{\left(\frac{14}{5}\right)^2 - \frac{4}{25}} = 2\sqrt{3};$$

$$\text{法二: 圆心 } C(2, 0) \text{ 到直线 } l: 3x - 4y - 1 = 0 \text{ 的距离 } d = \frac{|2 \times 3 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1 < 2,$$

$$\text{则 } |AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{4 - 1} = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{故 } |AB| = 2\sqrt{3}.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/657105000162006142>