

高考数学常考知识点题型汇总

三角函数

一 知识点总结

1. 角度制与弧度制的互化: $360^{\circ} = 2\pi$, $180^{\circ} = \pi$,

$$1\text{rad} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \approx 57.30^{\circ} = 57^{\circ} 18', \quad 1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \approx 0.01745 \text{ (rad)}$$

2. 弧长及扇形面积公式

弧长公式: $l = |\alpha|r$ 扇形面积公式: $S = \frac{1}{2}lr$

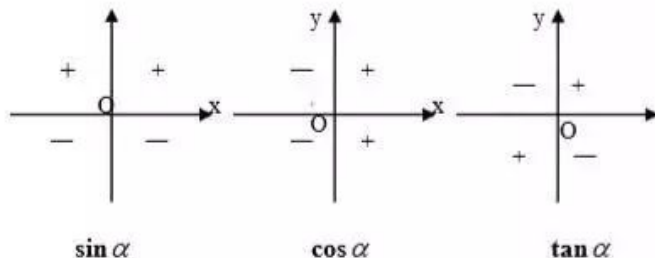
α ---是圆心角且为弧度制。 r -----是扇形半径

3. 任意角的三角函数

设 α 是一个任意角, 它的终边上一点 $P(x, y)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

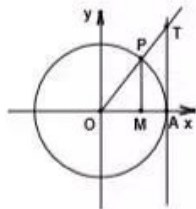
(1) 正弦 $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ 余弦 $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ 正切 $\tan \alpha = \frac{y}{x}$

(2) 各象限的符号:



4. 三角函数线

正弦线: MP ; 余弦线: OM ; 正切线: AT .



5. 同角三角函数的基本关系:

(1) 平方关系: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

(2) 商数关系: $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \quad (\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z})$

6. 诱导公式: 奇变偶不变, 符号看象限

(1) $\sin(2k\pi + \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(2k\pi + \alpha) = \cos \alpha$, $\tan(2k\pi + \alpha) = \tan \alpha \quad (k \in \mathbb{Z})$.

$$(2) \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha, \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha.$$

$$(3) \sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \tan(-\alpha) = -\tan \alpha.$$

$$(4) \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha, \quad \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha.$$

$$(5) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha.$$

$$(6) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha.$$

7 正弦函数、余弦函数和正切函数的图象与性质

三角函数	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \tan x$
图 象			
定 义 域	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$
值 域	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$(-\infty, +\infty)$
最大(小)值 ($k \in \mathbb{Z}$)	当 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ 时, $y_{\max} = 1$; 当 $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ 时, $y_{\min} = -1$.	当 $x = 2k\pi$ 时, $y_{\max} = 1$; 当 $x = 2k\pi + \pi$ 时, $y_{\min} = -1$.	无
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
周期性	$T = 2\pi$	$T = 2\pi$	$T = \pi$
有界性	有 界	有 界	无 界
单调性 ($k \in \mathbb{Z}$)	在 $[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$ 上都是增函数; 在 $[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}]$ 上都是减函数	在 $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$ 上都是增函数; 在 $[2k\pi, (2k+1)\pi]$ 上都是减函数	在 $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ 内部是增函数

8. 三角函数公式:

两角和与差的三角函数关系

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

倍角公式

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$= 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

9. 正弦定理 :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

10. 余弦定理:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A;$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

三角形面积定理. $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B.$

二、三角函数常考题型

三角函数题是高考数学试卷的第一道解答题，试题难度一般不大，但其战略意义重大，所以稳拿该题 12 分对文理科学生都至关重要。分析近年高考试卷，可以发现，三角解答题多数喜欢和平面向量综合在一起，且向量为辅，三角为主，主要有以下三类：

一、运用同角三角函数关系、诱导公式、和、差、倍、半等公式进行化简求值类。

例 1 已知向量 $\mathbf{a} = (\cos \frac{3}{2}x, \sin \frac{3}{2}x)$, $\mathbf{b} = (\cos \frac{x}{2}, -\sin \frac{x}{2})$, 且 $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ 。

(1) 若 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| > \sqrt{3}$, 求 x 的取值范围;

(2) 函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + |\mathbf{a} + \mathbf{b}|$, 若对任意 $x_1, x_2 \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$, 恒有 $|f(x_1) - f(x_2)| < t$, 求 t 的取值范围。

解: (1) $Q |\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \cos 2x, \therefore |\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{2 + 2\cos 2x} = -2\cos x > \sqrt{3}$,

即 $\cos x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$. $Q x \in [\frac{\pi}{2}, \pi], \therefore \frac{5\pi}{6} < x \leq \pi$.

(2) $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + |\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \cos 2x - 2\cos x = 2(\cos x - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{2}$.

$Q -1 \leq \cos x \leq 0, \therefore f(x)_{\max} = 3, f(x)_{\min} = -1$, 又 $Q |f(x_1) - f(x_2)| \leq f(x)_{\max} - f(x)_{\min} = 4, \therefore t > 4$

二、运用三角函数性质解题，通常考查正弦、余弦函数的单调性、周期性、最值、对称轴及对称中心。

例 3 已知向量 $\vec{a} = (\sin \alpha, -\frac{1}{2})$, $\vec{b} = (1, 2\cos \alpha)$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{5}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$

(1) 求 $\sin 2\alpha$ 及 $\sin \alpha$ 的值;

(2) 设函数 $f(x) = 5\sin(-2x + \frac{\pi}{2} + \alpha) + 2\cos^2 x$ ($x \in [\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{2}]$), 求 x 为何值时, $f(x)$ 取得最大值, 最大值是多少, 并求 $f(x)$ 的单调增区间。

解: (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{5}$, $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{25}, \therefore \sin 2\alpha = \frac{24}{25}$,

$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha = \frac{49}{25}, \therefore \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}, \therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

(2) $f(x) = 5\cos(2x - \alpha) + 1 + \cos 2x = 5(\cos 2x \cos \alpha + \sin 2x \sin \alpha) + \cos 2x + 1$

$= 5(\frac{3}{5}\cos 2x + \frac{4}{5}\sin 2x) + \cos 2x + 1 = 4\cos 2x + 4\sin 2x + 1 = 4\sqrt{2}\sin(2x + \frac{\pi}{4}) + 1, \therefore \frac{\pi}{24} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$,

$\therefore \frac{\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}, \therefore$ 当 $x = \frac{\pi}{24}$ 时, $f_{\max}(x) = f(\frac{\pi}{24}) = 1 + 2\sqrt{6}$, 要使 $y = f(x)$ 单调递增,

$\therefore -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, -\frac{3\pi}{8} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$, 又 $x \in [\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{2}]$, $\therefore y = f(x)$ 的单调增区间为

$[\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{8}]$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/658136070000006100>