掌心博阅电子书重点名校考研专业课精品资料系列

【复试】2024年西安电子科技大学080400仪器科学与技术《复试:9045现代控制理论》考研复试核心110题(选择+判断+解答题)

主编：掌心博阅电子书

青岛掌心博阅电子书 出品

特别说明

本书严格按照该科目考研复试笔试最新题型、试题数量和复试考试难度出题，结合考研历年复试经验，整理编写了五套复试仿真模拟试题并给出了答案解析。涵盖了这一复试科目常考试题及重点试题，针对性强，是复试报考本校笔试复习的首选资料。

版权声明

青岛掌心博阅电子书依法对本书享有专有著作权，同时我们尊重知识产权，对本电子书部分内容参考和引用的市面上已出版或发行图书及来自互联网等资料的文字、图片、表格数据等资料，均要求注明作者和来源。但由于各种原因，如资料引用时未能联系上作者或者无法确认内容来源等，因而有部分未注明作者或来源，在此对原作者或权利人表示感谢。若使用过程中对本书有任何异议请直接联系我们，我们会在第一时间与您沟通处理。

因编撰此电子书属于首次，加之作者水平和时间所限，书中错漏之处在所难免，恳切希望广大考生读者批评指正。

特别说明

说明：本书按照复试要求、大纲真题、指定参考书等公开信息潜心整理编写，由学长严格审核校对，仅供考研备考使用，与目标学校及研究生院官方无关，如有侵权请联系我们立即处理。

一、选择题

1. **下面_____矩阵最病态。**

A. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3.0001 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3.0001 \end{pmatrix}$

【答案】C

2. **对确定性线性连续时不变系统，设计的线性观测器输入信号有 2 类信号，即_____。**

A.原系统的输入和输出

B.原系统的输入和状态

C.原系统的状态和输出

D.自身的状态和原系统的输入

【答案】A

3. **下面关于连续线性系统的能观性说法错误的是_____。**

A.一个系统不能观，意味着存在 $\boldsymbol{x}(t_0)$ 满足 $\boldsymbol{C}(t)\boldsymbol{\Phi}(t,t_0)\boldsymbol{x}(t_0)=0, t\in[t_0,t_f]$。

B.能观性表征了输出反映内部状态的能力。

C.常数非奇异变换不改变系统的能观性。

D.系统状态若不完全能观，则一定可以将状态分成完全能观子空间和不完全能观的子空间，这两个子空间完全正交。

【答案】A

4. **下列四个系统中不能控的是_____。**

A. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}\boldsymbol{u}$

B. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\boldsymbol{u}$

C. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}\boldsymbol{u}$

D. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}-7 & 0 & 0\\ 0 & -5 & 0\\ 0 & 0 & -5\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}2\\ 1\\ 1\end{bmatrix}\boldsymbol{u}$

【答案】A

5. **已知** $\dot{x}=-2x+4u,,y=4x,t\geq 0$**，若输入信号是** $\sin(4t+\pi/2)$**，则该系统的输出信号频率是_____Hz。**

A. $2/\pi$

B. $4/\pi$

C. $1/2\pi$

D. 2π

【答案】B

6. **下面关于时不变线性系统的控制综合说法正确的是_____。**

A.基于极点配置实现状态反馈控制一定可以使系统稳定。

B.不可控的系统也是不可镇定的。

C.不可观的系统一定不能通过基于降维观测器的状态反馈实现系统镇定。

D.基于观测器的状态反馈实际是输出动态补偿与串联补偿的复合。

【答案】A

7. **已知系统的状态方方程为** $\dot{x}=Ax$**，为判定稳定性，需写出 Lyapunov 方程。已知，I 是单位阵、** Q **是正定对称阵，下面哪一个不是正确的 Lyapunov 方程_____。**

A. $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}=-\mathbf{I}$

B. $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}=-2\mathbf{I}$

C. $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{Q}$

D. $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{Q}$

【答案】B

8. **下面关于建模和模型说法错误的是_____。**

A.无论是何种系统，其模型均可用来提示规律或因果关系。

B.建模实际上是通过数据、图表、数学表达式、程序、逻辑关系或各种方式的组合表示状态变量、输入变量、输出变量、参数之间的关系。

C.为设计控制器为目的建立模型只需要简练就可以了。

D.工程系统模型建模有两种途径，一是机理建模，二是系统辨识。

【答案】C

9. **下面关于线性非奇异变换** $x=Pz$ **说法错误的是_____。**

A.非奇异变换阵 P 是同一个线性空间两组不同基之间的过渡矩阵。

B.对于线性定常系统，线性非奇异变换不改变系统的特征值。

C.对于线性定常系统，线性非奇异变换不改变系统的传递函数。

D.对于线性定常系统，线性非奇异变换不改变系统的状态空间描述。

【答案】D

10．**已知系统的输出为 y,状态为 x,控制为 u,下面线性状态反馈控制表述正确的是_____**

A.状态反馈矩阵的引入增加了新的状态变量。

B.状态反馈矩阵的引入增加了系统的维数。

C.状态反馈矩阵的引入可以改变系统的特征值。

D.状态反馈控制律形式是 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{Ky}$ 。

【答案】A

11．**对于惯性系统，n 阶系统 $\Sigma=(A,B,C)$ 是可实现严真传递函数矩阵 $G(s)$ 的一个最小实现的充要条件为_____。**

A. (A,B) 能控且 (A,C) 不能观

B. (A,B) 不能控且 (A,C) 能观

C. (A,B) 不能控且 (A,C) 不能观

D. (A,B) 能控且 (A,C) 能观

【答案】D

12．**对于能控能观的线性定常连续系统，采用静态输出反馈闭环系统的状态_____。**

A.能控且能观

B.能观

C.能控

D.ABC 三种情况都有可能

【答案】A

13．**关于线性系统与非线性系统说法正确的是_____。**

A.凡是输入和状态关系满足叠加性的系统就是线性系统。

B.非线性方程一定表示非线性系统。

C.系统中含有非线性元件的系统一定是非线性系统。

D.因为初始条件与冲激输入的效果是完全等效，所以将 $\Sigma=(A,B,C,D)$ 在任何情况下都看成线性系统。

【答案】D

14．**下列不属于状态转移矩阵性质的是_____。**

A.非唯一性

B.自反性

C.反身性

D.传递性

【答案】A

15．**下面关于线性定常系统的反馈控制表述正确的是_____。**

A.基于状态观测器的反馈闭环系统与直接状态反馈闭环系统的响应在每一时刻都是相等的。

B.不可控的系统也可能采用反馈控制对其进行镇定。

C.对可控系统，输出反馈与状态反馈均可以实现极点任意配置。

D.Lyapunov 函数方法只能用来判定稳定性，不能用于设计使系统稳定的控制器。

【答案】B

16．**系统** $\ddot{y}(t)+3\dot{y}(t)+10=u(t)$ **的类型是_____。**

A.集中参数、线性、动态系统。

B.集中参数、非线性、动态系统。

C.非集中参数、线性、动态系统。

D.集中参数、非线性、静态系统。

【答案】B

17．$\boldsymbol{\Phi}[(k+1)T,kT]$ **在** $t_0=kT$ **附近泰勒展开的一阶近似为_____。**

A. $\boldsymbol{A}(t_0)T$

B. $\mathbf{I}+\boldsymbol{A}(t_0)T$

C. $\mathbf{I}+\boldsymbol{A}(t)T$

D. $\mathbf{I}-\boldsymbol{A}(t_0)T$

【答案】B

18．**下面关于连续线性系统的能控性说法正确的是_____。**

A.若 t_0 时刻的状态 $\boldsymbol{x}_0$ 能控，设 $t_f>t_0$ 且在系统的时间定域内，则必有 $\boldsymbol{x}_0=-\int_{t_0}^{t_f}\boldsymbol{\Phi}(\tau,t_0)\boldsymbol{B}(\tau)\boldsymbol{u}(\tau)d\tau$ 。

B.能控性是指存在受限控制使系统由任意初态转移到零状态的能力。

C.常数非奇异变换改变系统的能控性。

D.系统状态若不完全能控，则一定可以将状态分成完全能控子空间和不完全能控的子空间，这两个子空间完全正交。

【答案】D

19．**下面关于系统 Lyapunov 稳定性说法正确的是_____。**

A.系统 Lyapunov 稳定性是针对平衡点的，只要一个平衡点稳定，其他平衡点也稳定。

B.通过克拉索夫斯基法一定可以构造出稳定系统的 Lyapunov 函数。

C.Lyapunov 第二法只可以判定一般系统的稳定性，判定线性系统稳定性，只可以采用 Lyapunov 方程。

D.线性系统 Lyapunov 局部稳定等价于全局稳定性。

【答案】C

20．**状态空间描述** $\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u},\boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{u}$ **中系统矩阵是_____。**

A. $\boldsymbol{A}$

B. $\boldsymbol{B}$

C. $\boldsymbol{C}$

D. $\boldsymbol{D}$

【答案】A

21．**已知** $\dot{x}=-5x+3u,,y=4x,t\geq 0$ **，则该系统是_____。**

A.能控不能观的

B.能控能观的

C.不能控能观的

D.不能控不能观的

【答案】B

22．**下面关于两类 auchy 问题的等价性说法错误的是_____。**

A.冲激输入与初始条件效果是等效的。

B.系统的初始能量可以是以往积累的结果，也可以是瞬时冲激脉冲提供。

C.零初始条件下，冲激输入的效果与一个只靠释放初始内部能量而动作的自由运动系统的效果是一样的。

D.一个非零初值条件的系统，一定不能用零初始条件系统替代说明问题。

【答案】C

23．**已知信号的最高频为 ω_f，则通过离散化后能复原原信号的采样频率为_____。**

A.小于等于 ω_f

B.ω_f

C.$1.5\omega_f$

D.大于等于 $2\omega_f$

【答案】D

24．**下面关于稳定线性系统的响应说法正确的是_____。**

A.线性系统的响应包含两部分，一部是零状态响应，一部分是零输入响应。

B.线性系统的零状态响应是稳态响应的一部分。

C.线性系统暂态响应是零输入响应的一部分。

D.离零点最近的极点在输出响应中所表征的运动模态权值越大。

【答案】A

25．**传递函数 G（s）的分母多项式为 $\alpha_G(s)$ 导出的状态空间描述的特征多项式为 $\alpha(s)$，则必有_____。**

A. $\alpha_G(s)=\alpha(s)$

B. $\alpha_G(s)>\alpha(s)$

C. $\alpha_G(s)<\alpha(s)$

D. $\deg\alpha_G(s)\le\deg\alpha(s)$

【答案】A

26．**系统的状态方程为齐次微分方程 $\dot{x}=Ax$，若初始时刻为 0，x（0）=x0 则其解为_____。**

A. $\boldsymbol{x}(t)=\mathrm{e}^{At},t\ge0$

B. $\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}_0\mathrm{e}^{At},t\ge0$

C. $\boldsymbol{x}(t)=\mathrm{e}^{A}\boldsymbol{x}_0,t\ge0$

D. $\boldsymbol{x}(t)=\mathrm{e}^{At}\boldsymbol{x}_0,t\ge0$

【答案】B

27．**已知时变系统的状态转移矩阵为，则 $\dot{\boldsymbol{\Phi}}^{-1}(t,t_0)$ 等于_____。**

A. $\boldsymbol{\Phi}(t,t_0)\boldsymbol{A}(\mathrm{t})$

B. $-\boldsymbol{\Phi}(t_0,t)\boldsymbol{A}(t)$

C. $\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{\Phi}(t,t_0)$

D. $\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{\Phi}(t_0,t)$

【答案】D

28．**下面关于连续线性时不变系统的能控性与能观性说法正确的是_____。**

A.能控且能观的状态空间描述一定对应着某些传递函数阵的最小实现。

B.能控性是指存在受限控制使系统由任意初态转移到零状态的能力。

C.能观性表征的是状态反映输出的能力。

D.对控制输入的确定性扰动影响线性系统的能控性，不影响能观性。

【答案】A

29．**下面关于线性连续定常系统的最小实现说法中_____是不正确的。**

A.最小实现的维数是唯一的。

B.最小实现的方式是不唯的，有无数个。

C.最小实现的系统是能观且能控的。

D.最小实现的系统是稳定的。

【答案】B

30．**下面关于线性时不变系统的观测器说法正确的是_____。**

A.观测器在任何情况下一定存在。

B.观测器只有在不能观的部分渐近稳定时才存在。

C.全维观测器要比降维观测器简单。

D.观测器观测的状态在任意时刻与原系统的状态是相等的。

【答案】B

31．**下列四个系统中能观的是_____。**

A. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}-7&0&0\\0&-5&0\\0&0&-1\end{bmatrix}\boldsymbol{x},\quad \boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}0&4&5\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$

B. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}-7&0&0\\0&-5&0\\0&0&-1\end{bmatrix}\boldsymbol{x},\quad \boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}3&2&0\\0&3&1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$

C. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}-2&0\\0&-5\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\boldsymbol{u},\quad \boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}0&1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$

D. $\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}3&1&0&0\\0&3&1&0\\0&0&3&0\\0&0&0&3\end{bmatrix}\boldsymbol{x},\quad \boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}$

【答案】B

32．**对于三维状态空间（各坐标值用 x_1, x_2, x_3 表示），下面哪一个函数不是正定的。_____**

A. $V(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + x_2^2$

B. $V(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$

C. $V(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + x_2^2 + |x_3|$

D. $V(\boldsymbol{x}) = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 8x_3^2$

【答案】C

33．**SISO 线性定常系统和其对偶系统，它们的输入输出传递函数是_____。**

A.不一定相同

B.一定相同的

C.倒数关系

D.互逆关系

【答案】B

34．**.线性 SISO 定常系统 $\Sigma = (A, b, c)$，输出渐近稳定的充要条件是_____。**

A.其不可简约的传递函数 $G(s)$ 的全部极点位于 s 的左半平面。

B.矩阵 A 的特征值均具有负实部。

C.其不可简约的传递函数 $G(s)$ 的全部极点位于 s 的右半平面。

D.矩阵 A 的特征值均具有非正实部。

【答案】B

35．**下面关于状态矢量的非奇异线性变换说法不正确的是_____。**

A.对状态矢量的线性变换实质是换基。

B.非奇异线性变换后的系统特征值不变。

C.非奇异线性变换后的系统运动模态不变。

D.同一线性时不变系统的两个状态空间描述不可以非奇异线性变换互相转换。

【答案】D

36．**系统前向通道传递函数阵为 G1（s），反馈通道传递函数阵为 G2（s），则系统闭环传递函数为_____。**

A. $\boldsymbol{G}_1(s)[\mathbf{I} + \boldsymbol{G}_2(s)\boldsymbol{G}_1(s)]^{-1}$

B. $\boldsymbol{G}_1(s)[\mathbf{I} + \boldsymbol{G}_1(s)\boldsymbol{G}_2(s)]^{-1}$

C. $[\mathbf{I} + \boldsymbol{G}_1(s)\boldsymbol{G}_2(s)]^{-1}\boldsymbol{G}_2(s)$

D. $[I + \boldsymbol{G}_2(s)\boldsymbol{G}_1(s)]^{-1}\boldsymbol{G}_2(s)$

【答案】B

37．**状态空间描述 $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$ 中控制矩阵是_____。**

A. $\boldsymbol{A}$

B. $\boldsymbol{B}$

C. $\boldsymbol{C}$

D. $\boldsymbol{D}$

【答案】C

38．**下面关于控制与控制系统说法错误的是_____。**

A.反馈闭环控制可以在一定程度上克服不确定性。

B.反馈闭环控制不可能克服系统参数摄动。

C.反馈闭环控制可在一定程度上克服外界扰动的影响。

D.控制系统在达到控制目的的同时，强调稳、快、准、鲁棒、资源少省。

【答案】B

39．**对 SISO 线性定常连续系统，传递函数存在零极点对消，则系统状态_____。**

A.不能控且不能观

B.不能观

C.不能控

D.ABC 三种情况都有可能

【答案】D

40．**线性定常系统的状态转移矩阵 e^{At} 的性质错误的是_____。**

A.若 t 和 τ 是独立的自变量，则有 $e^{At}e^{A\tau}=e^{A(t+\tau)}$

B. $Ae^{At}=e^{At}A$

C. $A^{-1}e^{At}=e^{At}A^{-1}$

D. $e^{(A+B)t}=e^{At}e^{B\tau}$

【答案】D

二、判断题

41．**一个系统的平衡状态可能有多个，因此系统的李雅普诺夫稳定性与系统受扰前所处的平衡位置无关。**

_____

【答案】×

42．**若一个系统是李雅普诺夫意义下稳定的，则该系统在任意平衡状态处都是稳定的_____**

【答案】×

43．**若一个对象的连续时间状态空间模型是能控的，则其离散化状态空间模型也一定是能控的。_____**

【答案】×

44．**对于线性连续定常系统的最小实现是唯一的。_____**

【答案】×

45．**对线性连续定常系统，非奇异变换后的系统特征值不变。_____**

【答案】√

46．**对一个给定的状态空间模型，若它是状态能控的，则也一定是输出能控的。_____**

【答案】×

47．**若一线性定常系统的平衡状态是渐近稳定的，则从系统的任意一个状态出发的状态轨迹随着时间的推移都将收敛到该平衡状态。**_____

【答案】√

48．**输出变量是状态变量的部分信息，因此一个系统状态能控意味着系统输出能控。**_____

【答案】×

49．**稳定性问题是相对于某个平衡状态而言的。**_____

【答案】√

50．**对于 SISO 线性连续定常系统，状态反馈后形成的闭环系统零点与原系统一样。**_____

【答案】√

51．**若传递函数** $G(s)=C(sI-A)^{-1}B$ **存在零极相消，则对应状态空间模型描述的系统是不能控的**_____

【答案】×

52．**对系统** $\dot{x}=Ax$ **，其 Lyapunov 意义下的渐近稳定性和矩阵 A 的特征值都具有负实部是一致的。**_____

【答案】√

53．**若线性二次型最优控制问题有解，则可以得到一个稳定化状态反馈控制器。**_____

【答案】√

54．**相比于经典控制理论，现代控制理论的一个显著优点是可以用时域法直接进行系统的分析和设计。**_____

【答案】√

55．**若 A、B 是方阵，则必有成立。**_____

【答案】×

56．**等价的状态空间模型具有相同的传递函数。**_____

【答案】√

57．**根据线性二次型最优控制问题设计的最优控制系统一定是渐近稳定的。**_____

【答案】√

58．**状态反馈不改变系统的能控性。**_____

【答案】√

59．**具有对角型状态矩阵的状态空间模型描述的系统可以看成是由多个一阶环节串联组成的系统**_____

【答案】×

60．**传递函数的状态空间实现不唯一的一个主要原因是状态变量选取不唯一。**_____

【答案】√

61．**线性连续定常系统的最小实现的维数是唯一的。**_____

【答案】√

62．**线性系统的状态转移矩阵是唯一的。**_____

【答案】√

63．**任一线性连续定常系统的系统矩阵均可对角形化。**_____

【答案】×

64．**若线性系统是李雅普诺夫意义下稳定的，则它是大范围渐近稳定的**_____

【答案】√

65．**线性连续定常系统的最小实现是唯一的。**_____

【答案】√

66．**要使得观测器估计的状态尽可能快地逼近系统的实际状态，观测器的极点应该比系统极点快 10 倍以上**_____

【答案】×

67．**由状态转移矩阵可以决定系统状态方程的状态矩阵，进而决定系统的动态特性**_____

【答案】√

68．**如果一个系统的李雅普诺夫函数确实不存在，那么我们就可以断定该系统是不稳定的。**_____

【答案】×

69．**Lyapunov 第二法只给出了判定稳定性的充分条件。**_____

【答案】√

70．**对 SISO 线性连续定常系统，传递函数存在零极点对消，则系统一定不能观且不能控。**_____

【答案】×

三、解答题

71．**(1) 试问状态转移矩阵的意义是什么?**

(2) 状态转移矩阵是否包含了对应自治系统的全部信息?

(3) 介绍两种求解线性定常系统状态转移矩阵的方法;

(4) 计算系统 $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}$ 的状态转移矩阵。

【答案】 (1) 状态转移矩阵的意义是决定状态沿着轨线从初始状态转移到下一个状态的规律，即初始状态 x0 在状态转移矩阵Φ (t,t0) 的作用下，t0 时刻的初始状态 x0 经过时间 t−t0 后转移到了时刻 t 的状态 x (t) 。

（2）状态转移矩阵包含了对应自治系统的全部信息；对于自治系统

$\dot{x} = Ax$， $\dot{\Phi}(0) = A$.

（3）拉普拉斯变换法、凯莱哈密尔顿法、线性变换法、直接计算法。

方法一直接计算法

根据定义，

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = e^{At} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{A}t + \frac{1}{2!}\boldsymbol{A}^2t^2 + \cdots + \frac{1}{n!}\boldsymbol{A}^nt^n + \cdots$$

我们已经知道上式中的矩阵级数总是收敛的，故可以通过计算该矩阵级数的和来得到所要求的状态转移矩阵。

方法二线性变换法如果矩阵 A 是一个可对角化的矩阵，即存在一个非奇异矩阵 T，使得

$$\boldsymbol{TAT}^{-1} = \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \mathbf{0} \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ \mathbf{0} & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

则

$$e^{\mathbf{A}t} = T^{-1}\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & 0 \\ & e^{\lambda_2 t} & \\ & & \ddots \\ 0 & & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} T$$

方法三拉普拉斯变换法

$$e^{At} = L^{-1}[(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}]$$

方法四凯莱哈密尔顿法

答:一个线性方程组

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \cdots & \lambda_1^{n-1} \\ 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \cdots & \lambda_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \cdots & \lambda_n^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0(t) \\ \alpha_1(t) \\ \vdots \\ \alpha_{n-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} \\ e^{\lambda_2 t} \\ \vdots \\ e^{\lambda_n t} \end{bmatrix}$$

其系数矩阵的行列式是著名的范德蒙行列式，当λ1,λ2, ,λn 互不相同时，行列式的值不为零，从而从方程组可得惟一解α0（t）,α1（t）， ,αn－1（t） 。由

$$e^{At} = \alpha_0(t)\boldsymbol{I} + \alpha_1(t)\boldsymbol{A} + \alpha_2(t)\boldsymbol{A}^2 + \cdots + \alpha_{n-1}(t)\boldsymbol{A}^{n-1}$$

可得状态转移矩阵。

（4）方法一:线性变换法，

容易得到系统状态矩阵 A 的两个特征值是 $\lambda_1 = -1$， $\lambda_2 = -2$，它们是不相同的，故系统的矩阵 A 可以对角化。矩阵 A 对应与特征值 $\lambda_1 = -1$， $\lambda_2 = -2$ 的特征向量是

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

取变换矩阵

$$\boldsymbol{T}=[\boldsymbol{v}_1 \quad \boldsymbol{v}_2]^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix},\quad 则\boldsymbol{T}^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}$$

因此，

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{TAT}^{-1}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}$$

从而，

$$\begin{aligned}e^{\boldsymbol{A}t}&=\boldsymbol{T}^{-1}\begin{bmatrix}e^{-t} & 0\\ 0 & e^{-2t}\end{bmatrix}\boldsymbol{T}\\&=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e^{-t} & 0\\ 0 & e^{-2t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}\\&=\begin{bmatrix}2e^{-t}-e^{-2t} & e^{-t}-e^{-2t}\\ -2e^{-t}+2e^{-2t} & -e^{-t}+2e^{-2t}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

方法二:拉普拉斯变换法，由于

$$\begin{aligned}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}&=\begin{bmatrix}s & -1\\ 2 & s+3\end{bmatrix}^{-1}\\&=\frac{1}{\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A})}\operatorname{adj}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})\\&=\frac{1}{s(s+3)+2}\begin{bmatrix}s+3 & 1\\ -2 & s\end{bmatrix}\\&=\begin{bmatrix}\dfrac{s+3}{(s+1)(s+2)} & \dfrac{1}{(s+1)(s+2)}\\ \dfrac{-2}{(s+1)(s+2)} & \dfrac{s}{(s+1)(s+2)}\end{bmatrix}\\&=\begin{bmatrix}\dfrac{2}{s+1}-\dfrac{1}{s+2} & \dfrac{1}{s+1}-\dfrac{1}{s+2}\\ \dfrac{-2}{s+1}+\dfrac{2}{s+2} & \dfrac{-1}{s+1}+\dfrac{2}{s+2}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Phi}(t)=e^{\boldsymbol{A}t}&=L^{-1}[(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}]\\&=\begin{bmatrix}2e^{-t}-e^{-2t} & e^{-t}-e^{-2t}\\ -2e^{-t}+2e^{-2t} & -e^{-t}+2e^{-2t}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

方法二:凯莱哈密尔顿法

将状态转移矩阵写成

$$e^{At}=\alpha_0(t)\boldsymbol{I}+\alpha_1(t)\boldsymbol{A}$$

系统矩阵的特征值是 1 和 2，故

$$e^{-t}=\alpha_0(t)-\alpha_1(t)$$
$$e^{-2t}=\alpha_0(t)-2\alpha_1(t)$$

答:以上线性方程组，可得

$$\alpha_0(t)=2e^{-t}-e^{-2t}$$
$$\alpha_1(t)=e^{-t}-e^{-2t}$$

因此，

$$\begin{aligned}e^{At}&=\alpha_0(t)\boldsymbol{I}+\alpha_1(t)\boldsymbol{A}\\&=(2\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A})e^{-t}-(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A})e^{-2t}\\&=\begin{bmatrix}2e^{-t}-e^{-2t} & e^{-t}-e^{-2t}\\-2e^{-t}+2e^{-2t} & -e^{-t}+2e^{-2t}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

72．**试从高阶微分方程 $\dddot{y}+3\ddot{y}+8y=5u$ 求得系统的状态方程和输出方程。**

【答案】（1）能控的状态变量个数是 2，能观测的状态变量个数是 1。状态变量个数是 2。

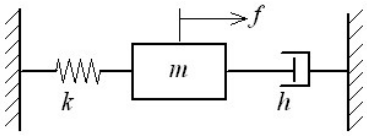
（2）选取状态变量 $x_1=y$，$x_2=\dot{y}$，$x_3=\ddot{y}$，可得

$$\dot{x}_1=x_2$$
$$\dot{x}_2=x_3$$
$$\dot{x}_3=-8x_1-3x_3+5u$$
$$y=x_1$$

写成

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\\-8 & 0 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\5\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}x$$

73．**考虑如图的质量弹簧系统。其中，m 为运动物体的质量，k 为弹簧的弹性系数，h 为阻尼器的阻尼系数，f 为系统所受外力。取物体位移为状态变量 x_1，速度为状态变量 x_2，并取位移为系统输出 y，外力为系统输入 u，试建立系统的状态空间表达式。**



【答案】

$$f=ma$$

令位移变量为 x_1，速度变量为 x_2，外力为输入 u，有

$$u - kx_1 - kx_2 = m\dot{x}_2$$

于是有

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{h}{m}x_2 + \frac{1}{m}u$$

再令位移为系统的输出 y，有

$$y = x_1$$

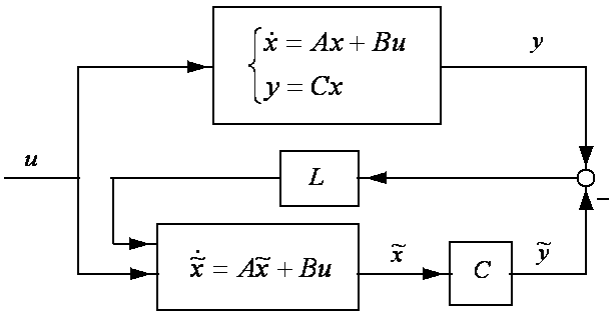
写成状态空间表达式，即矩阵形式，有

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\frac{k}{m} & -\frac{h}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{m}\end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

74．**已知对象的状态空间模型** $\dot{x} = Ax + Bu$，　$y = Cx$ **,是完全能观的，请画出观测器设计的框图，并据此给出观测器方程，观测器设计方法。**

【答案】观测器设计的框图:



观测器方程:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + L(y - Cx)$$
$$= (A - LC)\tilde{x} + Bu + Ly$$

其中: $\tilde{x}$ 是观测器的维状态，L 是一个 n×p 维的待定观测器增益矩阵。

观测器设计方法:

由于

$$\det[\lambda I - (A - LC)] = \det[\lambda I - (A - LC)^T] = \det[\lambda I - (A^T - C^T L^T)]$$

因此，可以利用极点配置的方法来确定矩阵 L，使得 $A^T - C^T L^T$ 具有给定的观测器极点。具体的方法有:直接法、变换法、爱克曼公式。

75．　**(1) 叙述线性时不变系统的李雅普诺夫稳定性定理;**

(2) 利用李雅普诺夫稳定性定理判断系统 $\dot{x} = \begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}x$ 的稳定性。

【答案】 (1) 连续时间线性时不变系统的李雅普诺夫稳定性定理；线性时不变系统 $\dot{x} = Ax$ 在平衡点 $x_e = 0$ 处渐近稳定的充分必要条件是:对任意给定的对称正定矩阵 Q，存在一个对称正定矩阵 P，使得矩阵方程 $A^T P + PA = -Q$ 成立。

离散时间线性时不变系统的李雅普诺夫稳定性定理；线性时不变系统 $x(k+1)=Ax(k)$ 在平衡点 $x_e=0$ 处渐近稳定的充分必要条件是:对任意给定的对称正定矩阵 Q，矩阵方程 $A^TPA-P=-Q$ 存在对称正定解矩阵 P。

（2）原点是系统的惟一平衡状态。求解以下的李雅普诺夫方程

$$A^TP+PA=-I$$

其中的未知对称矩阵

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\ p_{12} & p_{22}\end{bmatrix}$$

将矩阵 A 和 P 的表示式代入李雅普诺夫方程中，可得

$$\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\ p_{12} & p_{22}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\ p_{12} & p_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

进一步将以上矩阵方程展开，可得联立方程组

$$\begin{aligned}-2p_{11}&=-1\\ p_{11}-2p_{12}&=0\\ 2p_{12}-2p_{22}&=-1\end{aligned}$$

应用线性方程组的求解方法，可从上式解出 p11、p12 和 p22，从而可得矩阵 P:

$$\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\ p_{12} & p_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4}\end{bmatrix}$$

根据矩阵正定性判别的塞尔维斯特方法，可得

$$\Delta_1=\frac{1}{2}>0,\qquad \Delta_2=\det\left(\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4}\end{bmatrix}\right)>0$$

故矩阵 P 是正定的。因此，系统在原点处的平衡状态是大范围渐近稳定的。

76．**考虑由下式确定的系统:** $G(s)=\dfrac{s+3}{s^2+3s+2}$ **试求其状态空间实现的能控标准型、能观标准型和对角线标准型，并画出能控标准型的状态变量图。**

【答案】能控标准形为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

能观测标准形为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

对角标准形为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

77．**已知系统的传递函数为**

$$G(s)=\frac{2s+5}{(s+3)(s+5)}$$

（1）采用串联分解方式，给出其状态空间模型，并画出对应的状态变量图；

（2）采用并联分解方式，给出其状态空间模型，并画出对应的状态变量图。

【答案】（1）将 G（s）写成以下形式:

$$G(s)=\frac{1}{s+3}\cdot\frac{2s+5}{s+5}$$

这相当于两个环节$\frac{1}{s+3}$和$\frac{2s+5}{s+5}$串连，它们的状态空间模型分别为:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-3x_1+u\\ y_1=x_1\end{cases}\text{和}\begin{cases}\dot{x}_2=-5x_2+u_1\\ y=-5x_2+u_1\end{cases}$$

由于$y_1=u_1$，故可得给定传递函数的状态空间实现是:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-3x_1+u\\ \dot{x}_2=x_1-5x_2\end{cases}$$

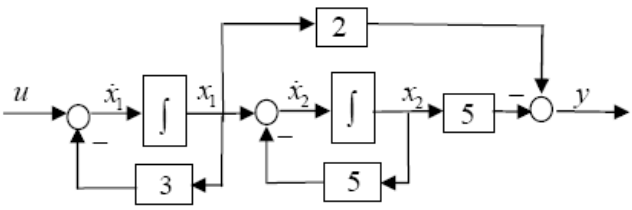
$$y=2x_1-5x_2$$

将其写成矩阵向量的形式，可得:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 1 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

对应的状态变量图为:



串连分解所得状态空间实现的状态变量图

（2）将 G（s）写成以下形式:

$$G(s)=\frac{-0.5}{s+3}+\frac{2.5}{s+5}$$

它可以看成是两个环节$-\frac{0.5}{s+3}$和$\frac{2.5}{s+5}$的并联，每一个环节的状态空间模型分别为:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-3x_1-0.5u\\ y_1=x_1\end{cases}$$

和

$$\begin{cases}\dot{x}_2=-5x_2+2.5u\\ y_2=x_2\end{cases}$$

由此可得原传递函数的状态空间实现:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-3x_1-0.5u\\ \dot{x}_2=-5x_2+2.5u\end{cases}$$

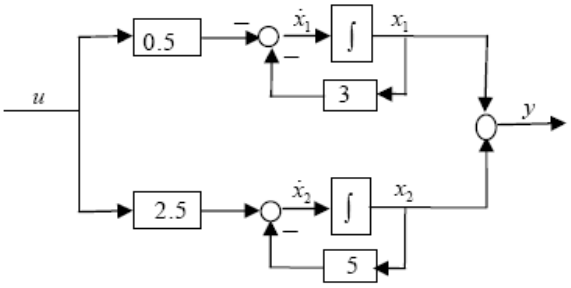
$$y=y_1+y_2=x_1+x_2$$

进一步写成状态向量的形式，可得:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 0 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-0.5\\ 2.5\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

对应的状态变量图为:



并连分解所得状态空间实现的状态变量图

78．**给定系统的状态空间表达式为**

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & -2 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}2\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}x$$

设计一个具有特征值为$-1,\ -1,\ -1$的全维状态观测器

【答案】令

$$E=\begin{bmatrix}E_1\\ E_2\\ E_2\end{bmatrix},$$

代入系统得

$$|sI-(A-EC)|=\left|\begin{pmatrix} s & & \\ & s & \\ & & s \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right|$$

$$=\begin{vmatrix} s+1+E_1 & 2 & 0 \\ E_2 & s+1 & -1 \\ -1+E_3 & 0 & s+1 \end{vmatrix}$$

$$=s^3+3s^2+3s+1+E_1s^2+2E_1s+E_1+2-2E_3-2E_2s-2E_2$$

$$=s^3+(3+E_1)s^2+(6+2E_1-3E_3)s+E_1-E_2-3E_3+3$$

理想特征多项式为$f^*(x)=(s-1)^3=s^3+3s^2+3s+1$列方程，比较系数求得

$$E=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

全维状态观测器为

$$\dot{\hat{x}}=[A-EC]\hat{x}+Bu+Ey$$

$$=\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\hat{x}+\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}u+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}y,$$

79. **(1) 实数a,b满足什么条件时系统$\dot{x}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}u$状态完全能控?**

(2) 简述系统状态完全能控性的涵义，说明状态能控与输出能控的区别。

(3) 简述系统大范围渐近稳定的涵义

【答案】 (1)

$$u_c=[b \quad Ab]$$

$$=\begin{bmatrix} a & b \\ b & 3a+2b \end{bmatrix}$$

$$|u_c|=-3a^2+2ab-b^2<0$$

当$a\neq 0,\ \ or\ \ b\neq 0$时，系统状态完全能控

(2) 若系统状态完全能控，则在有限时间，有限控制下，能将系统由任意初始状态转移到任意制定的状态。大多数情况下系统状态能控可以保证输出能控，而输出能控往往不能保证状态能控。

(3) 涵义为对任意的初始状态，系统的平衡状态是Lyapunov意义下稳定的，且系统状态以该平衡状态为极限。

80. **已知系统传递函数阵为$G(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{2s+1}{(s-1)(s+2)} & \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{2s-1}{s(s+1)(s-2)} & \dfrac{3}{s^2+1} \end{bmatrix}$试判断该系统能否用状态反馈和输入变换实现解耦控制。**

【答案】 $d_1=0\ d_2=0$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/665321314230011230