# 江西省赣州市石城中学 2023-2024 学年高三 2 月高考模拟考试试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

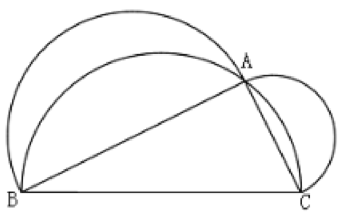
3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{b}=(1,\sqrt{3})$，且$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$\dfrac{1}{2}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}$等于（　　）

**A．2**　　　　**B．1**　　　　**C．**$\dfrac{1}{2}$　　　　**D．0**

2．如图是来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形$ABC$的斜边$BC$，直角边$AB,AC$.已知以直角边$AC,AB$为直径的半圆的面积之比为$\dfrac{1}{4}$，记$\angle ABC=\alpha$，则$\sin 2\alpha=$（　　）




**A．**$\dfrac{9}{25}$　　　　**B．**$\dfrac{12}{25}$　　　　**C．**$\dfrac{3}{5}$　　　　**D．**$\dfrac{4}{5}$

3．半径为 **2** 的球$O$内有一个内接正三棱柱，则正三棱柱的侧面积的最大值为（　　）

**A．**$9\sqrt{3}$　　　　**B．**$12\sqrt{3}$　　　　**C．**$16\sqrt{3}$　　　　**D．**$18\sqrt{3}$

4．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=-5$，$a_5+a_6+a_7=9$，若$b_n=\dfrac{3}{a_n}$（$n\in\mathbf{N}^*$），则数列$\{b_n\}$的最大值是（　　）

**A．**$-3$　　　　**B．**$-\dfrac{1}{3}$

**C．1**　　　　**D．3**

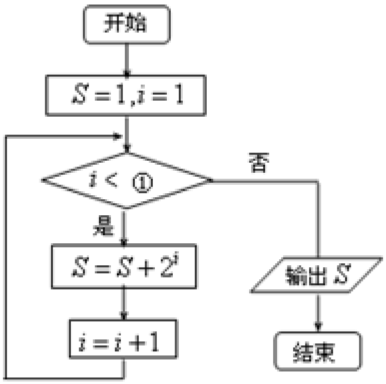
5．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}x\ln x-2x,x>0\\ x^2+\dfrac{3}{2}x,x\le 0\end{cases}$的图像上有且仅有四个不同的关于直线$y=-1$对称的点在$g(x)=kx-1$的图像上，则$k$的取值范围是(　　)

**A．**$(\dfrac{1}{3},\dfrac{3}{4})$　　　　**B．**$(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4})$　　　　**C．**$(\dfrac{1}{3},1)$　　　　**D．**$(\dfrac{1}{2},1)$

6．已知复数$z$满足$z(1-i)=2$，其中 i 为虚数单位，则$z-1=$（　　）.

A．i　　　B．$-i$　　　C．$1+i$　　　D．$1-i$

7．阅读下侧程序框图，为使输出的数据为$31$，则①处应填的数字为




A．$4$　　　B．$5$　　　C．$6$　　　D．$7$

8．已知函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$（其中$A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）的图象关于点$M\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$成中心对称，且与点$M$相邻的一个最低点为$N\left(\frac{2\pi}{3},-3\right)$，则对于下列判断：

①直线$x=\frac{\pi}{2}$是函数$f\left(x\right)$图象的一条对称轴；

②点$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$是函数$f\left(x\right)$的一个对称中心；

③函数$y=1$与$y=f\left(x\right)\left(-\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{35\pi}{12}\right)$的图象的所有交点的横坐标之和为$7\pi$．

其中正确的判断是（　　）

A．①②　　　B．①③　　　C．②③　　　D．①②③

9．已知数列$a_1$，$\frac{a_2}{a_1}$，$\frac{a_3}{a_2}$，…，$\frac{a_n}{a_{n-1}}$是首项为8，公比为$\frac{1}{2}$得等比数列，则$a_3$等于（　　）

A．64　　　B．32　　　C．2　　　D．4

10．定义两种运算“★”与“◆”，对任意$n\in\mathrm{N}^*$，满足下列运算性质：①$2★2018=1$，$2018◆1=1$；②（$2n$）$★2018=2\left[(2n+2)★2018\right]$，$2018◆(n+1)=2(2018◆n)$，则（2018◆2020）（2020★2018）的值为(　　)

A．$2^{1011}$　　　B．$2^{1010}$　　　C．$2^{1009}$　　　D．$2^{1008}$

11．新闻出版业不断推进供给侧结构性改革，深入推动优化升级和融合发展，持续提高优质出口产品供给，实现了行业的良性发展.下面是2012年至2016年我国新闻出版业和数字出版业营收增长情况，则下列说法错误的是（　　）


**A．2012 年至 2016 年我国新闻出版业和数字出版业营收均逐年增加**

**B．2016 年我国数字出版业营收超过 2012 年我国数字出版业营收的 2 倍**

**C．2016 年我国新闻出版业营收超过 2012 年我国新闻出版业营收的 1.5 倍**

**D．2016 年我国数字出版营收占新闻出版营收的比例未超过三分之一**

12．函数 $f(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$ 的图象为 ***C***，以下结论中正确的是（　　）

①图象 ***C*** 关于直线 $x=\dfrac{5}{12}\pi$ 对称；

②图象 ***C*** 关于点 $(-\dfrac{\pi}{3},0)$ 对称；

③由 $y=2\sin 2x$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度可以得到图象 ***C***.

A．①　　B．①②　　C．②③　　D．①②③

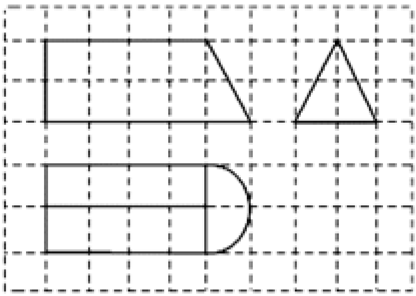
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若复数 $z$ 满足 $\dfrac{z}{\mathrm{i}}=2+\mathrm{i}$，其中 $i$ 是虚数单位，则 $z$ 的模是______.

14．变量 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x-1\le 0 \\ x+y+1\ge 0 \\ x-y+3\ge 0 \end{cases}$，则目标函数 $z=-2x+y$ 的最大值是____.

15．已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项积为 $T_n$，$a_4a_8=4$，$\log_b T_{11}=\dfrac{22}{3}$（$b>0$ 且 $b\ne 1$），则 $b=$__________.

16．如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为________.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\left|x-1\right|-2\left|x+3\right|$.

（1）求不等式 $f\left(x\right)<1$ 的解集；

（2）若存在实数 $x$，使得不等式 $m^2-3m-f\left(x\right)<0$ 成立，求实数 $m$ 的取值范围.

18.（12 分）已知 $a$，$b$，$c$ 分别为 $\Delta ABC$ 内角 $A$，$B$，$C$ 的对边，若 $\Delta ABC$ 同时满足下列四个条件中的三个：①$\frac{b-a}{c}=\frac{2\sqrt{6}a+3c}{3(a+b)}$；②$\cos 2A+2\cos^2\frac{A}{2}=1$；③$a=\sqrt{6}$；④$b=2\sqrt{2}$.

（1）满足有解三角形的序号组合有哪些？

（2）在（1）所有组合中任选一组，并求对应 $\Delta ABC$ 的面积.

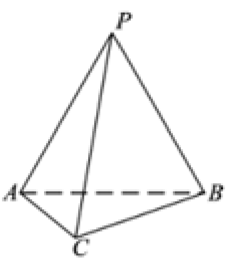
（若所选条件出现多种可能，则按计算的第一种可能计分）

19.（12 分）已知在平面直角坐标系 $xOy$ 中，椭圆 $C$ 的焦点为 $F_1\left(-\sqrt{3},0\right),F_2\left(\sqrt{3},0\right),M$ 为椭圆 $C$ 上任意一点，且 $\left|MF_1\right|+\left|MF_2\right|=4$.

（1）求椭圆 $C$ 的标准方程；

（2）若直线 $l:y=kx+m\left(k>0,m>0\right)$ 交椭圆 $C$ 于 $P,Q$ 两点，且满足 $k_{PQ}^2=k_{OP}\cdot k_{OQ}$（$k_{PQ},k_{OP},k_{OQ}$ 分别为直线 $PQ,OP,OQ$ 的斜率），求 $\Delta OPQ$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时直线 $PQ$ 的方程.

20.（12 分）如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AC=BC=2$，$\angle ACB=90°$，侧面 $PAB$ 为等边三角形，侧棱 $PC=2\sqrt{2}$.



（1）求证：平面 $PAB \perp$ 平面 $ABC$；

（2）求三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积.

21．（12 分）椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的右焦点 $F\left(\sqrt{2},0\right)$，过点 $F$ 且与 $x$ 轴垂直的直线被椭圆截得的弦长为 $3\sqrt{2}$.

（1）求椭圆 $C$ 的方程；

（2）过点 $\left(2,0\right)$ 且斜率不为 0 的直线与椭圆 $C$ 交于 $M$，$N$ 两点.$O$ 为坐标原点，$A$ 为椭圆 $C$ 的右顶点，求四边形 $OMAN$ 面积的最大值.

22．（10 分）设函数 $f\left(x\right)=\frac{1+\ln\left(x+1\right)}{x}\left(x>0\right)$.

（1）若 $f\left(x\right)>\frac{k}{x+1}$ 恒成立，求整数 $k$ 的最大值；

（2）求证：$\left(1+1\times2\right)\cdot\left(1+2\times3\right)\cdots\left[1+n\times\left(n+1\right)\right]>e^{2n-3}$.

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】

先求出 $\left|\vec{b}\right|$，再利用投影公式 $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}$ 求解即可.

【详解】

解：由已知得 $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{1+3}=2$，

由 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\frac{1}{2}$，得 $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=\frac{1}{2}$，

则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}\left|\vec{b}\right|=1$.

故答案为：**B.**

【点睛】

本题考查向量的几何意义，考查投影公式的应用，是基础题.

2、D

【解析】

由半圆面积之比，可求出两个直角边 $AB,AC$ 的长度之比，从而可知 $\tan\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$，结合同角三角函数的基本关系，即可求出 $\sin\alpha,\cos\alpha$，由二倍角公式即可求出 $\sin 2\alpha$.

【详解】

解：由题意知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，以 $AB$ 为直径的半圆面积 $S_1=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AB}{2}\right)^2$，

以 $AC$ 为直径的半圆面积 $S_2=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AC}{2}\right)^2$，则 $\frac{S_2}{S_1}=\frac{AC^2}{AB^2}=\frac{1}{4}$，即 $\tan\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$.

由 $\begin{cases}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1}{2}\end{cases}$，得 $\begin{cases}\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}\\ \cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}\end{cases}$，所以 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{4}{5}$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了同角三角函数的基本关系，考查了二倍角公式.本题的关键是由面积比求出角的正切值.

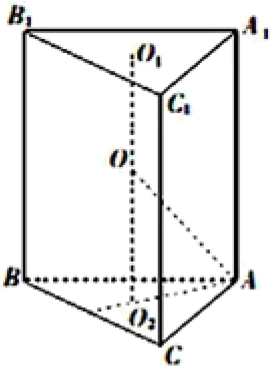
3、B

【解析】

设正三棱柱上下底面的中心分别为 $O_1$，$O_2$，底面边长与高分别为 $x,h$，利用 $OA^2=OO_2^2+O_2A^2$，可得 $h^2=16-\frac{4}{3}x^2$，进一步得到侧面积 $S=3xh$，再利用基本不等式求最值即可.

【详解】

如图所示.设正三棱柱上下底面的中心分别为 $O_1$，$O_2$，底面边长与高分别为 $x,h$，则 $O_2A=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，




在$\mathrm{R}t\Delta OAO_2$中，$\dfrac{h^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}=4$，化为$h^2=16-\dfrac{4}{3}x^2$，

$\because S=3xh$，

$\therefore S^2=9x^2h^2=12x^2\left(12-x^2\right)\le 12\left(\dfrac{x^2+12-x^2}{2}\right)^2=432$，

当且仅当$x=\sqrt{6}$时取等号，此时$S=12\sqrt{3}$.

故选：**B.**

**【点睛】**

**本题考查正三棱柱与球的切接问题，涉及到基本不等式求最值，考查学生的计算能力，是一道中档题.**

**4、D**

**【解析】**

在等差数列$\left\{a_n\right\}$中,利用已知可求得通项公式$a_n=2n-9$,进而$b_n=\dfrac{3}{a_n}=\dfrac{3}{2n-9}$,借助$f\left(x\right)=\dfrac{3}{2x-9}$函数的的单调性可知,当$n=5$时，$b_n$取最大即可求得结果.

**【详解】**

因为$a_5+a_6+a_7=9$，所以$3a_6=9$，即$a_6=3$，又$a_2=-5$，所以公差$d=2$，所以$a_n=2n-9$，即$b_n=\dfrac{3}{2n-9}$，因为函数$f\left(x\right)=\dfrac{3}{2x-9}$，在$x<4.5$时，单调递减，且$f\left(x\right)<0$；在$x>4.5$时，单调递减，且$f\left(x\right)>0$.所以数列$\left\{b_n\right\}$的最大值是$b_5$，且$b_5=\dfrac{3}{1}=3$，所以数列$\left\{b_n\right\}$的最大值是**3.**

故选:**D.**

**【点睛】**

**本题考查等差数列的通项公式,考查数列与函数的关系,借助函数单调性研究数列最值问题,难度较易.**

**5、D**

【解析】

根据对称关系可将问题转化为 $f\left(x\right)$ 与 $y=-kx-1$ 有且仅有四个不同的交点；利用导数研究 $f\left(x\right)$ 的单调性从而得到 $f\left(x\right)$ 的图象；由直线 $y=-kx-1$ 恒过定点 $A\left(0,-1\right)$，通过数形结合的方式可确定 $-k\in\left(k_{AC},k_{AB}\right)$；利用过某一点曲线切线斜率的求解方法可求得 $k_{AC}$ 和 $k_{AB}$，进而得到结果.

【详解】

$g\left(x\right)=kx-1$ 关于直线 $y=-1$ 对称的直线方程为：$y=-kx-1$

$\therefore$ 原题等价于 $f\left(x\right)$ 与 $y=-kx-1$ 有且仅有四个不同的交点

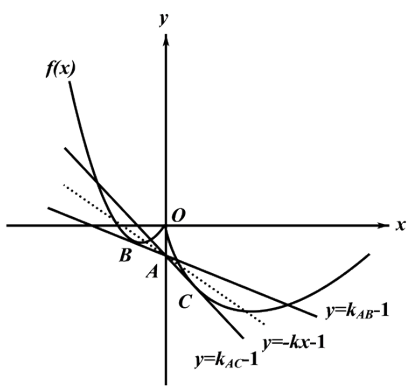
由 $y=-kx-1$ 可知，直线恒过点 $A\left(0,-1\right)$

当 $x>0$ 时，$f'\left(x\right)=\ln x+1-2=\ln x-1$

$\therefore f\left(x\right)$ 在 $\left(0,e\right)$ 上单调递减；在 $\left(e,+\infty\right)$ 上单调递增

由此可得 $f\left(x\right)$ 图象如下图所示：

其中 $AB$ 、 $AC$ 为过 $A$ 点的曲线的两条切线，切点分别为 $B,C$




由图象可知，当 $-k\in\left(k_{AC},k_{AB}\right)$ 时，$f\left(x\right)$ 与 $y=-kx-1$ 有且仅有四个不同的交点

设 $C\left(m,m\ln m-2m\right)$，$m>0$，则 $k_{AC}=\ln m-1=\dfrac{m\ln m-2m+1}{m-0}$，解得：$m=1$

$\therefore k_{AC}=-1$

设 $B\left(n,n^2+\dfrac{3}{2}n\right)$，$n\leq 0$，则 $k_{AB}=2n+\dfrac{3}{2}=\dfrac{n^2+\dfrac{3}{2}n+1}{n-0}$，解得：$n=-1$

$\therefore k_{AB}=-2+\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore -k\in\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)$，则 $k\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

本题正确选项：$D$

【点睛】

本题考查根据直线与曲线交点个数确定参数范围的问题；涉及到过某一点的曲线切线斜率的求解问题；解题关键是能够通过对称性将问题转化为直线与曲线交点个数的问题，通过确定直线恒过的定点，采用数形结合的方式来进行求解.

6、**A**

【解析】

先化简求出$z$，即可求得答案.

【详解】

因为$z(1-i)=2$，

所以$z=\frac{2}{1-i}=\frac{2\left(1+i\right)}{\left(1-i\right)\left(1+i\right)}=\frac{2\left(1+i\right)}{2}=1+i$

所以$z-1=1+i-1=i$

故选：**A**

【点睛】

此题考查复数的基本运算，注意计算的准确度，属于简单题目.

7、**B**

【解析】

考点：程序框图.

分析：分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是利用循环求**S**的值，我们用表格列出程序运行过程中各变量的值的变化情况，不难给出答案.

解：程序在运行过程中各变量的值如下表示：

| | S | i | 是否继续循环 |
|---|---|---|---|
| 循环前 | 1 | 1/ | |
| 第一圈 | 3 | 2 | 是 |
| 第二圈 | 7 | 3 | 是 |
| 第三圈 | 15 | 4 | 是 |
| 第四圈 | 31 | 5 | 否 |

故最后当**i＜5**时退出，

故选**B.**

8、**C**

【解析】

分析：根据最低点，判断**A=3**，根据对称中心与最低点的横坐标求得周期**T**，再代入最低点可求得解析式为