

浙江省衢州市五校 2025 届高考适应性考试数学试卷

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(-x)$ ，且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数，不等式 $f(ax+2) \leq f(-1)$ 对于 $x \in [1, 2]$ 恒成立，则 a 的取值范围是

- A. $\left[-\frac{3}{2}, -1\right]$ B. $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$ C. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$ D. $[0, 1]$

2. 已知直线 $l: x + m^2y = 0$ 与直线 $n: x + y + m = 0$ 则“ $l \parallel n$ ”是“ $m = 1$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 用一个平面去截正方体，则截面不可能是（ ）

- A. 正三角形 B. 正方形 C. 正五边形 D. 正六边形

4. 函数 $f(x) = 2x - |3x + 1|$ 在 $[-2, 1]$ 上的最大值和最小值分别为（ ）

- A. $\frac{2}{3}, -2$ B. $-\frac{2}{3}, -9$ C. $-2, -9$ D. $2, -2$

5. 已知函数 $g(x) = f(2x) + x^2$ 为奇函数，且 $f(2) = 3$ ，则 $f(-2) =$ （ ）

- A. 2 B. 5 C. 1 D. 3

6. 复数 z 满足 $z(1+i) = 2$ (i 为虚数单位)，则 z 的虚部为（ ）

- A. i B. $-i$ C. -1 D. 1

7. 上世纪末河南出土的以鹤的尺骨（翅骨）制成的“骨笛”（图 1），充分展示了我国古代高超的音律艺术及先进的数学水平，也印证了我国古代音律与历法的密切联系. 图 2 为骨笛测量“春（秋）分”，“夏（冬）至”的示意图，图 3 是某骨笛的部分测量数据（骨笛的弯曲忽略不计），夏至（或冬至）日光（当日正午太阳光线）与春秋分日光（当日正午太阳光线）的夹角等于黄赤交角。

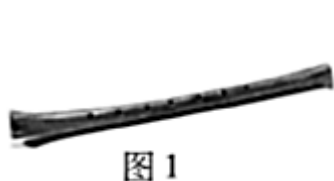


图 1

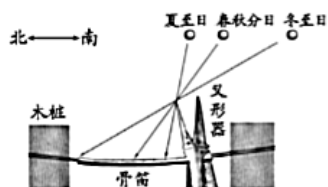


图 2

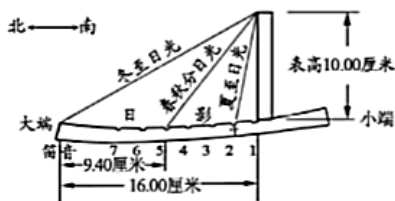


图 3

由历法理论知，黄赤交角近 1 万年持续减小，其正切值及对应的年代如下表：

黄赤交角	$23^{\circ}41'$	$23^{\circ}57'$	$24^{\circ}13'$	$24^{\circ}28'$	$24^{\circ}44'$
正切值	0.439	0.444	0.450	0.455	0.461
年代	公元元年	公元前 2000 年	公元前 4000 年	公元前 6000 年	公元前 8000 年

根据以上信息，通过计算黄赤交角，可估计该骨笛的大致年代是()

- A. 公元前 2000 年到公元元年 B. 公元前 4000 年到公元前 2000 年
C. 公元前 6000 年到公元前 4000 年 D. 早于公元前 6000 年

8. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , $M\left(\frac{1}{2}, y_0\right)$ 为该抛物线上一点, 以 M 为圆心的圆与 C 的准线相切于点 A , $\angle AMF = 120^{\circ}$, 则抛物线方程为 ()

- A. $y^2 = 2x$ B. $y^2 = 4x$ C. $y^2 = 6x$ D. $y^2 = 8x$

9. 宁波古圣王阳明的《传习录》专门讲过易经八卦图，下图是易经八卦图（含乾、坤、巽、震、坎、离、艮、兑八卦），每一卦由三根线组成（“—”表示一根阳线，“——”表示一根阴线）。从八卦中任取两卦，这两卦的六根线中恰有四根阴线的概率为 ()



- A. $\frac{5}{14}$ B. $\frac{3}{14}$ C. $\frac{3}{28}$ D. $\frac{5}{28}$

10. 在区间 $[-1, 1]$ 上随机取一个数 k , 使直线 $y = k(x + 3)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交的概率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

11. 已知函数 $f(x)$ 满足当 $x \leq 0$ 时, $2f(x-2) = f(x)$, 且当 $x \in (-2, 0]$ 时, $f(x) = |x+1| - 1$; 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$. 若函数 $f(x)$ 的图象上关于原点对称的点恰好有 3 对, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(625, +\infty)$ B. $(4, 64)$ C. $(9, 625)$ D. $(9, 64)$

12. 若复数 z 满足 $z - \sqrt{3}(1+z)i = 1$, 复数 z 的共轭复数是 $\bar{z}$, 则 $z + \bar{z} =$ ()

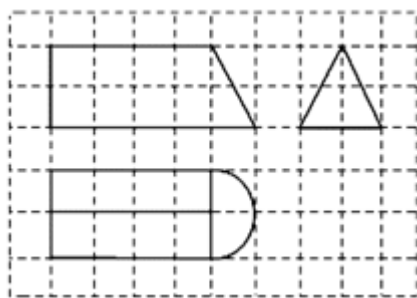
- A. 1 B. 0 C. -1 D. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线 $y = e^x(x^2 + 2)$ 在点 $(0, 2)$ 处的切线方程为_____.

14. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = (2\sin 32^\circ, 2\cos 32^\circ)$, $\overrightarrow{BC} = (\cos 77^\circ, -\cos 13^\circ)$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____, $\triangle ABC$ 的面积为_____.

15. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的体积为_____.



16. 在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中, $A = 60^\circ$, 点 P 在菱形 $ABCD$ 所在的平面内. 若 $PA = 3, PC = \sqrt{21}$, 则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD} =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知抛物线 $C_1: x^2 = 2py (p > 0)$ 和圆 $C_2: (x+1)^2 + y^2 = 2$, 倾斜角为 45° 的直线 l_1 过抛物线 C_1 的焦点, 且 l_1 与圆 C_2 相切.

(1) 求 p 的值;

(2) 动点 M 在抛物线 C_1 的准线上, 动点 A 在 C_1 上, 若 C_1 在 A 点处的切线 l_2 交 y 轴于点 B , 设 $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$. 求证点 N 在定直线上, 并求该定直线的方程.

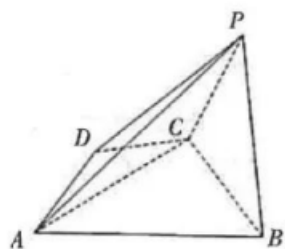
18. (12 分) 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos \varphi \\ y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \varphi \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数}),$$
 以原点 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos^2 \theta = 3 \sin \theta$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程；

(2) 若直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_1, C_2 的交点分别为 A, B (A, B 异于原点)，当斜率 $k \in [\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}]$ 时，求 $|OA| + \frac{1}{|OB|}$ 的最小值.

19. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $BC \perp CD$ ， $AD = CD$ ， $PA = 3\sqrt{2}$ ， $\triangle ABC$ 和 $\triangle PBC$ 均为边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形.



(1) 求证：平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 求二面角 $C-PB-D$ 的余弦值.

20. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ，公差 $d > 0$ ，等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$ ， $b_2 = a_2$ ， $b_3 = a_5$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 的通项公式；

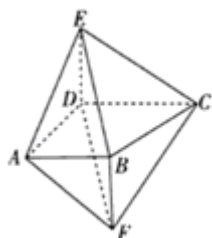
(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $\frac{c_1}{b_1} + \frac{c_2}{b_2} + \frac{c_3}{b_3} + \dots + \frac{c_n}{b_n} = a_{n+1}$ ，求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - x$ ， $g(x) = (x+k) \ln(x+k) - x$.

(1) 若 $k = 1$ ， $f'(t) = g'(t)$ ，求实数 t 的值.

(2) 若 $a, b \in \mathbb{R}^+$ ， $f(a) + g(b) \geq f(0) + g(0) + ab$ ，求正实数 k 的取值范围.

22. (10 分) 如图，四棱锥 $E-ABCD$ 的侧棱 DE 与四棱锥 $F-ABCD$ 的侧棱 BF 都与底面 $ABCD$ 垂直， $AD \perp CD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB = 3$ ， $AD = CD = 4$ ， $AE = 5$ ， $AF = 3\sqrt{2}$.



(1) 证明： $DF \parallel$ 平面 BCE .

(2) 设平面 ABF 与平面 CDF 所成的二面角为 θ , 求 $\cos 2\theta$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据奇偶性定义和性质可判断出函数为偶函数且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 由此可将不等式化为 $-1 \leq ax+2 \leq 1$; 利用分离变量法可得 $-\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$, 求得 $-\frac{3}{x}$ 的最大值和 $-\frac{1}{x}$ 的最小值即可得到结果.

【详解】

Q $f(x) = f(-x)$ $\therefore f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数, 图象关于 y 轴对称

又 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 $\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

Q $f(ax+2) \leq f(-1)$ $\therefore |ax+2| \leq 1$, 即 $-1 \leq ax+2 \leq 1$

Q $-1 \leq ax+2 \leq 1$ 对于 $x \in [1, 2]$ 恒成立 $\therefore -\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上恒成立

$\therefore -\frac{3}{2} \leq a \leq -1$, 即 a 的取值范围为: $\left[-\frac{3}{2}, -1\right]$

本题正确选项: A

【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性和单调性求解函数不等式的问题, 涉及到恒成立问题的求解; 解题关键是能够利用函数单调性将函数值的大小关系转化为自变量的大小关系, 从而利用分离变量法来处理恒成立问题.

2、B

【解析】

利用充分必要条件的定义可判断两个条件之间的关系.

【详解】

若 $l \parallel n$, 则 $1 \times 1 = m^2 \times 1$, 故 $m = 1$ 或 $m = -1$,

当 $m = 1$ 时, 直线 $l: x + y = 0$, 直线 $n: x + y + 1 = 0$, 此时两条直线平行;

当 $m = -1$ 时，直线 $l: x + y = 0$ ，直线 $n: x + y - 1 = 0$ ，此时两条直线平行。

所以当 $l \parallel n$ 时，推不出 $m = 1$ ，故“ $l \parallel n$ ”是“ $m = 1$ ”的不充分条件，

当 $m = 1$ 时，可以推出 $l \parallel n$ ，故“ $l \parallel n$ ”是“ $m = 1$ ”的必要条件，

故选：B.

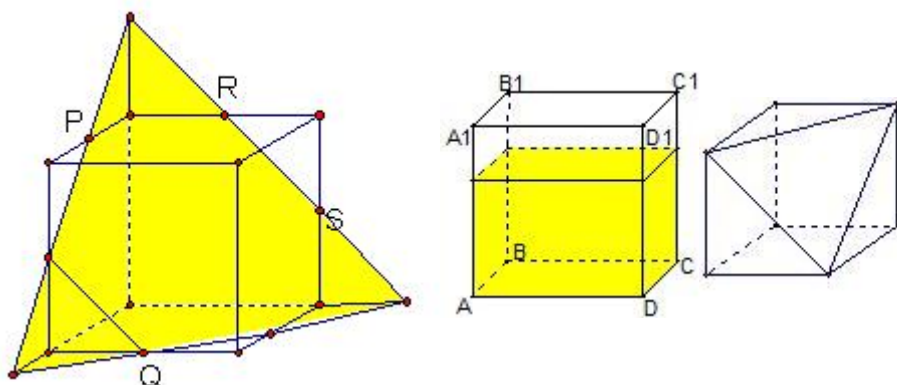
【点睛】

本题考查两条直线的位置关系以及必要不充分条件的判断，前者应根据系数关系来考虑，后者依据两个条件之间的推出关系，本题属于中档题。

3、C

【解析】

试题分析：画出截面图形如图



显然 A 正三角形，B 正方形；D 正六边形，可以画出五边形但不是正五边形；故选 C.

考点：平面的基本性质及推论。

4、B

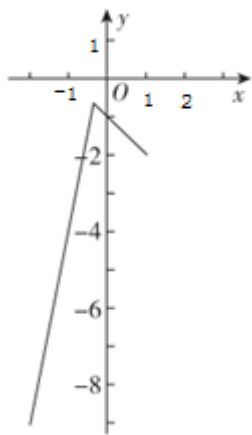
【解析】

由函数解析式中含绝对值，所以去绝对值并画出函数图象，结合图象即可求得在 $[-2, 1]$ 上的最大值和最小值。

【详解】

$$\text{依题意, } f(x) = 2x - |3x + 1| = \begin{cases} 5x + 1, & -2 \leq x < -\frac{1}{3} \\ -x - 1, & -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \end{cases},$$

作出函数 $f(x)$ 的图象如下所示；



由函数图像可知，当 $x = -\frac{1}{3}$ 时， $f(x)$ 有最大值 $-\frac{2}{3}$ ，

当 $x = -2$ 时， $f(x)$ 有最小值 -9 。

故选：B.

【点睛】

本题考查了绝对值函数图象的画法，由函数图象求函数的最值，属于基础题.

5、B

【解析】

由函数 $g(x) = f(2x) + x^2$ 为奇函数, 则有 $g(-1) + g(1) = 0 \Rightarrow f(-2) + 1 + f(2) + 1 = 0$, 代入已知即可求得.

【详解】

$$g(-1) + g(1) = 0 \Rightarrow f(-2) + 1 + f(2) + 1 = 0 \Rightarrow f(-2) = -5.$$

故选: B.

【点睛】

本题考查奇偶性在抽象函数中的应用, 考查学生分析问题的能力, 难度较易.

6、C

【解析】

$z = \frac{2}{1+i}$, 分子分母同乘以分母的共轭复数即可.

【详解】

由已知, $z = \frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1-i$, 故 z 的虚部为 -1 .

故选: C.

【点睛】

本题考查复数的除法运算, 考查学生的基本运算能力, 是一道基础题.

7、D

【解析】

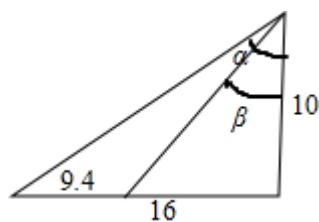
先理解题意，然后根据题意建立平面几何图形，在利用三角函数的知识计算出冬至日光与春秋分日光的夹角，即黄赤交角，即可得到正确选项。

【详解】

解：由题意，可设冬至日光与垂直线夹角为 α ，春秋分日光与垂直线夹角为 β ，

则 $\alpha - \beta$ 即为冬至日光与春秋分日光的夹角，即黄赤交角，

将图 3 近似画出如下平面几何图形：



$$\text{则 } \tan \alpha = \frac{16}{10} = 1.6, \quad \tan \beta = \frac{16 - 9.4}{10} = 0.66,$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{1.6 - 0.66}{1 + 1.6 \times 0.66} \approx 0.457.$$

$$\text{Q } 0.455 < 0.457 < 0.461,$$

$\therefore$ 估计该骨笛的大致年代早于公元前 6000 年.

故选：D.

【点睛】

本题考查利用三角函数解决实际问题的能力，运用了两角和与差的正切公式，考查了转化思想，数学建模思想，以及数学运算能力，属中档题.

8、C

【解析】

根据抛物线方程求得 M 点的坐标，根据 $MA \parallel x$ 轴、 $\angle AMF = 120^\circ$ 列方程，解方程求得 p 的值.

【详解】

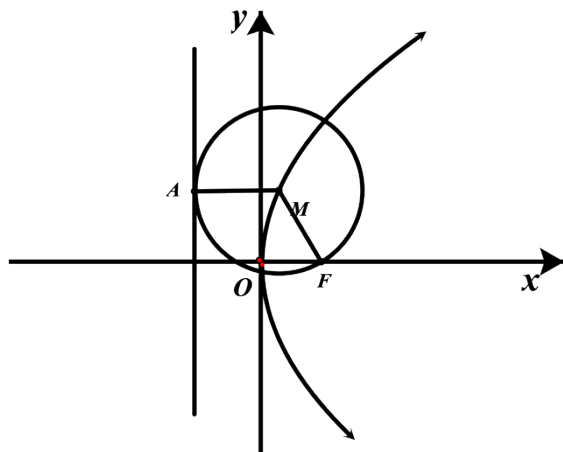
不妨设 M 在第一象限，由于 M 在抛物线上，所以 $M\left(\frac{1}{2}, \sqrt{p}\right)$ ，由于以 M 为圆心的圆与 C 的准线相切于点 A ，根据

抛物线的定义可知， $|MA| = |MF|$ 、 $MA \parallel x$ 轴，且 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$. 由于 $\angle AMF = 120^\circ$ ，所以直线 MF 的倾斜角 α 为

120° ，所以 $k_{MF} = \tan 120^\circ = \frac{\sqrt{p}-0}{\frac{1}{2}-\frac{p}{2}} = -\sqrt{3}$ ，解得 $p=3$ ，或 $p=\frac{1}{3}$ （由于 $\frac{1}{2}-\frac{p}{2} < 0, p > 1$ ，故舍去）。所以抛物线

的方程为 $y^2 = 6x$ 。

故选：C



【点睛】

本小题主要考查抛物线的定义，考查直线的斜率，考查数形结合的数学思想方法，属于中档题.

9、B

【解析】

根据古典概型的概率求法，先得到从八卦中任取两卦基本事件的总数，再找出这两卦的六根线中恰有四根阴线的基本事件数，代入公式求解.

【详解】

从八卦中任取两卦基本事件的总数 $n = C_8^2 = 28$ 种，

这两卦的六根线中恰有四根阴线的基本事件数有 6 种，

分别是（巽，坤），（兑，坤），（离，坤），（震，艮），（震，坎），（坎，艮），

所以这两卦的六根线中恰有四根阴线的概率是 $p = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$ 。

故选：B

【点睛】

本题主要考查古典概型的概率，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

10、C

【解析】

根据直线与圆相交，可求出 k 的取值范围，根据几何概型可求出相交的概率.

【详解】

因为圆心 $(0,0)$ ，半径 $r=1$ ，直线与圆相交，所以

$$d = \frac{|3k|}{\sqrt{1+k^2}} \leq 1, \text{ 解得 } -\frac{\sqrt{2}}{4} \leq k \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$$

所以相交的概率 $P = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 故选 C.

【点睛】

本题主要考查了直线与圆的位置关系，几何概型，属于中档题.

11、C

【解析】

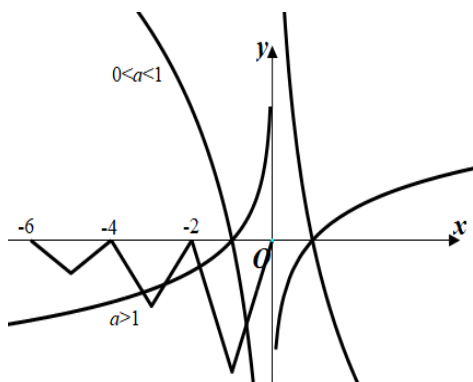
先作出函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上的部分图象，再作出 $f(x) = \log_a x$ 关于原点对称的图象，分类利用图像列出有 3 个交点时满足的条件，解之即可.

【详解】

先作出函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上的部分图象，再作出 $f(x) = \log_a x$ 关于原点对称的图象，

如图所示，当 $0 < a < 1$ 时，对称后的图象不可能与 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 的图象有 3 个交点；

当 $a > 1$ 时，要使函数 $f(x)$ 关于原点对称后的图象与所作的图象有 3 个交点，



$$\begin{cases} a > 1 \\ -\log_a 3 > -\frac{1}{2} \\ -\log_a 5 < -\frac{1}{4} \end{cases}, \text{ 解得 } 9 < a < 625.$$

故选：C.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/658076116031007040>