

2025 届湖北省武汉市第二十三中学高三冲刺模拟数学试卷

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, \lambda - 2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 λ 等于 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

2. 函数 $y = f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, 且 $f(x+1)$ 是偶函数, 若 $f(2x-2) > f(2)$, 则 x 的取值范围是 ()

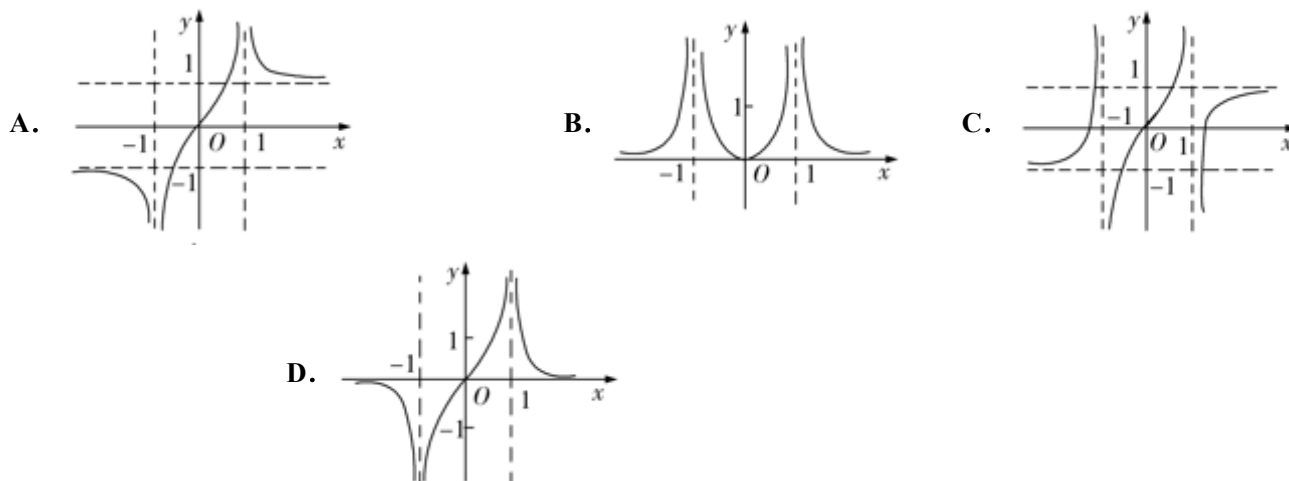
- A. $(2, +\infty)$ B. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
C. $(1, 2)$ D. $(-\infty, 1)$

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 2x, & x > 0 \\ x^2 + \frac{3}{2}x, & x \leq 0 \end{cases}$ 的图像上有且仅有四个不同的关于直线 $y = -1$ 对称的点在 $g(x) = kx - 1$ 的图像

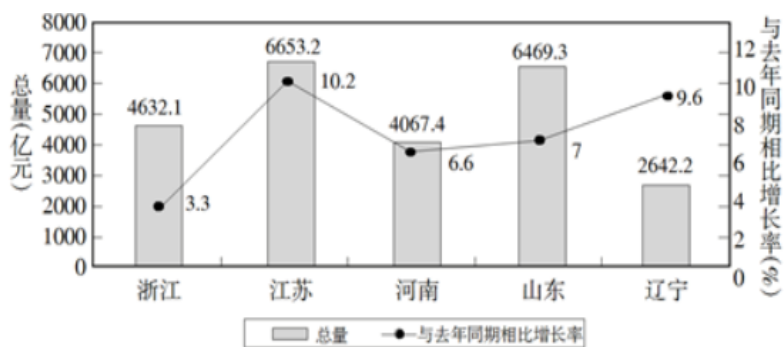
上, 则 k 的取值范围是()

- A. $(\frac{1}{3}, \frac{3}{4})$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ C. $(\frac{1}{3}, 1)$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

4. 函数 $f(x) = \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$ 的图象大致为



5. 如图所示是某年第一季度五省 GDP 情况图, 则下列说法中不正确的是 ()

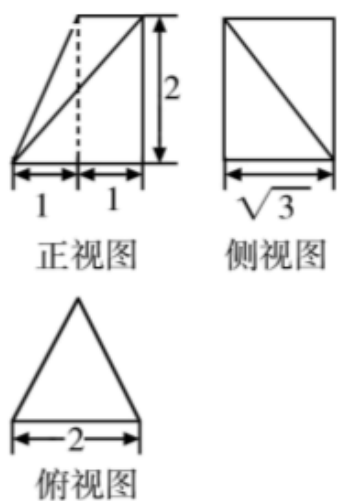


- A. 该年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 3 的是山东省
- B. 与去年同期相比, 该年第一季度的 GDP 总量实现了增长
- C. 该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省份有 2 个
- D. 去年同期浙江省的 GDP 总量超过了 4500 亿元

6. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点, 过 F_1 的直线与双曲线的两支分别交于 A, B 两点 (A 在右支, B 在左支) 若 $\triangle ABF_2$ 为等边三角形, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{7}$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的最长棱的长为 ()



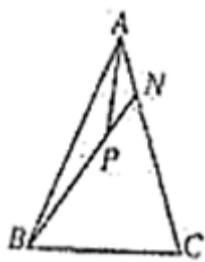
- A. $2\sqrt{5}$ B. 4 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

8. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的两个焦点, 过点 F_1 且垂直于 x 轴的直线与 C 相交于 A, B 两点, 若

$|AB| = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABF_2$ 的内切圆半径为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$, P 是 BN 上一点, 若 $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, 则实数 t 的值为 ()



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{3}{4}$

10. 设 $(1+i) \cdot z = 1-i$, 则复数 z 的模等于 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 1 D. $\sqrt{3}$

11. 将函数 $f(x) = 2\sin(3x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后, 得到函数的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称,

则函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ 上的值域是 ()

- A. $[-1, 2]$ B. $[-\sqrt{3}, 2]$ C. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$ D. $[-\sqrt{2}, 2]$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线 l 交双曲线的右支于点 P , 以双曲线的实轴为直径的圆与直线 l 相切, 切点为 H , 若 $|F_1P| = 3|F_1H|$, 则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{13}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知两动点 A, B 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$) 上, 动点 P 在直线 $3x + 4y - 10 = 0$ 上, 若 $\angle APB$ 恒为锐角, 则椭圆 C 的离心率的取值范围为_____.

14. 在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中, $A = 60^\circ$, 点 P 在菱形 $ABCD$ 所在的平面内. 若 $PA = 3, PC = \sqrt{21}$, 则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD} =$ _____.

15. 若函数 $f(x) = mx^2 - e^x + 1$ (e 为自然对数的底数) 在 $x = x_1$ 和 $x = x_2$ 两处取得极值, 且 $x_2 \geq 2x_1$, 则实数 m 的取值范围是_____.

16. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足: ①对任意的 $x, y \in R$, 都有 $f(x-y) = f(x) - f(y)$; ②当 $x < 0$ 时,

$f(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 的解析式可以是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足: $a_1 = b_1 = 1, b_n \in \mathbb{N}^*, a_2 + a_4 + a_9 = 3b_3, 3a_{b_3} = b_5 - 30$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\left\{\frac{n^2}{a_n \cdot a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分) 已知 $f(x) = x - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - k \ln x - 1 (k \in \mathbb{R})$.

(1) 若 $f(x)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 求 k 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点, 判断函数 $f(x)$ 零点的个数.

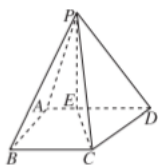
19. (12 分) 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases} (0 \leq \alpha < \pi, t \text{ 为参数})$, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = \frac{4 \cos \theta}{\sin^2 \theta}$.

(1) 将曲线 C 的极坐标方程化为直角坐标方程, 并说明曲线 C 的形状;

(2) 若直线 l 经过点 $(1, 0)$, 求直线 l 被曲线 C 截得的线段的长.

20. (12 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC, \angle ABC = \frac{\pi}{2}, PE \perp$ 面

$ABCD, AD = 3AE, AB = BC = 2AE = 2, PC = 3$.



(1) 在线段 PD 上是否存在点 F , 使 $CF \parallel$ 面 PAB , 说明理由;

(2) 求二面角 $E-PC-D$ 的余弦值.

21. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n = 2^{n-1} (n \in \mathbb{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 且 b_n, a_n, b_{n+1} 成等差数列.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项;

(2) 设 $c_n = b_n \cdot \log_2 a_{n+1}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (10 分) 求函数 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{3x+2}$ 的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由已知结合向量垂直的坐标表示即可求解.

【详解】

因为 $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (2, \lambda - 2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 + 2(\lambda - 2) = 0,$$

则 $\lambda = 1$.

故选: D.

【点睛】

本题主要考查了向量垂直的坐标表示, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平, 属于基础题.

2、B

【解析】

根据题意分析 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称, 即可得到 $f(x)$ 的单调区间, 利用对称性以及单调性即可得到 x 的取值范围.

【详解】

根据题意, 函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x+1)$ 是偶函数, 则函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称,

若函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, 则 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上递增,

所以要使 $f(2x-2) > f(2)$, 则有 $|2x-2-1| > 1$, 变形可得 $|2x-3| > 1$,

解可得: $x > 2$ 或 $x < 1$, 即 x 的取值范围为 $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$;

故选: B.

【点睛】

本题考查偶函数的性质, 以及函数单调性的应用, 有一定综合性, 属于中档题.

3、D

【解析】

根据对称关系可将问题转化为 $f(x)$ 与 $y = -kx - 1$ 有且仅有四个不同的交点；利用导数研究 $f(x)$ 的单调性从而得到

$f(x)$ 的图象；由直线 $y = -kx - 1$ 恒过定点 $A(0, -1)$ ，通过数形结合的方式可确定 $-k \in (k_{AC}, k_{AB})$ ；利用过某一点曲线切线斜率的求解方法可求得 k_{AC} 和 k_{AB} ，进而得到结果.

【详解】

$g(x) = kx - 1$ 关于直线 $y = -1$ 对称的直线方程为： $y = -kx - 1$

$\therefore$ 原题等价于 $f(x)$ 与 $y = -kx - 1$ 有且仅有四个不同的交点

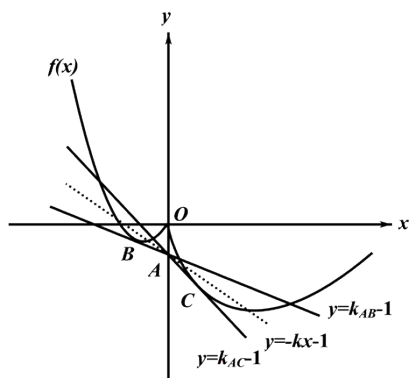
由 $y = -kx - 1$ 可知，直线恒过点 $A(0, -1)$

当 $x > 0$ 时， $f'(x) = \ln x + 1 - 2 = \ln x - 1$

$\therefore f(x)$ 在 $(0, e)$ 上单调递减；在 $(e, +\infty)$ 上单调递增

由此可得 $f(x)$ 图象如下图所示：

其中 AB 、 AC 为过 A 点的曲线的两条切线，切点分别为 B, C



由图象可知，当 $-k \in (k_{AC}, k_{AB})$ 时， $f(x)$ 与 $y = -kx - 1$ 有且仅有四个不同的交点

设 $C(m, m \ln m - 2m)$ ， $m > 0$ ， 则 $k_{AC} = \ln m - 1 = \frac{m \ln m - 2m + 1}{m - 0}$ ， 解得： $m = 1$

$\therefore k_{AC} = -1$

设 $B(n, n^2 + \frac{3}{2}n)$ ， $n \leq 0$ ， 则 $k_{AB} = 2n + \frac{3}{2} = \frac{n^2 + \frac{3}{2}n + 1}{n - 0}$ ， 解得： $n = -1$

$\therefore k_{AB} = -2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$

$\therefore -k \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ ， 则 $k \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$

本题正确选项： D

【点睛】

本题考查根据直线与曲线交点个数确定参数范围的问题；涉及到过某一点的曲线切线斜率的求解问题；解题关键是能够通过对称性将问题转化为直线与曲线交点个数的问题，通过确定直线恒过的定点，采用数形结合的方式来进行求解。

4、D

【解析】

由题可得函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x | x \neq \pm 1\}$ ，

因为 $f(-x) = \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| = -\ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| = -f(x)$ ，所以函数 $f(x)$ 为奇函数，排除选项 B；

又 $f(1.1) = \ln 2.1 > 1$ ， $f(3) = \ln 2 < 1$ ，所以排除选项 A、C，故选 D。

5、D

【解析】

根据折线图、柱形图的性质，对选项逐一判断即可。

【详解】

由折线图可知 A、B 项均正确，该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的

省份有江苏均第一、河南均第四，共 2 个，故 C 项正确； $4632.1 \div (1 + 3.3\%) \approx 4484 < 4500$ 。

故 D 项不正确。

故选：D。

【点睛】

本题考查折线图、柱形图的识别，考查学生的阅读能力、数据处理能力，属于中档题。

6、D

【解析】

根据双曲线的定义可得 $\triangle ABF_2$ 的边长为 $4a$ ，然后在 $\triangle AF_1F_2$ 中应用余弦定理得 a, c 的等式，从而求得离心率。

【详解】

由题意 $|AF_1| - |AF_2| = 2a$ ， $|BF_2| - |BF_1| = 2a$ ，又 $|AF_2| = |BF_2| = |AB|$ ，

$\therefore |AF_1| - |BF_1| = |AB| = 4a$ ， $\therefore |BF_1| = 2a$ ，

在 $\triangle AF_1F_2$ 中 $|F_1F_2|^2 = |AF_1|^2 + |AF_2|^2 - 2|AF_1||AF_2|\cos 60^\circ$ ，

即 $4c^2 = (6a)^2 + (4a)^2 - 2 \times 6a \times 4a \times \frac{1}{2} = 28a^2$ ， $\therefore$

故选：D。

【点睛】

本题考查求双曲线的离心率，解题关键是应用双曲线的定义把 A 到两焦点距离用 a

表示，然后用余弦定理建立关系式.

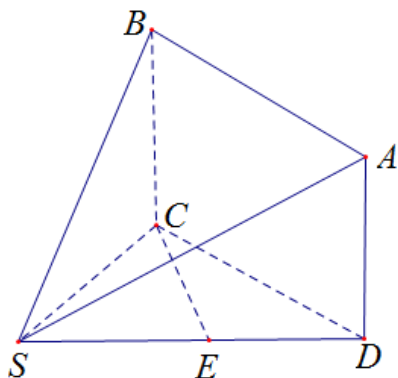
7、D

【解析】

先根据三视图还原几何体是一个四棱锥，根据三视图的数据，计算各棱的长度.

【详解】

根据三视图可知，几何体是一个四棱锥，如图所示：



由三视图知： $|AD|=2$ ， $|AE|=\sqrt{3}$ ， $|SD|=2$ ，

所以 $|SC|=|DC|=2$ ，

所以 $|SA|=\sqrt{|SD|^2+|AD|^2}=2\sqrt{2}$ ， $|SB|=\sqrt{|SC|^2+|BC|^2}=2\sqrt{2}$ ，

所以该几何体的最长棱的长为 $2\sqrt{2}$

故选：D

【点睛】

本题主要考查三视图的应用，还考查了空间想象和运算求解的能力，属于中档题.

8、B

【解析】

首先由 $|AB|=\sqrt{2}$ 求得双曲线的方程，进而求得三角形的面积，再由三角形的面积等于周长乘以内切圆的半径即可求解.

【详解】

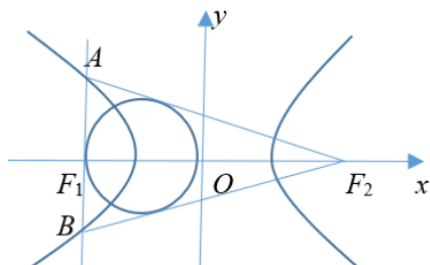
由题意 $b=1$ 将 $x=-c$ 代入双曲线 C 的方程，得 $y=\pm\frac{1}{a}$ 则 $\frac{2}{a}=\sqrt{2}$ ， $a=\sqrt{2}$ ， $c=\sqrt{3}$ ，由

$|AF_2|-|AF_1|=|BF_2|-|BF_1|=2a=2\sqrt{2}$ ，得 $\triangle ABF_2$ 的周长为

$$|AF_2| + |BF_2| + |AB| = 2a + |AF_1| + 2a + |BF_1| + |AB| = 4a + 2|AB| = 6\sqrt{2},$$

设 $\triangle ABF_2$ 的内切圆的半径为 r , 则 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2}r = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{2}$, $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

故选: B



【点睛】

本题考查双曲线的定义、方程和性质, 考查三角形的内心的概念, 考查了转化的思想, 属于中档题.

9、C

【解析】

由题意, 可根据向量运算法则得到 $\vec{AP} = \frac{2}{5}m\vec{AC} + (1-m)\vec{AB}$, 从而由向量分解的唯一性得出关于 t 的方程, 求出 t 的值.

【详解】

由题意及图, $\vec{AP} = \vec{AB} + \vec{BP} = \vec{AB} + m\vec{BN} = \vec{AB} + m(\vec{AN} - \vec{AB}) = m\vec{AN} + (1-m)\vec{AB}$,

又, $\vec{AN} = \frac{2}{3}\vec{NC}$, 所以 $\vec{AN} = \frac{2}{5}\vec{AC}$, $\therefore \vec{AP} = \frac{2}{5}m\vec{AC} + (1-m)\vec{AB}$,

又 $\vec{AP} = t\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$, 所以 $\begin{cases} 1-m=t \\ \frac{2}{5}m=\frac{1}{3} \end{cases}$, 解得 $m=\frac{5}{6}$, $t=\frac{1}{6}$,

故选 C.

【点睛】

本题考查平面向量基本定理, 根据分解的唯一性得到所求参数的方程是解答本题的关键, 本题属于基础题.

10、C

【解析】

利用复数的除法运算法则进行化简, 再由复数模的定义求解即可.

【详解】

因为 $(1+i) \cdot z = 1-i$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/665211220232012101>