# 辽宁抚顺市六校联合体 2024 届高三下学期联合考试数学试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

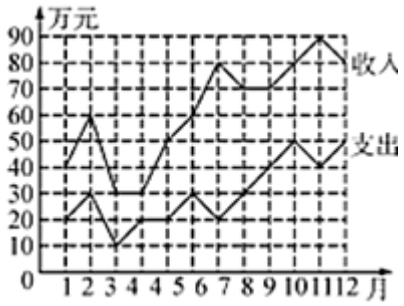
1．已知命题 $p$：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1<0$；命题 $q$：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2>2^x$，则下列命题中为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$p\wedge\neg q$　　D．$\neg p\wedge\neg q$

2．已知复数 $z$ 满足 $(1+i)\,z=2i$，则 $|z|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$1$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

3．某网店 2019 年全年的月收支数据如图所示，则针对 2019 年这一年的收支情况，下列说法中错误的是（　　）




A．月收入的极差为 60　　B．7 月份的利润最大

C．这 12 个月利润的中位数与众数均为 30　　D．这一年的总利润超过 400 万元

4．设 i 是虚数单位，若复数 $z=1+i$，则 $\frac{|z|^2}{z}+z^2=$（　　）

A．$1+i$　　B．$1-i$　　C．$-1-i$　　D．$-1+i$

5．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线与直线 $3x-y+5=0$ 垂直，则双曲线 $C$ 的离心率等于(　　)

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{3}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．$2\sqrt{2}$

6．已知四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，$AD//BC$，$\angle BAD=120^\circ$，$\Delta SAD$ 是等边三角形，且 $SA=AB=2\sqrt{3}$；若点 $P$ 在四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 的外接球面上运动，记点 $P$ 到平面 $ABCD$ 的距离为 $d$，若平面 $SAD\perp$ 平面 $ABCD$，则 $d$ 的最大值为（　　）

A．$\sqrt{13}+1$　　B．$\sqrt{13}+2$

C．$\sqrt{15}+1$　　D．$\sqrt{15}+2$

7．抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 $F$，准线为 $l$，$A$，$B$ 是抛物线上的两个动点，且满足 $\angle AFB=\dfrac{2\pi}{3}$，设线段 $AB$ 的中点 $M$ 在 $l$ 上的投影为 $N$，则 $\dfrac{|MN|}{|AB|}$ 的最大值是（ ）

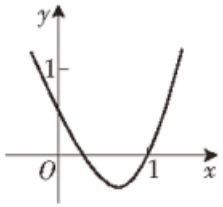
A．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\sqrt{3}$

8．对于函数 $f(x)$，定义满足 $f(x_0)=x_0$ 的实数 $x_0$ 为 $f(x)$ 的不动点，设 $f(x)=\log_a x$，其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$，若 $f(x)$ 有且仅有一个不动点，则 $a$ 的取值范围是（　　）

A．$0<a<1$ 或 $a=\sqrt{e}$　　B．$1<a<\sqrt{e}$

C．$0<a<1$ 或 $a=e^{\frac{1}{e}}$　　D．$0<a<1$

9．如图是二次函数 $f(x)=x^2-bx+a$ 的部分图象，则函数 $g(x)=a\ln x+f'(x)$ 的零点所在的区间是（　　）



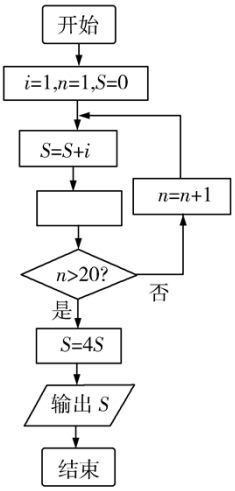

A．$\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}\right)$　　B．$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$　　C．$(1,2)$　　D．$(2,3)$

10．已知集合 $A=\{x\,|\,-1<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\,|\,1\leqslant x\leqslant 5\}$，定义集合 $A*B=\{z\,|\,z=x+y,x\in A,y\in B\}$，则 $B*(A*B)$ 等于（　　）

A．$\{x\,|\,-6<x\leqslant 1\}$　　B．$\{x\,|\,1<x\leqslant 12\}$

C．$\{x\,|\,-11<x\leqslant 0\}$　　D．$\{x\,|\,-5<x\leqslant 6\}$

11．已知 $\dfrac{\pi}{4}\approx 1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{9}-\cdots$，如图是求 $\pi$ 的近似值的一个程序框图，则图中空白框中应填入




**A**．$i=-\dfrac{1}{2n-1}$　　**B**．$i=-\dfrac{1}{i+2}$

**C**．$i=\dfrac{(-1)^n}{2n+1}$　　**D**．$i=\dfrac{(-1)^n}{i+2}$

12．已知数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，且$(S_n+1)(S_{n+2}+1)=(S_{n+1}+1)^2\,(n\in \mathrm{N}^*)$，$a_1=1,a_2=2$，则$S_n=$(　　)

**A**．$\dfrac{n(n+1)}{2}$　　**B**．$2^{n+1}$　　**C**．$2^n-1$　　**D**．$2^{n+1}+1$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在$\Delta ABC$中，$\angle C=90°$，$\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}$．若$\sin\angle BAM=\dfrac{1}{5}$，则 $\tan\angle BAC=$_____.

14．已知函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{ex}{e^x},x\le 2\\ \dfrac{4x-8}{5x},x>2\end{cases}$，（其中$e$为自然对数的底数），若关于$x$的方程$f^2(x)-3a|f(x)|+2a^2=0$恰有5个相异的实根，则实数$a$的取值范围为_____.

15．设函数$f(x)=\begin{cases}e^x+2019,x\le 0\\ 2020,x>0\end{cases}$，则满足$f(x^2-4)>f(-3x)$的$x$的取值范围为_____.

16．设等比数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，若$S_3+S_6=S_9$，则数列$\{a_n\}$的公比$q$是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数$f(x)=e^{ax}-x$（$a\in R$，$e$为自然对数的底数），$g(x)=\ln x+mx+1$.

（1）若$f(x)$有两个零点，求实数$a$的取值范围；

（2）当$a=1$时，$x[f(x)+x]\ge g(x)$对任意的$x\in(0,+\infty)$恒成立，求实数$m$的取值范围.

18．（12分）设数列$\{a_n\}$的前列项和为$S_n$，已知$a_1=1,\quad a_n=\dfrac{a_{n-1}}{2+a_{n-1}}(n\ge 2)$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

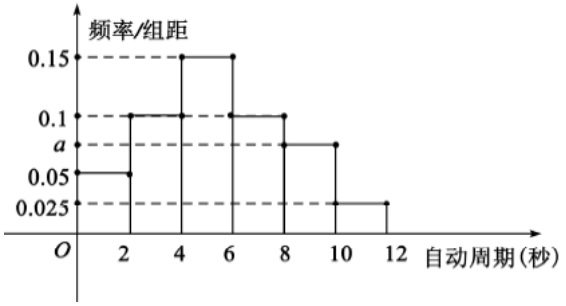
（2）求证：$\frac{3}{2}-\frac{1}{2^n}\le S_n<\frac{11}{6}$.

19.（12 分）在平面直角坐标系$xOy$中，曲线$C_1$的参数方程为：$\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），以$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C_2$的极坐标方程为：$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$.

（1）求曲线$C_1$的极坐标方程和曲线$C_2$的直角坐标方程；

（2）若直线$l:y=kx\left(k>0\right)$与曲线$C_1$交于$O$，$A$两点，与曲线$C_2$交于$O$，$B$两点，求$|OA|+|OB|$取得最大值时直线$l$的直角坐标方程.

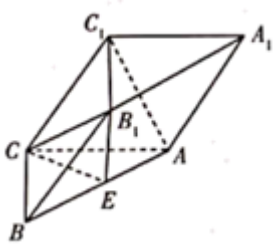
20.（12 分）我国在贵州省平塘县境内修建的 500 米口径球面射电望远镜（FAST）是目前世界上最大单口径射电望远镜.使用三年来，已发现 132 颗优质的脉冲星候选体，其中有 93 颗已被确认为新发现的脉冲星，脉冲星是上世纪 60 年代天文学的四大发现之一，脉冲星就是正在快速自转的中子星，每一颗脉冲星每两脉冲间隔时间（脉冲星的自转周期）是-定的，最小小到 0.0014 秒，最长的也不过 11.765735 秒.某-天文研究机构观测并统计了 93 颗已被确认为新发现的脉冲星的自转周期，绘制了如图的频率分布直方图.




（1）在 93 颗新发现的脉冲星中，自转周期在 2 至 10 秒的大约有多少颗？

（2）根据频率分布直方图，求新发现脉冲星自转周期的平均值.

21.（12 分）如图，在斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，平面$ABC\perp$平面$A_1ACC_1$，$CC_1=2$，$\triangle ABC$，$\triangle ACC_1$，均为正三角形，*E* 为 *AB* 的中点.




（Ⅰ）证明：$AC_1//$平面$B_1CE$；

（Ⅱ）求斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 截去三棱锥 $B_1-CBE$ 后剩余部分的体积.

22.（10 分）已知数列{$a_n$}的各项均为正，$S_n$ 为数列{$a_n$}的前 $n$ 项和，$a_n^2+2a_n=4S_n+1$.

（1）求{$a_n$}的通项公式；

（2）设 $b_n=\frac{a_n}{3^n}$，求数列{$b_n$}的前 $n$ 项和.

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据 $\Delta<0$，可知命题 $p$ 的真假，然后对 $x$ 取值，可得命题 $q$ 的真假，最后根据真值表，可得结果.

【详解】

对命题 $p$：

可知 $\Delta=(-1)^2-4<0$，

所以 $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1>0$

故命题 $p$ 为假命题

命题 $q$：

取 $x=3$，可知 $3^2>2^3$

所以 $\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2>2^x$

故命题 $q$ 为真命题

所以 $\neg p\wedge q$ 为真命题

故选：B

【点睛】

本题主要考查对命题真假的判断以及真值表的应用，识记真值表，属基础题.

2、A

【解析】

根据复数的运算法则，可得$z$，然后利用复数模的概念，可得结果.

【详解】

由题可知：$z=\frac{2i}{1+i}=\frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{2i-2i^2}{1-i^2}$

由$i^2=-1$，所以$z=1+i$

所以$|z|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

故选：A

【点睛】

本题主要考查复数的运算，考验计算，属基础题.

3、D

【解析】

直接根据折线图依次判断每个选项得到答案.

【详解】

由图可知月收入的极差为$90-30=60$，故选项 A 正确；

1 至 12 月份的利润分别为 20，30，20，10，30，30，60，40，30，30，50，30，7 月份的利润最高，故选项 B 正确；

易求得总利润为 380 万元，众数为 30，中位数为 30，故选项 C 正确，选项 D 错误.

故选：$D$.

【点睛】

本题考查了折线图，意在考查学生的理解能力和应用能力.

4、A

【解析】

结合复数的除法运算和模长公式求解即可

【详解】

∵复数$z=1+i$，∴$|z|=\sqrt{2}$，$z^2=(1+i)^2=2i$，则$\frac{|z|^2}{z}+z^2=\frac{2}{1+i}+2i=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}+2i=1-i+2i=1+i$，

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的除法、模长、平方运算，属于基础题

5、B

【解析】

由于直线的斜率 $\mathbf{k}=3$ ,所以一条渐近线的斜率为 $k'=-\frac{1}{3}$，即 $\frac{b}{a}=\frac{1}{3}$，所以 $e=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$，选 **B.**

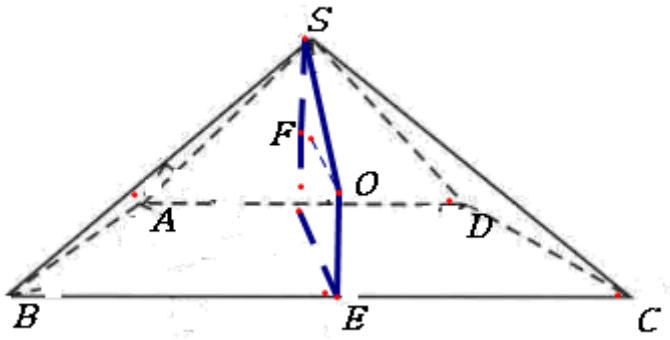
**6、A**

**【解析】**

根据平面 $SAD\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，则球心在过 $BC$ 的中点 $E$ 的面的垂线上，又 $\Delta SAD$ 是等边三角形，所以球心也在过 $\Delta SAD$ 的外心 $F$ 面的垂线上，从而找到球心，再根据已知量求解即可.

**【详解】**

依题意如图所示：




取 $BC$ 的中点 $E$，则 $E$ 是等腰梯形 $ABCD$ 外接圆的圆心，

取 $F$ 是 $\Delta SAD$ 的外心，作 $OE\perp$ 平面 $ABCD, OF\perp$ 平面 $SAB$，

则 $O$ 是四棱锥 $S-ABCD$ 的外接球球心，且 $OF=3, SF=2$，

设四棱锥 $S-ABCD$ 的外接球半径为 $R$，则 $R^2=SF^2+OF^2=13$，而 $OE=1$，

所以 $d_{\max}=R+OE=\sqrt{13}+1$，

故选：**A.**

**【点睛】**

本题考查组合体、球，还考查空间想象能力以及数形结合的思想，属于难题.

**7、B**

**【解析】**

试题分析：设 $A,B$ 在直线 $l$ 上的投影分别是 $A_1,B_1$，则 $|AF|=|AA_1|$，$|BF|=|BB_1|$，又 $M$ 是 $AB$ 中点，所以

$|MN|=\frac{1}{2}(|AA_1|+|BB_1|)$，则 $\frac{|MN|}{|AB|}=\frac{1}{2}\cdot\frac{|AA_1|+|BB_1|}{|AB|}=\frac{|AF|+|BF|}{2|AB|}$，在 $\Delta ABF$ 中

$|AB|^2=|AF|^2+|BF|^2-2|AF||BF|\cos\frac{2\pi}{3}=|AF|^2+|BF|^2+|AF||BF|=(|AF|+|BF|)^2-|AF||BF|\geq(|AF|+|BF|)^2$

$-(\frac{|AF|+|BF|}{2})^2=\frac{3}{4}(|AF|+|BF|)^2$，所以$\frac{(|AF|+|BF|)^2}{|AB|^2}\leq\frac{4}{3}$，即$\frac{|AF|+|BF|}{|AB|}\leq\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以$\frac{|MN|}{|AB|}\leq\frac{\sqrt{3}}{3}$，故选

**B.**

考点：抛物线的性质.

【名师点睛】

在直线与抛物线的位置关系问题中，涉及到抛物线上的点到焦点的距离，焦点弦长，抛物线上的点到准线（或与准线平行的直线）的距离时，常常考虑用抛物线的定义进行问题的转化．象本题弦$AB$的中点$M$到准线的距离首先等于$A,B$两点到准线距离之和的一半，然后转化为$A,B$两点到焦点$F$的距离，从而与弦长$|AB|$之间可通过余弦定理建立关系.

8、C

【解析】

根据不动点的定义，利用换底公式分离参数可得$\ln a=\frac{\ln x}{x}$；构造函数$g(x)=\frac{\ln x}{x}$，并讨论$g(x)$的单调性与最值，画出函数图象，即可确定$a$的取值范围.

【详解】

由$\log_a x=x$得，$\ln a=\frac{\ln x}{x}$.

令$g(x)=\frac{\ln x}{x}$，

则$g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，

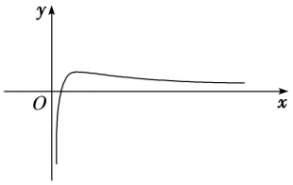
令$g'(x)=0$，解得$x=e$，

所以当$x\in(0,e)$时，$g'(x)>0$，则$g(x)$在$(0,e)$内单调递增；

当$x\in(e,+\infty)$时，$g'(x)<0$，则$g(x)$在$(e,+\infty)$内单调递减；

所以$g(x)$在$x=e$处取得极大值，即最大值为$g(e)=\frac{\ln e}{e}=\frac{1}{e}$，

则$g(x)=\frac{\ln x}{x}$的图象如下图所示：




由 $f(x)$ 有且仅有一个不动点，可得得 $\ln a<0$ 或 $\ln a=\frac{1}{e}$，

解得 $0<a<1$ 或 $a=e^{\frac{1}{e}}$.

故选：C

【点睛】

本题考查了函数新定义的应用，由导数确定函数的单调性与最值，分离参数法与构造函数方法的应用，属于中档题.

9、B

【解析】

根据二次函数图象的对称轴得出 $b$ 范围，$y$ 轴截距，求出 $a$ 的范围，判断 $g(x)$ 在区间端点函数值正负，即可求出结论.

【详解】

$\because f(x)=x^2-bx+a$，结合函数的图象可知，

二次函数的对称轴为 $x=\frac{b}{2}$，$0<f(0)=a<1$，

$\frac{1}{2}<x=\frac{b}{2}<1$，$\because f'(x)=2x-b$，

所以 $g(x)=a\ln x+f'(x)=a\ln x+2x-b$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

又因为 $g\left(\frac{1}{2}\right)=a\ln\frac{1}{2}+1-b<0, g(1)=a\ln 1+2-b>0$，

所以函数 $g(x)$ 的零点所在的区间是 $\left(\frac{1}{2},1\right)$.

故选:B.

【点睛】

本题考查二次函数的图象及函数的零点，属于基础题.

10、C

【解析】

根据 $A*B$ 定义，求出 $A*B$，即可求出结论.

【详解】

因为集合 $B=\{x\,|\,1\leqslant -x\leqslant 5\}$，所以 $B=\{x\,|\,-5\leqslant x\leqslant -1\}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/658107112120006075