

福建省华安一中、龙海二中 2024 年高考考前模拟数学试题

注意事项:

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)(x \in R)$ 的导函数, 当 $x > 0$ 时, $f'(x) \ln x < -\frac{1}{x}f(x)$, 则使得 $(x^2 - 1)f(x) > 0$ 成立

的 x 的取值范围是 ()

- A.** $(-1, 0) \cup (0, 1)$

B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

- C. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

2. 把满足条件 (1) $\forall x \in R, f(-x) = f(x)$, (2) $\forall x_1 \in R, \exists x_2 \in R$, 使得 $f(x_1) = -f(x_2)$ 的函数称为“D 函

数”，下列函数是“ D 函数”的个数为（ ）

- ① $y = x^2 + |x|$ ② $y = x^3$ ③ $y = e^x + e^{-x}$ ④ $y = \cos x$ ⑤ $y = x \sin x$

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3. 正项等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 和为 S_n , 已知 $a_3 + a_7 - a_5^2 + 15 = 0$, 则 $S_9 =$ ()

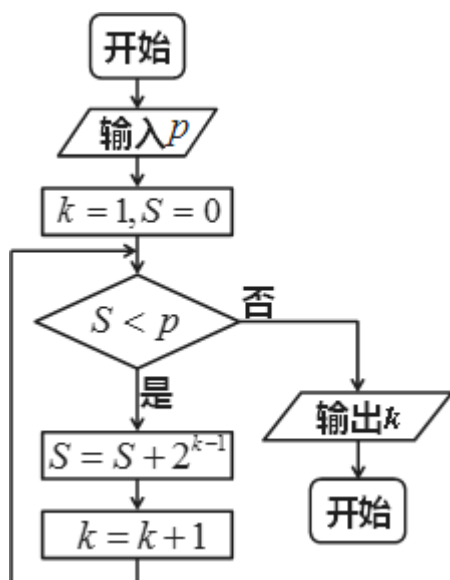
- A. 35 B. 36 C. 45 D. 54**

4. 已知函数 $y = \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \\ -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \end{cases}$ 的图象与直线 $y = m(x+2) (m > 0)$ 恰有四个公共

点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$, 其中 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $(x_4 + 2) \tan x_4 =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2$

5. 执行如图所示的程序框图, 若输出的 $k=5$, 则输入的整数 P 的最大值为()



- A. 7 B. 15 C. 31 D. 63

6. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 1\}$, $B = \{x | \log_2 x < 1\}$, 则

- A. $A \cap B = \{x | 0 < x < 2\}$ B. $A \cap B = \{x | x < 2\}$
 C. $A \cup B = \{x | x < 2\}$ D. $A \cup B = \{x | -1 < x < 2\}$

7. 已知函数 $f(x) = x - [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大正整数, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的值域是 $[0, 1]$ B. $f(x)$ 是奇函数
 C. $f(x)$ 是周期函数 D. $f(x)$ 是增函数

8. 复数 z 满足 $z(1-i) = |1-\sqrt{3}i|$, 则复数 z 等于 ()

- A. $1-i$ B. $1+i$ C. 2 D. -2

9. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \theta)$, 其中 $\omega > 0$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 对满足 $|f(x_1) - f(x_2)| = 2$

的 x_1, x_2 , 有 $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{2}$, 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 的单调递减区间是 ()

- A. $\left[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$ B. $\left[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$
 C. $\left[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{6}\right] (k \in \mathbb{Z})$ D. $\left[k\pi + \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{7\pi}{12}\right] (k \in \mathbb{Z})$

10. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作直线与抛物线在第一象限交于点 A , 与准线在第三象限交于点 B , 过点 A

作准线的垂线，垂足为 H . 若 $\tan \angle AFH = 2$ ，则 $\frac{|AF|}{|BF|} = (\quad)$

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

11. 已知椭圆 C 的中心为原点 O ， $F(-2\sqrt{5}, 0)$ 为 C 的左焦点， P 为 C 上一点，满足 $|OP| = |OF|$ 且 $|PF| = 4$ ，则椭圆 C 的方程为 $(\quad)$

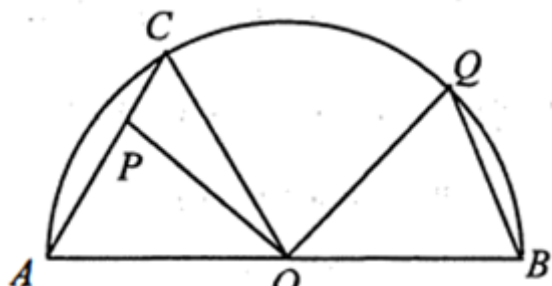
- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$ B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ C. $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{10} = 1$ D. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{25} = 1$

12. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边， $a = 1$ ， $4c \sin A = 3 \cos C$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$ ，则 $c = (\quad)$

- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. 5 D. $3\sqrt{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图，已知半圆 O 的直径 $AB = 8$ ，点 P 是弦 AC （包含端点 A, C ）上的动点，点 Q 在弧 BC 上. 若 $\triangle OAC$ 是等边三角形，且满足 $\vec{OQ} \cdot \vec{OP} = 0$ ，则 $\vec{OP} \cdot \vec{BQ}$ 的最小值为_____.



14. 在 $(1+x)^6(1+y)^4$ 的展开式中， x^2y^3 的系数为_____.

15. 一个算法的伪代码如图所示，执行此算法，最后输出的 T 的值为_____.

```

T ← 1
I ← 3
Do
    T ← T × I
    I ← I + 2
Until I > 6
End Do
Print T
(第4题)

```

16. $(a-2b)^5(1-c)$ 的展开式中, a^3b^2c 的系数是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax}{e^x} (a \neq 0)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a=1$ 时, 如果方程 $f(x)=t$ 有两个不等实根 x_1, x_2 , 求实数 t 的取值范围, 并证明 $x_1+x_2 > 2$.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 e^{3x}$

(1) 若 $x < 0$, 求证: $f(x) < \frac{1}{9}$;

(2) 若 $x > 0$, 恒有 $f(x) \geq (k+3)x + 2\ln x + 1$, 求实数 k 的取值范围.

19. (12 分) 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = m + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐

标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos^2 \theta + 3\rho^2 \sin^2 \theta = 12$, 且曲线 C 的左焦点 F 在直线 l 上.

(I) 求 l 的极坐标方程和曲线 C 的参数方程;

(II) 求曲线 C 的内接矩形的周长的最大值.

20. (12 分) 设函数 $f(x) = ax^2 - a - \ln x$, $g(x) = \frac{1}{x} - \frac{e}{e^x}$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, $e=2.718...$ 为自然对数的底数.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 证明: 当 $x > 1$ 时, $g(x) > 0$;

(III) 确定 a 的所有可能取值, 使得 $f(x) > g(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内恒成立.

21. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为

$\rho = 2\sin \theta + 2a \cos \theta (a > 0)$; 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l 与曲线 C 分别交于 M, N 两

点.

(1) 写出曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的普通方程;

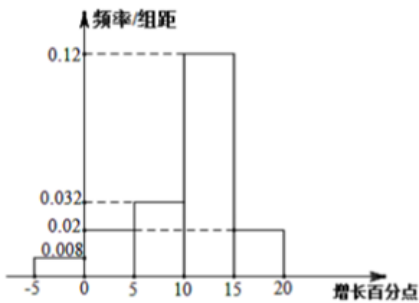
(2) 若点 P 的极坐标为 $(2, \pi)$, $|PM| + |PN| = 5\sqrt{2}$, 求 a 的值.

22. (10 分)

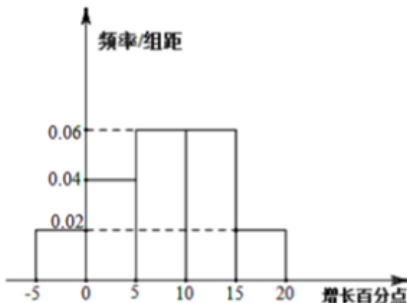
新型冠状病毒肺炎疫情发生以来,电子购物平台成为人们的热门选择.为提高市场销售业绩,某公司设计了一套产品促销方案,并在某地区部分营销网点进行试点.运作一年后,对“采用促销”和“没有采用促销”的营销网点各选取了 50 个,对比上一年度的销售情况,分别统计了它们的年销售总额,并按年销售总额增长的百分点分成 5 组:

$[-5,0),[0,5),[5,10),[10,15),[15,20]$,分别统计后制成如图所示的频率分布直方图,并规定年销售总额增长 10 个百分点及以上的营销网点为“精英店”.

“采用促销”的销售网点



“没有采用促销”的销售网点



(1) 请你根据题中信息填充下面的列联表,并判断是否有的把握认为“精英店与采用促销活动有关”;

	采用促销	没有采用促销	合计
精英店			
非精英店			
合计	50	50	100

(2) 某“精英店”为了创造更大的利润,通过分析上一年度的售价 x_i (单位: 元)和日销量 y_i (单位: 件) ($i = 1, 2, \dots, 10$)

的一组数据后决定选择 $y = a + bx^2$ 作为回归模型进行拟合.具体数据如下表, 表中的 $w_i = x_i^2$:

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{w}$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{10} (w_i - \bar{w})^2$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^{10} (w_i - \bar{w})(y_i - \bar{y})$
45.8	395.5	2413.5	4.6	21.6	- 2.3	-7.2

- ①根据上表数据计算 a, b 的值;
- ②已知该公司成本为 10 元/件, 促销费用平均 5 元/件, 根据所求出的回归模型, 分析售价 x 定为多少时日利润 z 可以达到最大.

附①: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
-----------------	-------	-------	-------	-------

k	2.706	3.841	6.635	10.828
-----	-------	-------	-------	--------

附②：对应一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), (u_3, v_3), \dots, (u_n, v_n)$ ，其回归直线 $v = \alpha + \beta u$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分

$$\text{别为 } \beta = \frac{\sum_{i=1}^{10} (v_i - \bar{v})(u_i - \bar{u})}{\sum_{i=1}^{10} (u_i - \bar{u})^2}, \alpha = \bar{v} - \beta \bar{u}.$$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

构造函数，令 $g(x) = \ln x \cdot f(x) (x > 0)$ ，则 $g'(x) = \ln x f'(x) + \frac{f(x)}{x}$ ，

由 $f'(x) \ln x < -\frac{1}{x} f(x)$ 可得 $g'(x) < 0$ ，

则 $g(x)$ 是区间 $(0, +\infty)$ 上的单调递减函数，

且 $g(1) = \ln 1 \times f(1) = 0$ ，

当 $x \in (0, 1)$ 时， $g(x) > 0$ ， $\therefore \ln x < 0, f(x) < 0, (x^2 - 1)f(x) > 0$ ；

当 $x \in (1, +\infty)$ 时， $g(x) < 0$ ， $\therefore \ln x > 0, \therefore f(x) < 0, (x^2 - 1)f(x) < 0$

$\therefore f(x)$ 是奇函数，当 $x \in (-1, 0)$ 时， $f(x) > 0, (x^2 - 1)f(x) < 0$

$\therefore$ 当 $x \in (-\infty, -1)$ 时， $f(x) > 0, (x^2 - 1)f(x) > 0$ 。

综上所述，使得 $(x^2 - 1)f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是 $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ 。

本题选择 D 选项。

点睛：函数的单调性是函数的重要性质之一，它的应用贯穿于整个高中数学的教学之中。某些数学问题从表面上看似与函数的单调性无关，但如果我们能挖掘其内在联系，抓住其本质，那么运用函数的单调性解题，能起到化难为易、化繁为简的作用。因此对函数的单调性进行全面、准确的认识，并掌握好使用的技巧和方法，这是非常必要的。根据题目的特点，构造一个适当的函数，利用它的单调性进行解题，是一种常用技巧。许多问题，如果运用这种思想去解决，往往能获得简洁明快的思路，有着非凡的功效。

2、B

【解析】

满足（1）（2）的函数是偶函数且值域关于原点对称，分别对所给函数进行验证。

【详解】

满足（1）（2）的函数是偶函数且值域关于原点对称，①不满足（2）；②不满足（1）；

③不满足（2）；④⑤均满足（1）（2）。

故选：B.

【点睛】

本题考查新定义函数的性质，涉及到函数的性质，考查学生逻辑推理与分析能力，是一道容易题。

3、C

【解析】

由等差数列 $\{a_n\}$ 通项公式得 $a_3 + a_7 - a_5^2 + 15 = 0$ ，求出 a_5 ，再利用等差数列前 n 项和公式能求出 S_9 。

【详解】

Q 正项等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ，

$$a_3 + a_7 - a_5^2 + 15 = 0,$$

$$\therefore a_5^2 - 2a_5 - 15 = 0,$$

解得 $a_5 = 5$ 或 $a_5 = -3$ （舍），

$$\therefore S_9 = \frac{9}{2}(a_1 + a_9) = 9a_5 = 9 \times 5 = 45, \text{ 故选 C.}$$

【点睛】

本题主要考查等差数列的性质与求和公式，属于中档题。解等差数列问题要注意应用等差数列的性质

$a_p + a_q = a_m + a_n = 2a_r$ （ $p + q = m + n = 2r$ ）与前 n 项和的关系。

4、A

【解析】

先将函数解析式化简为 $y = |\cos x|$ ，结合题意可求得切点 x_4 及其范围 $x_4 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，根据导数几何意义，即可求得

$(x_4 + 2) \tan x_4$ 的值.

【详解】

$$\text{函数 } y = \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \\ -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \end{cases}$$

$$\text{即 } y = |\cos x|$$

直线 $y = m(x+2) (m > 0)$ 与函数 $y = |\cos x|$ 图象恰有四个公共点，结合图象知直线 $y = m(x+2) (m > 0)$ 与函数

$$y = -\cos x \text{ 相切于 } x_4, \quad x_4 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right),$$

$$\text{因为 } y' = \sin x,$$

$$\text{故 } k = \sin x_4 = \frac{-\cos x_4}{x_4 + 2},$$

$$\text{所以 } (x_4 + 2) \tan x_4 = (x_4 + 2) \times \frac{\sin x_4}{\cos x_4} = (x_4 + 2) \times \frac{-1}{(x_4 + 2)} = -1.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了三角函数的图像与性质的综合应用，由交点及导数的几何意义求函数值，属于难题.

5、B

【解析】

试题分析：由程序框图可知：① $S=0$ ， $k=1$ ；② $S=1$ ， $k=2$ ；③ $S=3$ ， $k=3$ ；④ $S=7$ ， $k=4$ ；

⑤ $S=15$ ， $k=5$. 第⑤步后 k 输出，此时 $S=15 \geq P$ ，则 P 的最大值为 15，故选 B.

考点：程序框图.

6、D

【解析】

因为 $A = \{x | x^2 < 1\} = \{x | -1 < x < 1\}$ ， $B = \{x | \log_2 x < 1\} = \{x | 0 < x < 2\}$ ，所以 $A \cap B = \{x | 0 < x < 1\}$ ，

$A \cup B = \{x | -1 < x < 2\}$ ，故选 D.

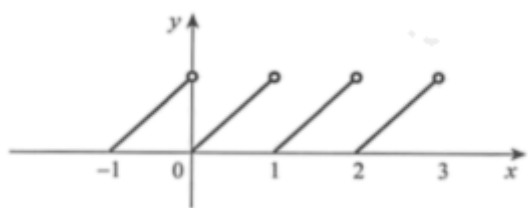
7、C

【解析】

根据 $[x]$ 表示不超过 x 的最大正整数，可构建函数图象，即可分别判断值域、奇偶性、周期性、单调性，进而下结论.

【详解】

由 $[x]$ 表示不超过 x 的最大正整数，其函数图象为



选项 A，函数 $f(x) \in [0, 1)$ ，故错误；

选项 B，函数 $f(x)$ 为非奇非偶函数，故错误；

选项 C，函数 $f(x)$ 是以 1 为周期的周期函数，故正确；

选项 D，函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1), [1, 2), [2, 3)$ 上是增函数，但在整个定义域范围上不具备单调性，故错误。

故选：C

【点睛】

本题考查对题干 $[x]$ 的理解，属于函数新定义问题，可作出图象分析性质，属于较难题。

8、B

【解析】

通过复数的模以及复数的代数形式混合运算，化简求解即可。

【详解】

复数 z 满足 $z(1-i) = |1-\sqrt{3}i| = 2$ ，

$$\therefore z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+i,$$

故选 B.

【点睛】

本题主要考查复数的基本运算，复数模长的概念，属于基础题。

9、B

【解析】

根据已知得到函数 $f(x)$ 两个对称轴的距离也即是半周期，由此求得 ω 的值，结合其对称轴，求得 θ 的值，进而求得

$f(x)$ 解析式.根据图像变换的知识求得 $g(x)$ 的解析式，再利用三角函数求单调区间的方法，求得 $g(x)$ 的单调递减区间。

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/657141014042006104>