

第2-1节 一维随机变量及其分布

一、随机变量的概念

二、分布函数的概念

三、例题讲解

四、小结

一、随机变量的概念

1.定义

设 E 是随机试验,它的样本空间是 $\Omega = \{\omega\}$. 如果对于每一个 $\omega \in \Omega$, 有一个实数 $X(\omega)$ 与之对应, 这样就得到一个定义在 Ω 上的单值实值函数 $X(\omega)$, 称 $X(\omega)$ 为随机变量.



随机变量通常用大写字母
 X, Y, Z 或希腊字母 ζ, η 等表示

而表示随机变量所取的值
时,一般采用小写字母 x, y, z 等.

2.说明:

1° 随机变量 $X = X(\omega)$ 是基本事件的函数，具体问题里具体规定.

2° 对于不同的基本事件， X 的取值亦要不同.

3° 每一基本事件都可用随机变量的取值来表示.

如 $X(\omega)$, 则 $\omega_k = \{X = x_k\}$.

4° 当 $x_k \neq x_r$ 时，事件 $\{X = \quad\}$ 与 $\{X = \quad\}$ 互不相容.

5° $\{X \leq x\}$ 表示 X 取小于等于 x 的每一个值所对应的基本事件的和事件

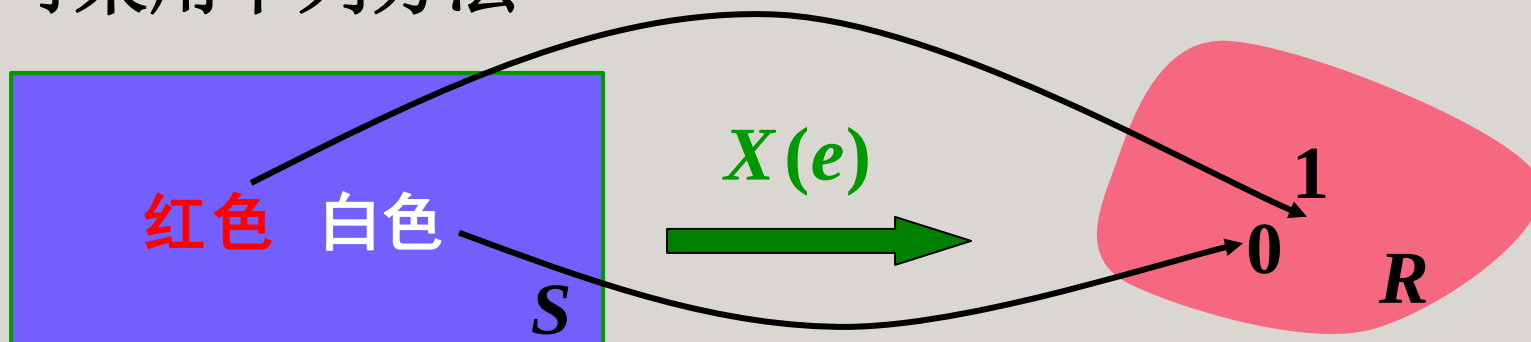
实例1 在一装有红球、白球的袋中任摸一个球，
观察摸出球的颜色。

$S = \{\text{红色、白色}\}$ $\xrightarrow{?}$ 将 S 数量化



非数量

可采用下列方法



即有 $X(\text{红色})=1$, $X(\text{白色})=0$.

$$X(e) = \begin{cases} 1, & e = \text{红色}, \\ 0, & e = \text{白色}. \end{cases}$$

这样便将非数量的 $S=\{\text{红色}, \text{白色}\}$ 数量化了.

实例2 抛掷骰子,观察出现的点数.

则有



$$S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

样本点本身就是数量

$$X(e) = e$$

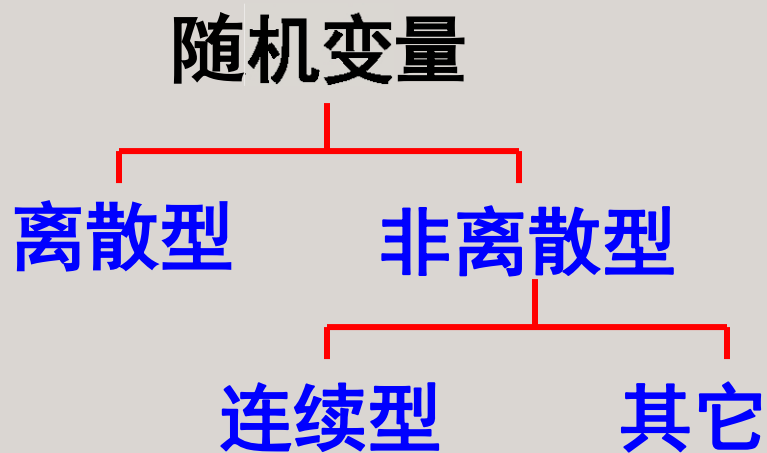
恒等变换

$$X(1)=1, X(2)=2, X(3)=3, X(4)=4, X(5)=5, X(6)=6,$$

且有

$$P\{X = i\} = \frac{1}{6}, \quad ($$

3.随机变量的分类



(1)离散型 随机变量所取的可能值是有限多个或无限可列个, 叫做离散型随机变量. **实**

例1 观察掷一个骰子出现的点数.

随机变量 X 的可能值是： 1, 2, 3, 4, 5, 6.

实例2 若随机变量 X 记为 “连续射击, 直至命中时的射击次数”, 则 X 的可能值是:

1, 2,

实例3 设某射手每次射击打中目标的概率是0.8, 现该射手射了30次, 则随机变量 X 记为 “击中目标的次数”, 则 X 的所有可能取值为:

0, 1, 2,

(2)连续型 随机变量所取的可能值可以连续地充满某个区间,叫做连续型随机变量.

实例1 随机变量 X 为“灯泡的寿命”.

则 X 的取值范围为 $[0, +\infty)$.

实例2 随机变量 X 为“测量某零件尺寸时的测量误差”.

则 X 的取值范围为 (a, b) .

二、分布函数的概念

1.概念的引入

对于随机变量 X , 我们不仅要知道 X 取哪些值, 要知道 X 取这些值的概率 ; 而且更重要的是想知道 X 在任意有限区间 (a,b) 内取值的概率.

例如

$$P\{x_1 < X \leq x_2\} = P\{X \leq x_2\} - P\{X \leq x_1\}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $F(x_2)$ $F(x_1)$

分布函数

$$P\{x_1 < X \leq x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$$

2.分布函数的定义

定义 设 X 是一个随机变量, x 是任意实数, 函数 $F(x) = P\{X \leq x\}$

称为 X 的分布函数.

说明:

- (1) 分布函数主要研究随机变量在某一区间内取值的概率情况.
- (2) 分布函数 $F(x)$ 是 x 的一个普通实函数.

例 1 抛掷均匀硬币, 令

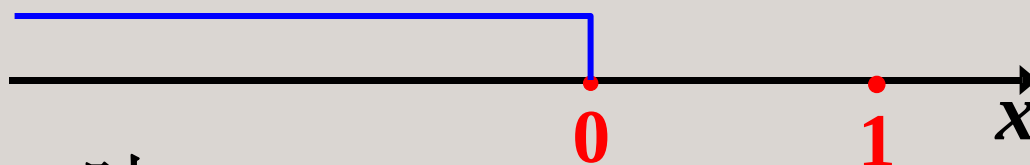
$$X = \begin{cases} 1, & \text{出正面,} \\ 0, & \text{出反面.} \end{cases}$$



求(1)随机变量 X 的分布函数. (教材P37例1.1)

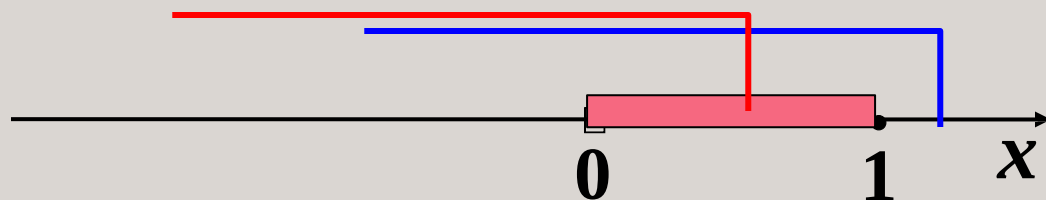
(2) 随机变量 X 在区间 $(\frac{1}{3}, 2]$ 上取值的概率。

解: (1) $p\{X = 1\} = p\{X = 0\} = \frac{1}{2},$



当 $x < 0$ 时,

$$F(x) = P\{X \leq x < 0\} = 0;$$



当 $0 \leq x < 1$ 时,

$$F(x) = P\{X \leq x\} = P\{X \leq 0\} + P\{0 < X \leq x\} = \frac{1}{2};$$

当 $x \geq 1$ 时,

$$\begin{aligned} F(x) &= P\{X \leq x\} \\ &= P\{X \leq 0\} + P\{0 < X \leq 1\} + P\{1 < X \leq x\} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1. \end{aligned} \quad \text{得 } F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/665024123211011101>